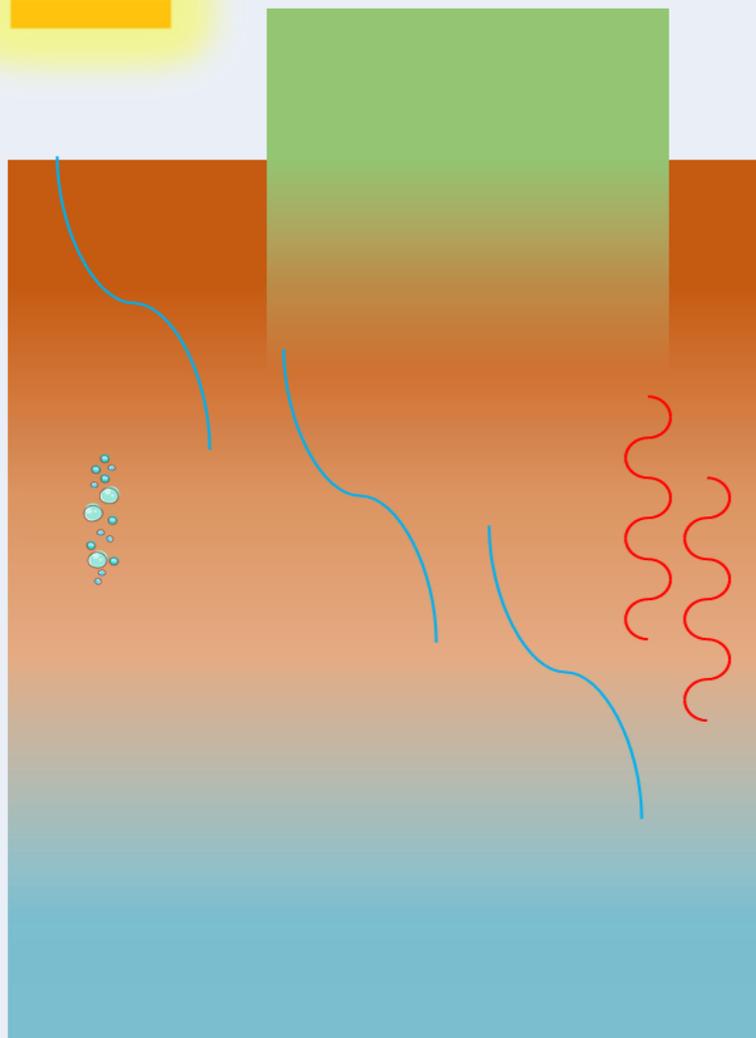


# Física do Solo

*baseada em processos*



**Quirijn de Jong van Lier**

# **Física do Solo**

*baseada em processos*

**Quirijn de Jong van Lier**

*professor do*

**Centro de Energia Nuclear na Agricultura (CENA)**

*da*

**Universidade de São Paulo (USP)**

**2020**



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

de Jong van Lier, Quirijn

Física do solo - baseada em processos / editado por Quirijn de Jong van Lier. - - Piracicaba: Edição do autor, 2020.  
413 p. : il.

978-65-00-11263-4

1. Água do solo 2. Ar do solo 3. Física do solo 4. Relação solo-planta-atmosfera I. de Jong van Lier, Quirijn, ed. II. Título

CDU 631.43

# Prefácio

---

Qual é a capacidade de campo de um solo? O que é água residual? Para que usamos o potencial matricial? O que é a curva de retenção? Como medir a condutividade hidráulica do solo? E suas propriedades térmicas, como utilizar? Como definir e medir a água disponível para as plantas? Quando ocorre falta de ar para as raízes?

Esse livro se destina a todos que estão em busca de respostas para essas e outras questões ligadas à física do solo e que, para isso, desejam se aprofundar nessa área, em especial estudantes de agronomia, ciência ambiental e áreas conexas em nível de pós-graduação. O livro junta conhecimento básico e avançado sobre as partes clássicas da física do solo que tratam da dinâmica da água, de gases e da energia térmica no solo, bem como das interações no sistema solo-planta-atmosfera do ponto de vista da física do solo. A abordagem é a baseada em processos, isto é, os fenômenos físicos são descritos em função de seus princípios fundamentais e processos vinculados. Exercícios são apresentados ao longo dos capítulos. Ênfase é dada à utilização da modelagem para o entendimento das inter-relações entre propriedades físicas e comportamento físico. No último capítulo analisam-se diversos cenários hidrológicos típicos e os perfis de potencial e de teor de água associados em escala de perfil de solo.

A leitura desse livro, com mais de 100 exercícios, 170 figuras e mais de 500 equações fornece subsídios para formular respostas às perguntas citadas no primeiro parágrafo, e muitas outras. O conteúdo é apresentado de forma a definir claramente as grandezas empregadas na física do solo e, por outro lado, demonstrar que nada na física do solo (e na natureza) é tão simples para existirem soluções fáceis a perguntas como as da abertura deste prefácio.

O autor agradece o retorno dos leitores com dúvidas, sugestões ou correções do conteúdo apresentado, que podem ser enviadas para o e-mail [qdvlier@usp.br](mailto:qdvlier@usp.br).

# Conteúdo

---

PREFÁCIO ..... i

CONTEÚDO ..... ii

LISTA DE SÍMBOLOS.....viii

**1 INTRODUÇÃO ..... 1**

1.1 Física do solo..... 1

1.2 Modelos empíricos versus modelos baseados em processos ..... 2

1.3 Características, propriedades e processos ..... 4

1.4 Escalas na física do solo ..... 5

1.5 Granulometria ..... 6

1.6 Textura..... 14

1.7 O volume elementar representativo ..... 16

**2 COMPOSIÇÃO E COMPORTAMENTO DO SOLO: DEFINIÇÕES INICIAIS..... 19**

2.1 Composição física do solo..... 19

2.1.1 Grandezas gravimétricas .....22

2.1.2 Grandezas densimétricas .....22

2.1.3 Grandezas volumétricas .....24

2.1.4 Resumo das definições anteriores .....27

2.1.5 A lâmina de água e armazenagem .....28

2.2 A medição do teor de água no solo ..... 30

2.2.1 Método da pesagem ou gravimétrico .....30

2.2.2 Tensiometria .....30

2.2.3 Refletometria no domínio do tempo (TDR) .....31

2.2.4 Refletometria no domínio da frequência (FDR) .....32

2.3	Energia potencial da água no solo.....	32
2.4	Qualidade física do solo e “saúde” do solo .....	34
2.5	A compactação e seu efeito sobre as propriedades do solo .....	36
<b>3</b>	<b>POTENCIAIS DA ÁGUA NO SOLO .....</b>	<b>41</b>
3.1	Introdução .....	41
3.2	O potencial gravitacional.....	42
3.3	O potencial de pressão .....	44
3.4	O potencial osmótico.....	46
3.5	O potencial matricial e a retenção da água no solo .....	46
3.5.1	Tensão superficial.....	47
3.5.2	Pressão de Laplace .....	49
3.5.3	Ascensão capilar .....	50
3.5.4	Equilíbrio hidrostático: o raio de curvatura dos meniscos.....	55
3.5.5	O modelo de feixe capilar e a curva de retenção.....	60
3.5.6	O potencial matricial, sempre negativo .....	65
3.5.7	A curva de retenção da água no solo .....	66
3.5.8	Métodos para determinar a curva de retenção .....	71
3.5.9	Histerese na curva de retenção.....	74
3.6	Tensiometria: a medição do potencial matricial da água no solo .....	80
3.6.1	O tensiômetro de água.....	80
3.6.2	O tensiômetro de polímero.....	82
3.6.3	O tensiômetro de FDR.....	83
3.6.4	O tensiômetro do ponto de orvalho .....	83
3.7	Capacidade hídrica e densidade de tamanho de poro .....	86
3.8	Perfis de potencial e o equilíbrio estático .....	88
3.9	Equações para a descrição da curva de retenção.....	91
3.9.1	A equação de Van Genuchten .....	91
3.9.2	A equação de Brooks & Corey .....	100
3.9.3	A equação de Groenevelt & Grant .....	102
3.9.4	Solo seco ao ar, à estufa e o significado da água residual .....	104
3.9.5	Curvas de retenção multimodais .....	110

<b>4</b>	<b>A EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE .....</b>	<b>113</b>
4.1	Introdução .....	113
4.2	Regime de fluxo paralelo .....	114
4.3	Regime de fluxo axissimétrico .....	117
4.4	Regime de fluxo esférico .....	119
<b>5</b>	<b>MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO .....</b>	<b>123</b>
5.1	Introdução .....	123
5.2	Fluxo laminar e viscosidade .....	123
5.3	A Lei de Poiseuille .....	125
5.4	A Lei de Darcy para o movimento da água no solo saturado .....	128
5.4.1	Desenvolvimento .....	128
5.4.2	Formulação da Lei de Darcy .....	131
5.4.3	A condutividade hidráulica saturada .....	135
5.5	A Lei de Buckingham-Darcy para o movimento da água no solo não-saturado .....	141
5.6	A condutividade hidráulica do solo não-saturado .....	143
5.6.1	Introdução .....	143
5.6.2	O Modelo de Childs & Collis-George .....	145
5.6.3	O Modelo de Mualem .....	149
5.6.4	O Modelo de Brooks & Corey - Mualem .....	150
5.6.5	O Modelo de Van Genuchten - Mualem .....	153
5.6.6	O Modelo de Groenevelt & Grant - Mualem .....	158
5.7	A difusividade hidráulica .....	160
5.8	O potencial de fluxo matricial .....	163
5.9	Restrições paramétricas .....	171
5.9.1	Equação de Brooks & Corey .....	171
5.9.2	Equação de Van Genuchten .....	172
5.10	A Equação de Richards .....	173
5.10.1	Introdução .....	173
5.10.2	Discretização da equação de Richards .....	175
5.11	Métodos de medição da condutividade hidráulica não-saturada .....	181
5.11.1	Modelagem inversa com a Equação de Richards .....	181
5.11.2	O método de drenagem interna (“perfil instantâneo”) .....	183
5.11.3	O método da evaporação .....	185
5.11.4	O método da crosta ou do infiltrômetro de gotejamento .....	187
5.12	Infiltração da água no solo .....	188
5.12.1	Introdução .....	188
5.12.2	Definições iniciais .....	189

5.12.3	Infiltração horizontal, transformação de Boltzmann e sorptividade.....	189
5.12.4	Infiltração vertical .....	194
5.12.5	Determinação da capacidade de infiltração .....	207
5.13	Capacidade de campo.....	209
5.13.1	Introdução .....	209
5.13.2	A capacidade de campo em solos com lençol freático raso .....	210
5.13.3	Experimentos para determinar a capacidade de campo .....	213
5.13.4	Simulação de experimentos para determinar a capacidade de campo.....	214
5.13.5	A capacidade de campo como limite de disponibilidade de água .....	221
<b>6</b>	<b>A RELAÇÃO SOLO-PLANTA-ATMOSFERA.....</b>	<b>223</b>
6.1	Evaporação e transpiração .....	223
6.1.1	Evapotranspiração potencial, real e relativa.....	223
6.1.2	Transpiração: a fase de taxa constante e decrescente .....	227
6.1.3	Evaporação: a fase de taxa constante, decrescente e desprezível .....	228
6.1.4	Evaporação na presença de um lençol freático .....	232
6.2	Modelos empíricos da extração da água do solo por plantas.....	233
6.2.1	Introdução .....	233
6.2.2	O método da FAO.....	234
6.2.3	A função de redução de Feddes .....	235
6.3	Modelos da extração radicular baseados em processos.....	238
6.3.1	Introdução .....	238
6.3.2	Densidade radicular e distância entre raízes .....	239
6.3.3	Modelos microscópicos ou de raiz singular .....	241
6.3.4	Modelos macroscópicos ou do sistema radicular .....	259
6.4	O balanço hídrico.....	270
6.4.1	Introdução .....	270
6.4.2	Modelos de compartimento (ou “bucket”).....	271
6.4.3	Modelos baseados na Equação de Richards .....	273

<b>7</b>	<b>MOVIMENTO DE GASES NO SOLO .....</b>	<b>275</b>
7.1	Introdução .....	275
7.2	A composição do ar .....	277
7.3	Pressões parciais: a Lei de Dalton.....	278
7.4	Umidade do ar do solo .....	279
7.5	Permeabilidade e fluxo advectivo de ar no solo.....	282
7.6	Fluxo difusivo de ar no solo – a Lei de Fick.....	283
7.7	Equação da continuidade: a lei da conservação de massa .....	288
7.8	A equação do transporte de gás.....	289
7.8.1	Fluxo em geometria paralela.....	289
7.8.2	Fluxo em geometria axissimétrica.....	290
7.8.3	Fluxo em geometria esférica .....	291
7.9	Difusão de O <sub>2</sub> e CO <sub>2</sub> e a porosidade de aeração mínima.....	292
7.10	Difusão de vapor de água no solo .....	299
7.10.1	Difusão de vapor de água no solo por gradiente térmico.....	300
7.10.2	Difusão de vapor de água no solo por gradiente de potencial matricial.....	301
<b>8</b>	<b>CALOR NO SOLO .....</b>	<b>305</b>
8.1	Introdução .....	305
8.2	A primeira lei da termodinâmica .....	306
8.3	A Lei de Fourier.....	309
8.4	A Equação do calor .....	315
8.5	Condutividade térmica do solo.....	316
8.6	Difusividade térmica do solo .....	320
8.7	A equação do calor para variações senoidais de temperatura .....	322
8.8	Estimativa da difusividade térmica do solo pela equação do calor.....	329
<b>9</b>	<b>FUNÇÕES DE PEDOTRANSFERÊNCIA.....</b>	<b>335</b>
9.1	Introdução .....	335
9.2	Algumas PTFs desenvolvidas para regiões brasileiras.....	338
9.2.1	A PTF de Tomasella et al. (2000).....	338
9.2.2	A PTF de Barros et al. (2013).....	340

<b>10</b>	<b>SIMULAÇÕES DE PERFIS DE POTENCIAL E DE TEOR DE ÁGUA.....</b>	<b>343</b>
10.1	Introdução .....	343
10.2	Cenários de drenagem livre sem evapotranspiração ( <sup>1</sup> A) .....	350
10.3	Cenários de evaporação com lençol freático ( <sup>1</sup> B).....	358
10.4	Cenários de evaporação com drenagem livre ( <sup>1</sup> C) .....	367
10.5	Cenários de infiltração por inundação com drenagem livre ( <sup>1</sup> D) .....	374
10.6	Cenários com pastagem e drenagem livre ( <sup>1</sup> E).....	385
10.7	Cenários de drenagem sem evapotranspiração com lençol freático ( <sup>1</sup> F).....	389
10.8	Cenário “completo” com chuva, ET e drenagem livre ( <sup>1</sup> G).....	396
	<b>LITERATURA CITADA.....</b>	<b>405</b>
	<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>411</b>

# Lista de símbolos

---

A lista a seguir contém as principais grandezas, símbolos e unidades usados neste livro. Para algumas grandezas, a coluna “valor” informa o valor estabelecido ou um intervalo de valores mais provável. Observe que, inevitavelmente, alguns símbolos são usados para mais do que uma grandeza. O leitor deve fazer a desambiguação pelo contexto, unidade ou descrição das grandezas, sem que isso deva causar prejuízos à interpretação ou entendimento do texto.

Grandeza	Símbolo	Unidade (SI)	Valor
aceleração gravitacional	$g$	$\text{m s}^{-2}$	9,81 $\text{m s}^{-2}$
acúmulo de biomassa	$Y$	$\text{kg m}^{-2}$	
acúmulo potencial de biomassa	$Y_p$	$\text{kg m}^{-2}$	
acúmulo real de biomassa	$Y_a$	$\text{kg m}^{-2}$	
acúmulo relativo de biomassa	$Y_r$	-	
água disponível	$AD$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
água facilmente disponível	$AFD$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
amplitude térmica	$A$	$^{\circ}\text{C}$	
área radicular	$A_r$	$\text{m}^2$	
área superficial da planta	$A_p$	$\text{m}^2$	
armazenagem de água	$L_h$	$\text{m}$	
ascensão (capilar)	$A$	$\text{m}$	
calor	$Q$	$\text{J}$	
calor específico	$c$	$\text{J K}^{-1} \text{m}^{-3}$ , $\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$ , $\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$	
calor específico do solo	$c_{solo}$	$\text{J K}^{-1} \text{m}^{-3}$	1-4 $\text{MJ K}^{-1} \text{m}^{-3}$
calor específico isobárico	$c_p$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1005 $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ (ar)
caminho livre médio	$\lambda$	$\text{m}$	
capacidade calórica	$C$	$\text{J K}^{-1}$	
capacidade de infiltração	$i$	$\text{m s}^{-1}$	
capacidade hídrica	$C$	$\text{m}^{-1}$	
componente capilar da retenção	$\Gamma_{cap}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
componente de adsorção da retenção	$\Gamma_{ads}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
comprimento do tubo capilar	$L_c$	$\text{m}$	
comprimento radicular	$L_r$	$\text{m}$	
concentração de vapor	$\phi$	$\text{mol m}^{-3}$	
concentração da componente gasosa $G$	$[G]$	$\text{mol m}^{-3}$	
concentração gasosa	$c_g$	$\text{mol m}^{-3}$	
condutância no percurso raiz-folha	$L_l$	$\text{d}^{-1}$	

Grandeza	Símbolo	Unidade (SI)	Valor
condutividade hidráulica	$K$	$\text{m s}^{-1}$	
condutividade hidráulica não saturada	$K(h), K(\theta)$	$\text{m s}^{-1}$	
condutividade hidráulica radial da raiz	$K_{raiz}$	$\text{m s}^{-1}$	
condutividade hidráulica relativa	$K_r$	$\text{m s}^{-1}$	
condutividade hidráulica saturada	$K_s$	$\text{m s}^{-1}$	1 – 200 $\text{cm d}^{-1}$
condutividade hidráulica saturada em condições de campo	$K_{fs}$	$\text{m s}^{-1}$	
condutividade térmica	$\lambda$	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	0,3 – 3 $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
constante de proporcionalidade de Horton	$\kappa_f$	$\text{s}^{-1}$	
constante universal dos gases	$R$	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	8,314 $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
densidade da água	$\rho_a$	$\text{kg m}^{-3}$	1000 $\text{kg m}^{-3}$
densidade de fluxo convectivo de gás	$q_g$	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	
densidade de fluxo de água, ar	$q$	$\text{m s}^{-1}$	
densidade de fluxo de energia térmica	$q$	$\text{W m}^{-2}$	
densidade de fluxo de entrada na raiz	$q_{raiz}$	$\text{m s}^{-1}$	
densidade de fluxo de vapor	$q_v$	$\text{m s}^{-1}$	
densidade de fluxo difusivo de gás	$q_c$	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	
densidade de fluxo, critério para capacidade de campo	$q_{cc}$	$\text{m s}^{-1}$	
densidade de fluxo térmico	$q$	$\text{W m}^{-2}$	
densidade de tamanho de poro	$\omega$	-	
densidade do ar	$\rho_{ar}$	$\text{kg m}^{-3}$	1,29 $\text{kg m}^{-3}$
densidade do solo	$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	1000-1800 $\text{kg m}^{-3}$
densidade dos sólidos	$\rho_s$	$\text{kg m}^{-3}$	2600-2800 $\text{kg m}^{-3}$
densidade radicular	$R$	$\text{m m}^{-3}$	$10^2 - 10^4 \text{ m m}^{-3}$
diâmetro	$d$	$\text{m}$	
difusividade gasosa	$D_c$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
difusividade hidráulica	$D_H$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
difusividade térmica	$D_T$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
distância relativa de condições médias na rizosfera (raiz singular)	$a$	-	0,53
drenagem profunda	$D$	$\text{m}$	
energia interna	$U$	$\text{J}$	
escoamento superficial (runoff)	$R$	$\text{m}$	
espessura da camada	$w$	$\text{m}$	
evaporação (taxa)	$E$	$\text{m s}^{-1}$	
evaporação acumulada	$E_{cum}$	$\text{m}$	
evapotranspiração (taxa)	$ET$	$\text{m s}^{-1}$	
evapotranspiração potencial (taxa)	$ET_p$	$\text{m s}^{-1}$	
evapotranspiração real (taxa)	$ET_a$	$\text{m s}^{-1}$	
evapotranspiração relativa	$ET_r$	-	
fator de água disponível	$\rho$	-	0,1-0,9
fator de redução da extração radicular (Feddes)	$\alpha$	-	
fluxo de água, ar	$Q$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$	
fluxo de energia térmica	$Q$	$\text{J s}^{-1} = \text{W}$	
força de empuxo	$F_e$	$\text{N}$	
força gravitacional	$F_g$	$\text{N}$	
força viscosa (Stokes)	$F_v$	$\text{N}$	

Grandeza	Símbolo	Unidade (SI)	Valor
fração molar	$f$	$\text{mol mol}^{-1}$	
gradiente de potencial gravitacional	$\nabla z$	$\text{m m}^{-1}$	1 (vertical)
gradiente de potencial matricial	$\nabla h$	$\text{m m}^{-1}$	
gradiente de potencial total	$\nabla H$	$\text{m m}^{-1}$	
índice de vazios	$e$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
infiltração acumulada	$I$	$\text{m}$	
irrigação (lâmina)	$I$	$\text{m}$	
lâmina de água	$L$	$\text{m}$	
macroporosidade	$\alpha_{ma}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	0,01 – 0,25
massa da água	$m_a$	$\text{kg}$	
massa do ar	$m_{ar}$	$\text{kg}$	
massa dos sólidos	$m_s$	$\text{kg}$	
massa molar da água	$M_a$	$\text{kg mol}^{-1}$	0,018 $\text{kg mol}^{-1}$
massa molar do ar	$M_{ar}$	$\text{kg mol}^{-1}$	0,0288 $\text{kg mol}^{-1}$
massa total	$m$	$\text{kg}$	
meia-distância entre raízes	$r_m$	$\text{m}$	
microporosidade	$\alpha_{mi}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
número de moles	$n$	$\text{mol}$	
número de Reynolds	$N_R$	-	
parâmetro composto da extração radicular	$\varphi$	$\text{d m}^{-1}$	
parâmetro de Boltzmann	$\lambda$	$\text{m s}^{-0,5}$	
pressão de entrada de ar (Brooks & Corey)	$h_b$	$\text{m}$	0,01 – 0,2 m
parâmetro de Brooks & Corey	$\lambda$	-	0,1 - 1
parâmetro de Groenevelt & Grant	$k_1$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
parâmetro de Groenevelt & Grant	$k_0$	$\text{m}$	
parâmetro de Groenevelt & Grant	$k$	$\text{m}$	
parâmetro de Groenevelt & Grant	$\rho$	-	
parâmetro de Kostiakov (exponencial)	$a$	-	0 - 1
parâmetro de Kostiakov	$c$	$\text{m s}^{-a}$	
parâmetro de Mualem	$l$	-	-6 - +6
parâmetro de Van Genuchten	$\alpha$	$\text{m}^{-1}$	0,1 – 10
parâmetro de Van Genuchten	$n$	-	1,1 – 2,5
parâmetro de Van Genuchten	$m$	-	0,1 – 0,9
parâmetro ponderador de extração radicular	$\rho$	$\text{m}^{-2}$	
período senoidal	$\tau$	$\text{s, d}$	
permeabilidade	$k$	$\text{m}^2$	
porosidade de aeração	$\beta$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
porosidade de aeração mínima	$\beta_{min}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	0,02 – 0,2
porosidade total	$\alpha$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	0,35 – 0,65
potencial de fluxo matricial	$M$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
potencial de fluxo matricial limitante	$M_l$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
potencial de fluxo matricial na superfície da raiz	$M_0$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
potencial de fluxo matricial no xilema	$M_x$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	
potencial gravitacional	$z$	$\text{m (ou Pa)}$	
potencial limite 1 de Feddes	$h_1$	$\text{m (ou Pa)}$	0 – -0,1 m
potencial limite 2 de Feddes	$h_2$	$\text{m (ou Pa)}$	0 – -0,2 m

Grandeza	Símbolo	Unidade (SI)	Valor
potencial limite 3 de Feddes	$h_3$	m (ou Pa)	-1 – -10 m
potencial limite 4 de Feddes	$h_4$	m (ou Pa)	-50 – -200 m
potencial matricial limite exercido na superfície da raiz	$h_w$	m (ou Pa)	
potencial matricial	$h$	m (ou Pa)	
potencial matricial crítico ou limitante	$h_l$	m (ou Pa)	
potencial matricial na capacidade de campo	$h_{cc}$	m (ou Pa)	
potencial matricial na folha	$h_f$	m (ou Pa)	
potencial matricial na raiz	$h_{raiz}$	m (ou Pa)	
potencial matricial na superfície da raiz	$h_0$	m (ou Pa)	
potencial matricial no ponto de murcha permanente	$h_{pmp}$	m (ou Pa)	
potencial matricial no xilema	$h_x$	m (ou Pa)	
potencial osmótico	$h_\pi$	m (ou Pa)	
potencial total	$H$	m (ou Pa)	
precipitação pluvial	$P$	m	
pressão	$P$	Pa	
pressão atmosférica	$P_{atm}$	Pa	
pressão atmosférica padrão ao nível do mar	$P_0$	Pa	101 325 Pa
pressão de Laplace (ou capilar)	$P_c$	Pa	
pressão de vapor	$e_a$	Pa	
pressão de vapor saturado	$e_s$	Pa	0,6 – 6 kPa (0-36 °C)
profundidade da frente de molhamento	$z_f$	m	
profundidade de amortecimento	$d$	m	
profundidade do lençol freático	$z_l$	m	
profundidade do sistema radicular	$z_e$	m	
raio	$r$	m	
raio de curvatura	$R$	m	
raio do xilema	$r_x$	m	
raio radicular	$r_0$	m	
resistência difusiva	$R_D$	$s\ m^{-1}$	
resistência hidráulica	$R_H$	$s^{-1}$	
resistência hidráulica saturada	$R_{Hs}$	$s^{-1}$	
resistência térmica	$R_T$	$m^2\ K\ W^{-1}$	
saturação efetiva	$\Theta$	-	0 – 1
sorptividade	$S$	$m\ s^{-0,5}$	
taxa da extração da água do solo	$S$	$d^{-1}$	
taxa de consumo ou produção	$S_c, S_G$	$mol\ m^{-3}\ s^{-1}$	
taxa de infiltração	$i$	$m\ s^{-1}$	
taxa de infiltração final	$i_f$	$m\ s^{-1}$	
taxa de infiltração inicial	$i_0$	$m\ s^{-1}$	
taxa potencial da extração da água do solo	$S_p$	$d^{-1}$	
taxa real da extração da água do solo	$S_a$	$d^{-1}$	
temperatura	$t$	°C	
temperatura absoluta	$T$	K	
tempo de empoçamento	$t_p$	s	
tensão superficial da água	$\sigma$	$N\ m^{-1} = J\ m^{-2}$	0,073 $N\ m^{-1}$ (20 °C)

Grandeza	Símbolo	Unidade (SI)	Valor
teor de água a base de massa	$U$	$\text{kg kg}^{-1}$	
teor de água a base de volume	$\theta$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
teor de água crítico ou limitante	$\theta_l$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
teor de água na capacidade de campo	$\theta_{cc}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
teor de água na saturação	$\theta_s$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	0,35 – 0,65
teor de água na saturação em condições de campo	$\theta_{fs}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
teor de água no ponto de murcha permanente	$\theta_{pmp}$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
teor de água residual	$\theta_r$	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	-0,05 – 0,2
teor de energia (ou de entalpia)	$H$	$\text{J m}^{-3}$	
termo sumidouro	$S_r$	$\text{s}^{-1}$	
tortuosidade	$\xi$	-	
trabalho	$W$	J	
transpiração (taxa)	$T$	$\text{m s}^{-1}$	0,5 – 8 $\text{mm d}^{-1}$
umidade relativa do ar	$\Omega$	$\text{Pa Pa}^{-1}$	
velocidade	$v$	$\text{m s}^{-1}$	
viscosidade	$\eta$	$\text{Pa s}$	
viscosidade da água	$\eta_{\text{água}}$	$\text{Pa s}$	$1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$
viscosidade do ar	$\eta_{\text{ar}}$	$\text{Pa s}$	$1,71 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
volume	$V$	$\text{m}^3$	
volume da água	$V_a$	$\text{m}^3$	
volume do ar	$V_{\text{ar}}$	$\text{m}^3$	
volume do solo explorado pelas raízes	$V_r$	$\text{m}^3$	
volume dos poros	$V_p$	$\text{m}^3$	
volume dos sólidos	$V_s$	$\text{m}^3$	

# 1 Introdução

---

## 1.1 Física do solo

A *física do solo* é a parte da ciência do solo que trata da *modelagem* e da *medição* de processos físicos no solo. Processos físicos são aqueles que se referem ao movimento de massa ou energia por meio de mecanismos como a difusão, o fluxo de massa e a mudança de fase. A física do solo se aplica à previsão de processos em ecossistemas, sejam esses destinados à exploração agrícola ou não. Assim, a física do solo subsidia o entendimento e o manejo desses ecossistemas. No contexto da agronomia, áreas especialmente vinculadas à física do solo são as da engenharia do solo e da água, da irrigação e drenagem, da hidrologia, da conservação do solo, da poluição do solo e da agrometeorologia. Na área ambiental, a física do solo se conecta com, por exemplo, a hidrologia, a meteorologia e a sedimentologia.

A física do solo, por natureza, pode ser exercida de forma bastante quantitativa e ela certamente se classifica como uma ciência exata. Por outro lado, como o foco da física do solo é, evidentemente, “o solo”, intimamente ligado à física do solo existe o tema da inventariação de propriedades e características do solo, incluindo a textura, estrutura, coloração, consistência etc., sua descrição, organização e, às vezes, sua classificação. Este livro trata da parte quantitativa da física do solo, e não aborda os temas mais qualitativos referentes à inventariação. Tampouco mistura temas mais ligados ao manejo e à conservação do solo, que, embora se vinculem com a física do solo, utilizam uma outra metodologia teórica e experimental.

A *modelagem* é atividade indissociável da física e da física do solo. Modelo não é sinônimo de *software*. Um modelo pode ser simplesmente mental, pode ser quantitativo, possuir estrutura de um algoritmo ou, eventualmente, apresentar-se na forma de um *software*. Todos que fizeram alguma disciplina de ciência do solo têm um modelo mental sobre a matriz do solo, seu espaço poroso, seu comportamento em relação a fatores externos, por exemplo a infiltração de água ou a erosão. A atividade

de transformar o modelo mental num modelo quantitativo ou numa sequência de equações, um algoritmo, exige uma maior análise, um maior aprofundamento nos princípios (físicos) que regem os processos envolvidos, bem como uma clara definição de todos os seus componentes. O modelo que resulta possui parâmetros que devem ser calibrados por meio de experimentos. Na ciência, na física e na física do solo necessita-se de experimentos e de modelos. O exercício da medição ou experimentação sem vínculo claro com a modelagem ou com a comprovação de hipóteses científicas não pode ser considerado como atividade científica. Bem como o inverso, o desenvolvimento de modelos sem aferição com experimentos reais.

Os modelos, equações e leis que regem o movimento da água, do calor e dos gases no solo e sua interação com as plantas e com a atmosfera serão tratados detalhadamente neste livro.

## **1.2 Modelos empíricos versus modelos baseados em processos**

Na física, portanto também na física do solo, modelos podem ser classificados como *empíricos* ou *baseados em processos*. Uma equação empírica (ou um modelo empírico) descreve alguma correlação entre grandezas baseada em observações, sem explicitar o mecanismo subjacente. Modelos empíricos se caracterizam por parâmetros empíricos sem significado físico, isto é, os parâmetros podem ser utilizados e determinados somente no contexto do próprio modelo e não há como determiná-los independentemente.

Em contraste com os modelos empíricos existem os baseados em processos (“process-based”) que, como diz o próprio nome, descrevem correlações entre grandezas considerando os mecanismos dos processos envolvidos. Os parâmetros utilizados nesses modelos possuem um significado físico independente do modelo, e podem ser determinados por experimentação específica, não atrelada ao processo específico de estudo.

Observemos como exemplo dos dois tipos de modelos duas equações de infiltração que serão vistas no Item 5.12.4 desse livro. A primeira é a equação de Kostiakov (1932) (Eq. [5.135]), de natureza empírica e escrita como

$$I = ct^a \quad [5.135]$$

e a segunda é a equação de Green & Ampt (1911), Eq. [5.159], baseada em processos conforme

$$K_{fs}t = I - (\theta_{fs} - \theta_1)|h_1| \ln \left( 1 + \frac{I}{(\theta_{fs} - \theta_1)|h_1|} \right) \quad [5.159]$$

Ambas as equações descrevem a correlação entre a lâmina acumulada de infiltração  $I$  (em metros, centímetros ou milímetros) e o tempo  $t$  (em segundos, minutos, horas ou dias). É evidente que a equação empírica Eq. [5.135] tem um formato matemático muito mais simples que a baseada em processos [5.159], uma vantagem comum das equações empíricas. Em contraponto, os parâmetros ( $c$  e  $a$ ) da equação empírica [5.135] não possuem um significado físico e devem ser determinados experimentalmente para cada solo e demais condições de contorno. Por outro lado, os parâmetros da equação baseada em processos ( $K_{fs}$ ,  $\theta_{fs}$ ,  $\theta_1$  e  $h_1$ ) possuem um significado claro – a ser discutido no Item 5.12.4 - e podem ser medidos independentemente. Assim, um modelo baseado em processos pode ser extrapolado mais facilmente para outras condições de contorno, desde que se conheçam os valores dos parâmetros no outro ambiente. Uma equação empírica não pode ser extrapolada, e para cada alteração das condições seus parâmetros terão que ser determinados novamente.

A utilização de equações baseadas em processos normalmente é preferida sobre as empíricas. Na física do solo e neste livro serão apresentadas equações de ambos os tipos, conforme o caso e a disponibilidade. É importante reconhecer se uma equação é empírica ou baseada em processos, pois isso implica diretamente na forma de determinação de seus parâmetros e na sua extrapolabilidade.

**EXERCÍCIO 1.1**

Para cada equação desse livro citada a seguir, determine se ela é uma equação empírica ou baseada em processos.

- |    |            |   |
|----|------------|---|
| a. | Eq. [1.2]  | área de uma esfera                          |
| b. | Eq. [3.11] | tensão superficial em função da temperatura |
| c. | Eq. [3.29] | equação da capilaridade                     |
| d. | Eq. [3.43] | equação de Van Genuchten                    |
| e. | Eq. [5.13] | Lei de Poiseuille                           |
| f. | Eq. [5.55] | equação de Brooks & Corey – Mualem          |
| g. | Eq. [6.13] | fator de disponibilidade de água (FAO)      |
| h. | Eq. [7.2]  | pressão atmosférica versus altitude         |
| i. | Eq. [7.10] | equação de Magnus-Tetens                    |
| j. | Eq. [8.8]  | lei de Fourier                              |
| k. | Eq. [9.1]  | função de pedotransferência de Tomasella    |

**DICA:** verifique a natureza dos parâmetros das equações. Eles têm significado físico independente da equação? Lembre-se que podem existir equações de natureza mista (semi-empíricas).

### 1.3 Características, propriedades e processos

A física do solo como tratada neste livro se distingue de muitas outras áreas da ciência do solo e das ciências agronômicas por uma abordagem bastante analítica e menos descritiva. Nesse contexto, é importante fazer uma distinção entre as *características* e as *propriedades* do solo. Características se referem à composição de sua matriz sólida e do conteúdo dos poros. Em relação à matriz sólida, têm-se o tamanho (as frações granulométricas), o formato dos sólidos, a natureza (minerais, componentes orgânicos) e o arranjo (ou estruturação) de seus componentes. Quanto ao conteúdo dos poros pode se fazer a separação entre líquido (água) e gás (ar), ou, em maior detalhe, a composição da solução do solo e da fase gasosa.

O conjunto de características determina as propriedades físicas do solo, como por exemplo as condutividades, as difusividades, a sua hidrofília, a capacidade de infiltração, a erodibilidade e a penetrabilidade. As propriedades, juntamente com as *condições de contorno*, determinam a ocorrência de processos e a intensidade desses. Por exemplo, um solo cujas características lhe proporcionam uma alta macroporosidade deve, conseqüentemente, apresentar uma alta condutividade hidráulica saturada e capacidade de infiltração. Contudo, o *processo* de infiltração somente se realizará quando ocorre chuva ou irrigação, ou enquanto houver uma lâmina de água sobre sua superfície. Nesse caso, a condição de contorno necessária ao processo da infiltração é a existência dessa lâmina ou o fornecimento de água por chuva ou irrigação.

Dessa forma, para um correto raciocínio e definição de problemas e soluções em física do solo, é muito importante distinguir características, propriedades e processos, e conhecer sua interdependência.

#### **EXERCÍCIO 1.2**

Para cada item da lista a seguir, determine se é uma **característica**, uma **propriedade** ou um **processo**.

No caso de uma propriedade, mencione um processo relacionado.

No caso de um processo, qual é uma propriedade relacionada?

No caso de uma característica, cite uma propriedade afetada por ela.

- a. Erosão
- b. Condutividade térmica
- c. Porosidade
- d. Infiltração
- e. Densidade
- f. Teor de água ("umidade") do solo
- g. Aeração
- h. Penetrabilidade
- i. Teor de argila
- j. Fluxo de água
- k. Distribuição radicular
- l. Temperatura
- m. Difusividade hidráulica

### **1.4 Escalas na física do solo**

A física do solo, tal como a ciência do solo, pode ser exercida numa vasta gama de escalas:

- A escala micrométrica e milimétrica (micromorfológica), envolvendo instrumentos como o microscópio ótico ou eletrônico e o tomógrafo de raios-X ou raios- $\gamma$ ;
- A escala centimétrica, de agregado
- A escala decimétrica, de camada ou horizonte do solo
- A escala métrica, de perfil de solo ou pedon
- A escala hectométrica, de parcela ou lavoura
- A escala quilométrica, de bacia hidrográfica.

Neste livro, as escalas mais tratadas são a centimétrica, a decimétrica e a métrica. O perfil de solo, unidade elementar muito importante no estudo de processos físicos no solo, está esquematizado na Figura 1.1. Tendo uma área superficial  $A$ , uma profundidade  $z$  e uma profundidade do sistema radicular  $z_r$ , seu volume é igual ao produto de  $A$  e  $z$ .

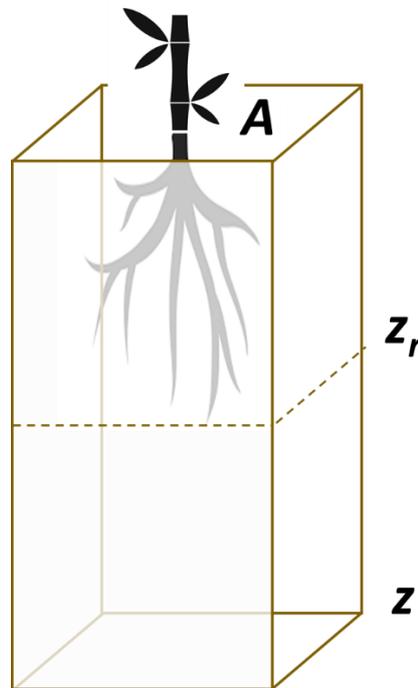


Figura 1.1 - O perfil esquemático do solo, com uma área superficial  $A$ , uma profundidade  $z$  e uma profundidade do sistema radicular  $z_r$ .

## 1.5 Granulometria

O tamanho das partículas sólidas que compõem uma camada de solo é determinante para muitas de suas propriedades físicas e químicas. Normalmente distinguem-se três classes granulométricas principais, a areia, o silte, e a argila. Embora a distinção entre essas classes se estabeleça baseada no diâmetro das partículas, as frações apresentam também importantes diferenças mineralógicas, sendo que a classe da argila é composta predominantemente por minerais secundários como illita, montmorilonita, vermiculita e caulinita, derivados do material de origem por transformações químicas. Diferentemente, a areia e o silte compõem-se principalmente de minerais primários como quartzo e feldspato que se derivaram do material de origem por processos físicos, principalmente a dilatação térmica, o congelamento de água e a penetração de raízes.

A composição granulométrica se refere aos tamanhos (raios, diâmetros) das partículas sólidas que compõem um solo. A composição granulométrica pode ser dada pelo teor de frações granulométricas arbitrariamente definidas. A Tabela 1.1 apresenta

os limites dos diâmetros equivalentes das frações granulométricas estabelecidas por dois importantes sistemas de classificação, o da USDA (*United States Department of Agriculture* ou ministério da agricultura dos Estados Unidos) e o do WRB (*World Reference Base for soil resources* ou base de referência mundial para recursos de solos). O *diâmetro equivalente* é uma grandeza utilizada nesse contexto, pelo fato de as partículas, especialmente as argilas, não terem um formato esférico. A separação das partículas, no entanto, é feita por peneiramento ou sedimentação. Especialmente no caso da sedimentação, supõe-se um formato esférico para o cálculo de sua velocidade, conforme detalhado mais adiante. Sendo assim, a velocidade de sedimentação que separa as classes se refere à velocidade de uma partícula esférica com o respectivo diâmetro, e considera-se que a partícula real (não-esférica) possui esse diâmetro equivalente.

Verificam-se as frações argila (diâmetro equivalente menor que 0,002 mm), silte (maior que argila e menor que 0,05 mm no USDA ou 0,063 mm no WRB), e subdivisões da fração areia (menor que 2 mm e maior que silte).

Tabela 1.1 - Limites de diâmetros equivalentes, em mm, das frações granulométricas definidas pelos sistemas de classificação da USDA (*United States Department of Agriculture*) e do WRB (*World Reference Base for soil resources*).

Fração (português)	Fração (inglês)	USDA	WRB
Argila	Clay	< 0,002	< 0,002
Silte	Silt	0,002 – 0,05	0,002 – 0,063
Areia muito fina	Very fine sand	0,05 – 0,10	0,063 – 0,125
Areia fina	Fine sand	0,10 – 0,25	0,125 – 0,20
Areia média	Medium sand	0,25 – 0,50	0,20 – 0,63
Areia grossa	Coarse sand	0,5 – 1	0,63 – 1,25
Areia muito grossa	Very coarse sand	1 – 2	1,25 – 2

A Figura 1.2 mostra as frações granulométricas e seus diâmetros equivalentes em escala proporcional. Uma característica associada à distribuição das frações granulométricas de um solo é a sua área específica  $S$  ( $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$ ), definida como sua área superficial  $A$  ( $\text{m}^2$ ) por unidade de massa  $m$  (kg) de seus sólidos:

$$S = \frac{A}{m} \quad [1.1]$$

Considerando uma partícula sólida de formato esférico e raio  $R$  (m), sua área  $A$  ( $m^2$ ) e volume  $V$  ( $m^3$ ) são dados por, respectivamente

$$A = 4\pi R^2 \quad [1.2]$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad [1.3]$$

e como a massa da partícula é igual ao seu volume multiplicada pela sua densidade  $\rho_s$  ( $kg\ m^{-3}$ ) conforme

$$m = V\rho_s \quad [1.4]$$

deduzimos, substituindo as Eqs. [1.1], [1.2] e [1.3] na [1.4]:

$$S = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s} = \frac{3}{R\rho_s} \quad [1.5]$$

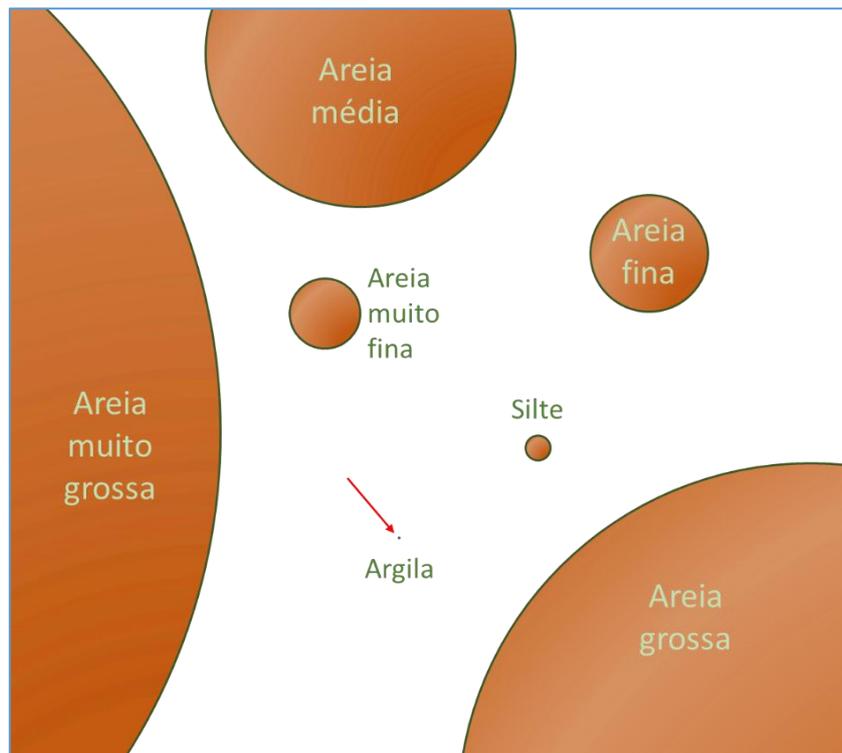


Figura 1.2 - Frações granulométricas e seus diâmetros equivalentes, em escala proporcional (tamanho médio das frações segundo o WRB, Tabela 1.1).

**EXERCÍCIO 1.3**

Supondo  $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ , calcular a área específica por unidade de massa de uma amostra de solo composta pelas seguintes porcentagens (em massa) das frações granulométricas:

60% de areia (diâmetro médio 0,1 mm)

10% de silte (diâmetro médio 0,005 mm)

30% de argila (diâmetro médio 0,0005 mm)

(Resposta:  $1417 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ )

A distribuição granulométrica pode ser representada na escala logarítmica de Krumbein & Sloss (1951), também denominada de escala *phi* ou  $\phi$  (De Jong Van Lier & Vidal-Torrado, 1992) pela qual

$$D = 2^{-\phi} \Leftrightarrow \phi = -\log_2 D \quad [1.6]$$

onde  $D$  (mm) é o diâmetro da partícula. Assim, quanto menor o diâmetro da partícula, maior será o valor de  $\phi$ . A estatística associada à escala de Krumbein & Sloss (1951) conforme metodologia proposta por Folk & Ward (1957) é frequentemente empregada na sedimentologia e geologia.

Tomando como base a classificação das frações segundo o WRB (Tabela 1.1), a fração argila tem um  $\phi > 9$ , o silte corresponde a valores de  $\phi$  entre 4 e 9 e as areias possuem valores de  $\phi$  entre -1 e 4. Na Figura 1.3 apresenta-se a distribuição granulométrica de dois solos exemplares, um arenoso e um argiloso, na forma de um gráfico da fração de massa acumulada em função de  $\phi$ . Observe que as curvas se iniciam sempre em (-1, 0), uma vez que  $\phi = -1$  corresponde a  $D = 2$  mm, o limite superior da fração areia. Partículas com um diâmetro maior que 2 mm (e um  $\phi$  menor que -1) são classificadas como cascalho, eliminadas por peneiramento e não são consideradas, normalmente, na análise granulométrica.

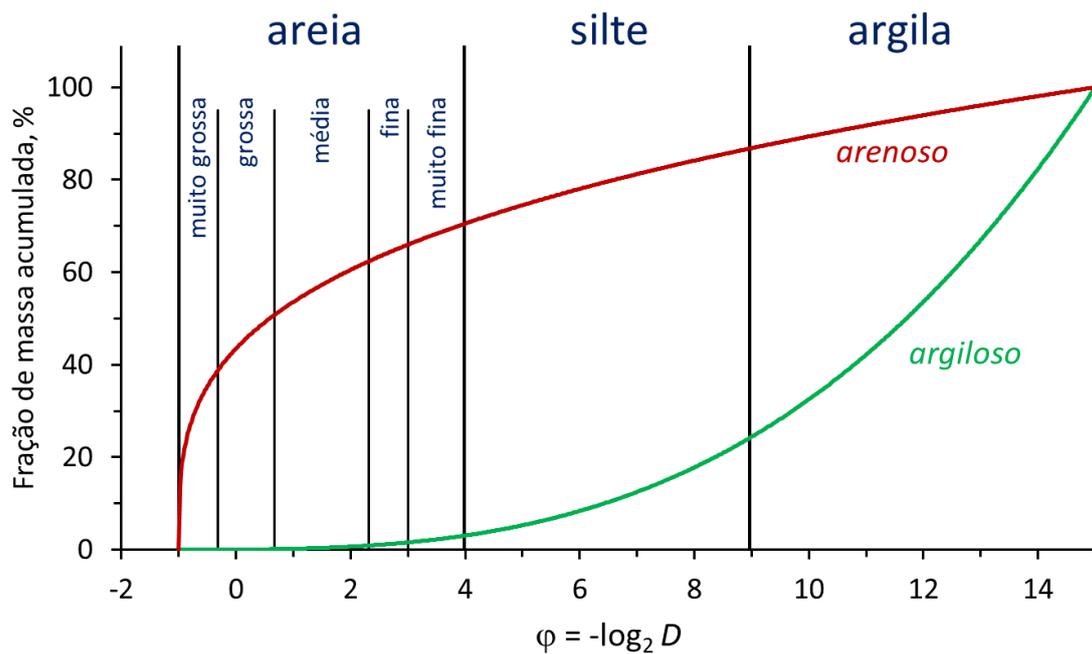


Figura 1.3 - Distribuição granulométrica de dois solos (um arenoso e um argiloso), representada pela fração de massa acumulada em função do valor  $\varphi$  (Eq. 1.6). As subdivisões das frações granulométricas apresentadas seguem a classificação do WRB (Tabela 1.1).

#### EXERCÍCIO 1.4

Para os dois solos representados na Figura 1.3, determine graficamente os teores de areia, silte e argila.

Resposta: solo arenoso: 70% areia, 16% silte, 14% argila; solo argiloso: 3% areia, 21% silte, 76% argila

A determinação das frações de areia é realizada normalmente com o auxílio de peneiras com as respectivas aberturas. Para separar as frações argila e silte, utiliza-se a sedimentação em água. Nesse caso, supõem-se partículas sólidas esféricas de raio  $r$  (m) e densidade  $\rho_s$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) num fluido de densidade  $\rho_f$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) e viscosidade  $\eta$  (Pa s). Existem três forças que atuam sobre as partículas em decantação, a força gravitacional ( $F_g$ , N), a de empuxo ( $F_e$ , N) e a força de fricção viscosa. A força gravitacional é igual ao

peso do corpo, enquanto a força de empuxo equivale ao peso do fluido deslocado conforme respectivamente

$$F_g = mg = \rho_s Vg = \rho_s \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g \quad [1.7]$$

$$F_e = mg = \rho_f Vg = \rho_f \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g \quad [1.8]$$

A força de fricção viscosa é quantificada pela Lei de Stokes como

$$F_v = 6\pi\eta r v \quad [1.9]$$

onde  $v$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é a velocidade terminal. Considerando que, no equilíbrio de forças

$$F_v + F_e = F_g \quad [1.10]$$

e substituindo as Eqs. [1.7], [1.8] e [1.9] na Eq. [1.10] obtemos

$$6\pi\eta r v + \rho_f \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g = \rho_s \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g \quad [1.11]$$

Da Eq. [1.11] podemos explicitar a velocidade terminal  $v$  conforme

$$v = \frac{2(\rho_s - \rho_f)gr^2}{9\eta} \quad [1.12]$$

donde se deduz que o tempo  $t$  (s) para se deslocar por uma altura  $h$  (m) será igual a

$$t = \frac{9h\eta}{2(\rho_s - \rho_f)gr^2} \quad [1.13]$$

As constantes geralmente usadas nessas equações são  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ,  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa s}$ ,  $\rho_s = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  e  $\rho_f = \rho_a = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ , e a altura de sedimentação (profundidade na qual é feita a amostragem da suspensão por pipetagem)  $h$  é normalmente 0,1 m. Com esses valores, a Eq. [1.13] se torna

$$t = \frac{2,7 \cdot 10^{-8}}{r^2} = \frac{1,08 \cdot 10^{-7}}{d^2} \quad [1.14]$$

onde  $d$  (m) é o diâmetro da partícula sólida esférica. Para a situação mais comum em que  $d$  e  $r$  são expressos em mm, temos

$$t = \frac{0,027}{r^2} = \frac{0,108}{d^2} \quad [t \text{ em s; } d \text{ e } r \text{ em mm}] \quad [1.15]$$

A Figura 1.4 mostra graficamente a Eq. [1.15], em escala bilogarítmica. Observe que, nessa escala, o gráfico se torna uma linha reta, pois a equação assume o formato da equação da reta:

$$\log t = \log \frac{0,108}{d^2} = \log 0,108 - \log d^2 = \underbrace{\log 0,108}_a - \underbrace{2 \log d}_{bx} \quad [1.16]$$

A figura destaca os limites superiores dos diâmetros equivalentes de partículas de silte (0,05 mm) e da argila (0,002 mm) conforme a classificação da USDA, com tempos respectivos de 43 s e 7,5 h. Observa-se que o método de sedimentação não é prático para o fracionamento das areias, pois o tempo de sedimentação é muito pequeno, da ordem de segundos. Isso tornaria o método impraticável e sujeito a muitos erros. Além disso, como a velocidade de sedimentação das partículas grosseiras é maior, o regime de fluxo pode se tornar turbulento e nesse caso a Lei de Stokes não se aplicaria mais. Na prática, o que se faz é determinar a fração areia por peneiramento, a fração argila por sedimentação e a fração silte por diferença com o complemento, pois as três frações devem somar 1 ou 100%.

O método também não é adequado para a obtenção de subclasses da fração argila, pois o tempo de sedimentação das frações menores fica da ordem de semanas ou meses. Assim, às vezes é importante obter a fração argila fina, definida por um diâmetro  $< 0,0002$  mm ou  $< 0,2$   $\mu\text{m}$ . Pela Eq. [1.15], o tempo de sedimentação correspondente seria de 750 h, ou aproximadamente um mês. No entanto, essas partículas microscópicas, além das forças mencionadas, sofrem também do movimento Browniano, e sua sedimentação não pode ser tratada pelas equações acima.

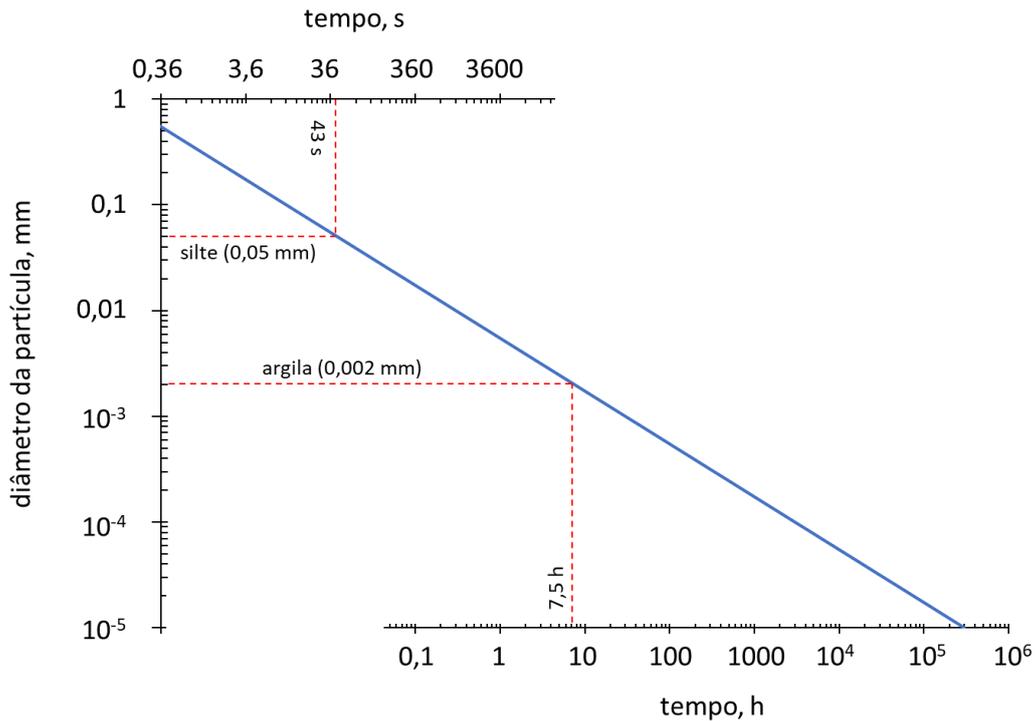


Figura 1.4 - Tempo para uma sedimentação de 0,1 m versus o diâmetro da partícula para  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ,  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa s}$ ,  $\rho_p = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  e  $\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ , com destaque para o limite superior do silte (0,05 mm) e o inferior do silte, igual ao superior da argila (0,002 mm).

### EXERCÍCIO 1.5

O volume de uma esfera é  $4\pi r^3/3$ . A força de fricção ( $F_s$ , N) experimentada por objetos esféricos que se movem num fluido de viscosidade  $\eta$  (Pa s) é dada pela Lei de Stokes:

$$F_s = 6\pi\eta r v$$

- Considerando a ação das forças gravitacional, de empuxo e a fricção viscosa, demonstrar a dedução da Eq. [1.12] para calcular a velocidade de deposição de sólidos esféricos de solo (densidade  $\rho_s$ ) num fluido de viscosidade  $\eta$  e densidade  $\rho_f$ .
- A Eq. [1.13] calcula o tempo necessário para que uma partícula esférica de raio  $r$  se desloque na água por  $h$  m. Considerando que a viscosidade da água no domínio de temperatura ( $t$ , °C) entre 15 e 44 °C é dada por  $\eta = 0,002505 - 0,000502 \ln(t)$ , e a densidade da água ( $\rho$ , kg m<sup>-3</sup>), no mesmo domínio, é dada por  $\rho = 1000,61 - 0,033059 t - 0,004407 t^2$ , deduza a fórmula para calcular o tempo necessário para que uma partícula esférica de raio  $r$  se desloque por 0,10 m na água num experimento de decantação a uma dada temperatura  $t$ .
- A divisão entre a fração silte e a fração areia, na classificação da USDA, é feita pelo diâmetro de 0,05 mm. A fração argila é definida como tendo um diâmetro equivalente menor que 2  $\mu\text{m}$ . Quanto tempo devemos esperar, num experimento de determinação granulométrica numa proveta, para pipetar a fração silte + argila a 0,10 m abaixo da superfície da água, em função da temperatura? E para pipetar somente a fração argila?
- Faça um gráfico do tempo calculado no item anterior, para o domínio de 15 a 44 °C, para as duas frações.

## 1.6 Textura

Existe uma diferença importante entre a composição granulométrica (os teores de areia, silte e argila) e a textura. Enquanto a composição granulométrica é uma característica quantitativa e exata por natureza, a textura é uma propriedade subjetiva, podendo ser observada ao tato e que depende de uma classificação para ser expressa. A forma mais comum de se visualizar as classes texturais em função da granulometria é o chamado triângulo textural. A Figura 1.5 mostra um exemplo de um triângulo textural conforme adotado no Sistema Brasileiro de Classificação de Solos SiBCS (Dos Santos et al., 2018) em que se distinguem cinco classes texturais:

1. Textura muito argilosa: solos com um teor de argila  $\geq 0,60 \text{ kg kg}^{-1}$ ;
2. Textura argilosa: demais solos com um teor de argila  $\geq 0,35 \text{ kg kg}^{-1}$ ;
3. Textura siltosa: demais solos com um teor de areia  $< 0,15 \text{ kg kg}^{-1}$ ;
4. Textura arenosa: demais solos com um teor de areia que supera em pelo menos  $0,70 \text{ kg kg}^{-1}$  seu teor de argila;
5. Textura média: demais solos.

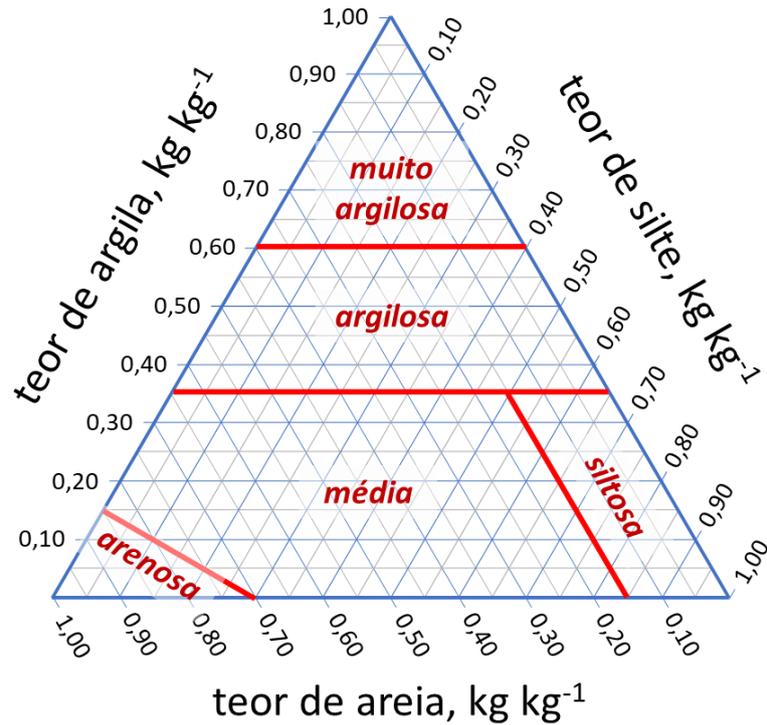


Figura 1.5 - Triângulo textural conforme adotado pela Embrapa no Sistema Brasileiro de Classificação de Solos. [inspirado em Embrapa Solos, [embrapa.br/solos](http://embrapa.br/solos)]

#### EXERCÍCIO 1.6

Observando o triângulo textural conforme adotado pela Embrapa no Sistema Brasileiro de Classificação de Solos SiBCS (Figura 1.5), responda:

- Qual é o teor mínimo de silte de um solo de textura siltosa?
- Qual é o teor máximo de silte de um solo de textura arenosa?
- Qual é o teor máximo de argila de um solo de textura média?

Outra classificação textural muito utilizada é a classificação da USDA - Natural Resources Conservation Service NRCS (Figura 1.6), pela qual se distinguem 12 classes de textura.

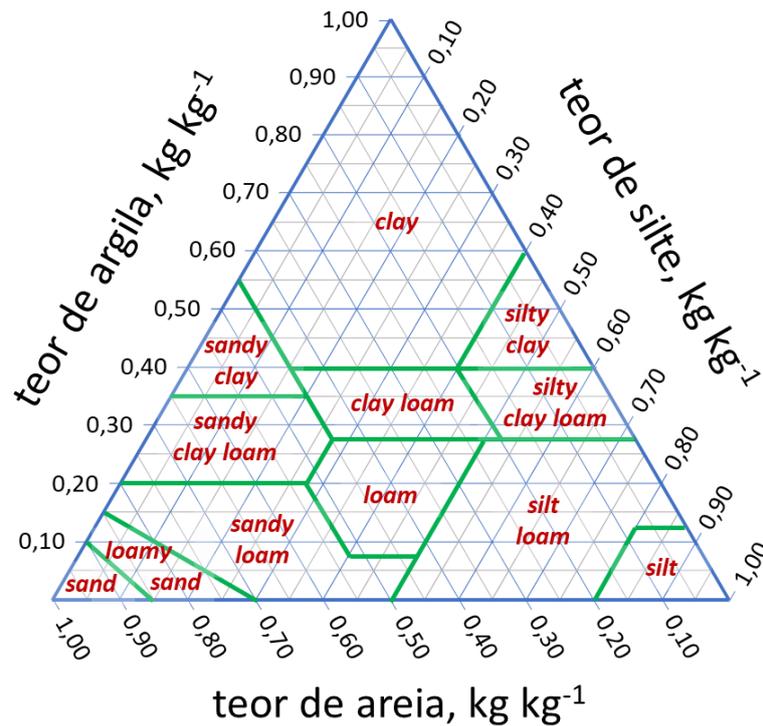


Figura 1.6 - Triângulo textural conforme a classificação da USDA-NRCS. [inspirado em USDA, Natural Resources Conservation Service NRCS, [www.nrcs.usda.gov](http://www.nrcs.usda.gov)]

## 1.7 O volume elementar representativo

O volume elementar representativo, conhecido também pela sua sigla REV (do inglês “Representative Elementary Volume”) é um conceito importante no estudo de meios porosos com uma geometria irregular ou estruturada, como é o caso do solo. É o menor volume sobre o qual uma medição resulta num valor que representa o sistema macroscópico. Em meios aleatórios, como o solo, a determinação do REV é complicada e ele pode não assumir o mesmo valor para todas as propriedades.

A Figura 1.7 ilustra o conceito do volume elementar representativo (REV) para o caso da determinação da porosidade de um solo. Nessa figura observa-se uma representação em duas dimensões de três amostras (repetições de amostragem) pequenas, três médias e três grandes. Fica evidente que, para a determinação da porosidade total, as amostras pequenas não representam bem o todo, pois suas dimensões são menores ou parecidas com as dos próprios sólidos. Assim, as porosidades determinadas nas três amostras menores foram de 65, 5 e 95%, resultando num desvio

padrão de 46%. Aumentando o volume amostrado, o desvio padrão diminuiu para 5%, ficando próximo dos 0% para as amostras grandes.

Nesse exemplo utilizou-se uma matriz porosa bastante regular. No caso de um solo real, há muito mais irregularidade e variabilidade espacial em qualquer escala. Sendo assim, o desvio padrão dificilmente atinge o valor de zero, mas diminui conforme se aumenta o volume das amostras. A partir de um determinado volume, o REV, o desvio padrão atinge um patamar e praticamente não varia mais (Figura 1.8). Se aumentarmos muito o volume das amostras, a heterogeneidade macroscópica, por exemplo um gradiente de textura ou um tipo diferente de solo, pode elevar o desvio padrão. Como consequência da definição, se utilizarmos uma amostra menor do que o REV para realizar determinada medição, o resultado pode não representar a realidade. Isso se reflete num desvio padrão maior entre repetições.

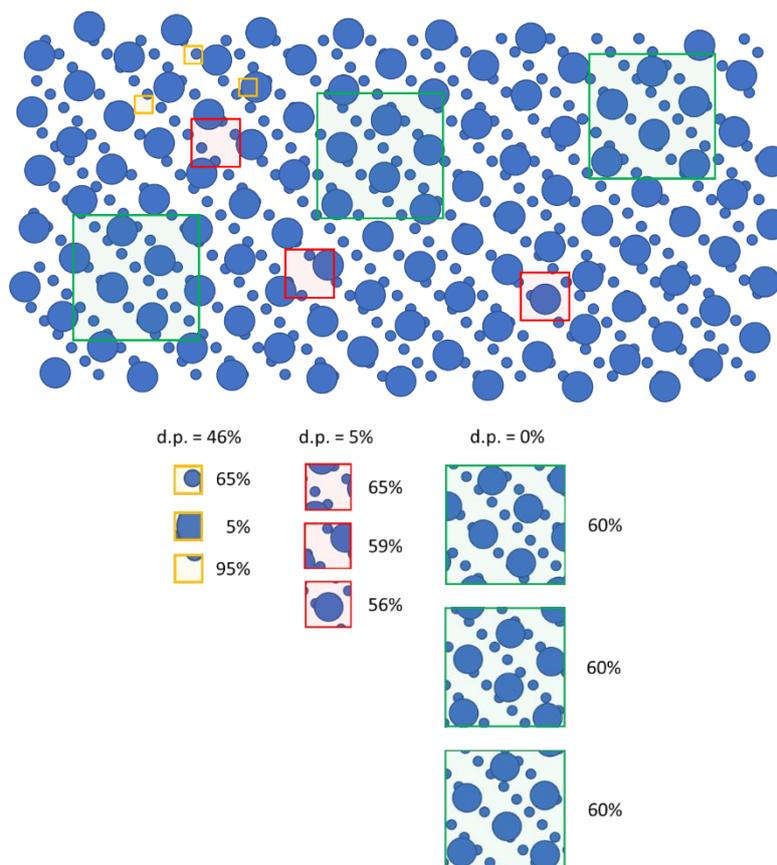


Figura 1.7 - Ilustração do conceito do volume elementar representativo (REV), mostrando um maior desvio padrão (d.p.) na determinação da porosidade de uma matriz porosa regular quando se utilizam amostras pequenas, diminuindo conforme se aumenta o volume observado.

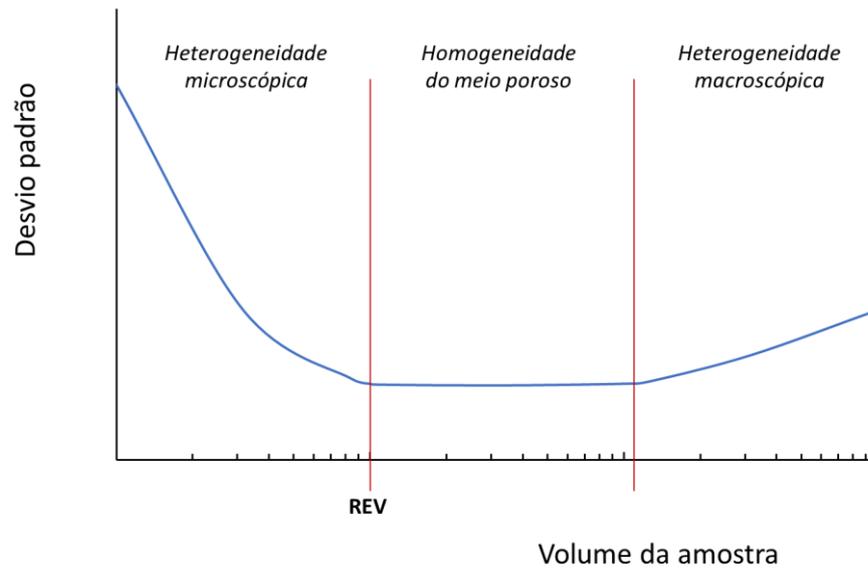


Figura 1.8 - O desvio padrão de repetições de uma medição em função do volume das amostras, mostrando o volume elementar representativo (REV) como menor volume que não é afetado por efeitos da heterogeneidade microscópica.

#### EXERCÍCIO 1.7

- Qual é a consequência de uma medição numa amostra menor que um REV?
- Como podemos determinar o tamanho do REV para determinada propriedade?
- Explique por que o REV tende a ser maior em solos mais agregados e estruturados do que em solos mais uniformes.

## 2 Composição e comportamento do solo: definições iniciais

---

Como visto no Capítulo 1, entre os parâmetros físicos do solo distinguem-se suas *características físicas*, que dizem respeito à sua composição, e suas *propriedades físicas* que se referem ao seu comportamento. É importante fazer essa distinção. As características, por exemplo o teor de areia ou de matéria orgânica, não são diretamente utilizadas na modelagem de processos físicos no solo como o movimento de água ou de gases. Em contraste, as propriedades, por exemplo a condutividade hidráulica ou a difusividade gasosa, são essenciais e necessárias para essa mesma modelagem. Características podem possuir uma correlação com determinadas propriedades. Nesse caso, a correlação pode ser determinada estatisticamente e é chamada de *função de pedotransferência* ou PTF, sua sigla em inglês. Assim, uma PTF pode permitir a estimativa da propriedade “condutividade hidráulica” em função das características “teores granulométricos”. O assunto será tratado com mais detalhe no Capítulo 9 sobre funções de pedotransferência.

### 2.1 Composição física do solo

A composição física dos solos é complexa e variável no tempo e nas três dimensões do espaço, resultado da interação e mistura não-homogênea dos seus componentes. O solo é composto por três frações físicas: os sólidos (a matriz do solo), os líquidos (a solução do solo) e os gases (o ar do solo).

Os *sólidos* formam a matriz do solo. O espaço entre os sólidos é chamado de espaço poroso, ou poros. O tamanho e a forma dos poros são diretamente determinados pelo tamanho, forma e arranjo dos sólidos do solo.

Entre os sólidos estão aqueles de origem mineral (minerais primários e secundários) e os de origem orgânica (matéria orgânica). A densidade dos minerais varia

entre 2500 e 2900 kg m<sup>-3</sup>. Como valor médio considera-se normalmente 2650 a 2700 kg m<sup>-3</sup> para solos argilosos, e 2750 kg m<sup>-3</sup> para solos arenosos ou de textura média.

A matéria orgânica presente no solo é composta por resíduos de plantas e animais, bem como por organismos vivos. A densidade da fração orgânica é entre 1200 e 1500 kg m<sup>-3</sup>, sendo a sua média estimada normalmente em 1400 kg m<sup>-3</sup>.

A matéria orgânica pode exercer uma grande influência na densidade da fração sólida de um solo. No entanto, normalmente a fração de matéria orgânica é pequena quando comparada com a dos minerais, e estima-se a densidade dos sólidos com teores normais de matéria orgânica em 2650 kg m<sup>-3</sup>. Porém, em solos com altos teores de matéria orgânica (> 0,05 kg kg<sup>-1</sup>), a densidade dos sólidos não pode ser estimada com confiança e deve ser medida.

*Os líquidos*, ou a solução do solo, frequentemente chamada de “água do solo”, consiste em água com sais minerais e substâncias orgânicas dissolvidas.

A *fase gasosa*, ou o “ar do solo”, possui uma composição que é aproximadamente igual à da atmosfera, porém, contendo mais CO<sub>2</sub> e menos O<sub>2</sub>, além de apresentar uma umidade relativa sempre próxima a 100%. A água e os gases ocupam o espaço poroso, os vazios entre os sólidos.

Para se ter uma noção da ordem de grandeza dos volumes ocupados no solo pelas três frações, pode-se tomar como base que a metade do volume do solo é ocupada pelos sólidos. Dessa fração, a maior parte é constituída por minerais, e uma parte pequena por sólidos orgânicos. A outra metade do volume, o espaço poroso, é preenchida pela água e pelos gases: quanto mais água, menos ar, e vice-versa. Os teores de água e ar num solo podem variar em curto prazo e essa variação é de grande importância agrônômica. Em condições modais (um solo nem muito seco nem muito úmido), pode-se tomar como referência que metade dos poros está preenchida com água e a outra metade com ar. Essa composição volumétrica é ilustrada na Figura 2.1. Essas proporções evidentemente variam entre solos, e especialmente a subdivisão do espaço poroso entre água e ar varia entre épocas do ano ou mesmo de um dia para o outro.

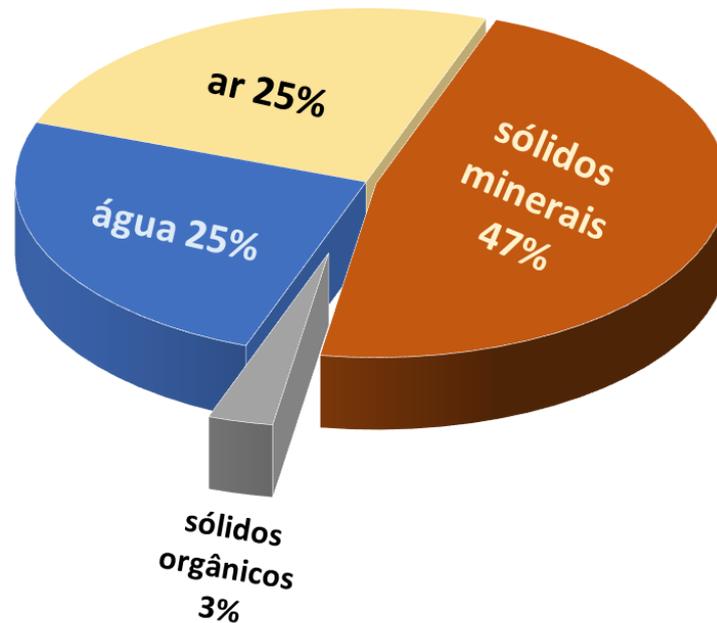


Figura 2.1 - Composição volumétrica aproximada de um solo mineral.

A caracterização da composição física de um solo consiste na quantificação dos teores, tanto em massa como em volume, dos componentes nele contidos, e no cálculo de alguns parâmetros derivados. Estudos quanto à caracterização da composição física de um solo podem ser feitos em amostras indeformadas ou deformadas.

Em *amostras indeformadas*, idealmente, o arranjo dos sólidos é igual ao no campo e a amostra ocupa, portanto, o mesmo volume que ocupava no campo. Para a coleta de tais amostras utilizam-se normalmente *anéis volumétricos*, anéis cilíndricos de volume conhecido, tipicamente com altura de alguns centímetros e diâmetro entre 3 e 10 cm. Cuidados especiais devem ser tomados a fim de garantir a não deformação da amostra durante a coleta e o transporte. Amostras indeformadas servem para a determinação de praticamente todos os parâmetros da caracterização da composição física de um solo.

Em *amostras deformadas* o arranjo dos sólidos não é preservado. São amostras retiradas, por exemplo, com a ajuda de um trado ou de uma pá. A coleta de tais amostras é muito mais fácil e rápida que a de amostras indeformadas, porém, elas não permitem o cálculo de parâmetros físicos densimétricos e volumétricos, uma vez que esses envolvem o conhecimento do volume original da amostra.

### 2.1.1 Grandezas gravimétricas

A massa total de uma amostra de solo ( $m$ , kg) é dada pela massa dos seus componentes: a massa dos sólidos ( $m_s$ , kg), a massa da água ( $m_a$ , kg) e a massa do ar ( $m_{ar}$ , kg). Como a densidade do ar é muito menor que a dos demais componentes do solo (aproximadamente 1000 vezes menor que a da água), a sua massa é normalmente desprezada. Por exemplo, em uma amostra de solo de  $100 \text{ cm}^3$ , onde os sólidos ocupam 50% e água e ar ambos 25% do volume,  $m_s \approx 0,133 \text{ kg}$ ,  $m_a \approx 0,025 \text{ kg}$  e  $m_{ar} \approx 0,000033 \text{ kg}$ . Assim:

$$m = m_s + m_a + m_{ar} \approx m_s + m_a \quad [2.1]$$

A massa  $m$  de uma amostra é obtida em laboratório por meio de pesagem. Para a obtenção da massa dos sólidos  $m_s$  retira-se a água da amostra, colocando-a, por convenção, numa estufa entre  $105 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $110 \text{ }^\circ\text{C}$  até a sua massa não diminuir mais, o que, na prática, leva de 24 a 72 h. A diferença entre  $m$  e  $m_s$  é, conforme Eq. [2.1], a massa da água  $m_a$ .

O teor de água a base de massa ou gravimétrico ( $U$ ,  $\text{kg kg}^{-1}$ ) de uma amostra de solo é a relação entre a massa da água e a dos sólidos:

$$U = \frac{m_a}{m_s} = \frac{m - m_s}{m_s} = \frac{m}{m_s} - 1 \quad [2.2]$$

### 2.1.2 Grandezas densimétricas

O volume total  $V$  ( $\text{m}^3$ ) de uma amostra de solo, coletada num anel volumétrico, é dado por  $\pi r^2 h$ , onde  $r$  (m) é o raio e  $h$  (m) a altura do anel. Esse volume pode ser subdividido nas frações ocupadas pelos sólidos ( $V_s$ ,  $\text{m}^3$ ), pela água ( $V_a$ ,  $\text{m}^3$ ) e pelo ar ( $V_{ar}$ ,  $\text{m}^3$ ), sendo que o conjunto dos volumes de água e ar é chamado também de volume de poros ( $V_p$ ,  $\text{m}^3$ ):

$$V_p = V_a + V_{ar} \quad [2.3]$$

$$V = V_s + V_a + V_{ar} = V_s + V_p \quad [2.4]$$

As densidades da água ( $\rho_a$ ,  $\text{kg m}^{-3}$ ) e do ar ( $\rho_{ar}$ ,  $\text{kg m}^{-3}$ ) do solo podem ser consideradas constantes:  $1000 \text{ kg m}^{-3}$  e  $1,3 \text{ kg m}^{-3}$ , aproximadamente. A densidade dos sólidos ( $\rho_s$ ,  $\text{kg m}^{-3}$ ) e a do solo ( $\rho$ ,  $\text{kg m}^{-3}$ ) podem variar de um solo para o outro ou entre camadas do mesmo solo, e são parâmetros importantes por refletirem indiretamente

outras características do solo como porosidade e grau de compactação. Elas são calculadas respectivamente pelas seguintes equações:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad [2.5]$$

$$\rho = \frac{m_s}{V} \quad [2.6]$$

Para solos minerais, a densidade dos sólidos apresenta uma variação pequena entre solos, em função da mineralogia e do teor de matéria orgânica. A faixa de valores comumente encontrada vai de 2500 kg m<sup>-3</sup> a 2900 kg m<sup>-3</sup>, sendo o valor modal 2650 kg m<sup>-3</sup>. Em solos orgânicos, o valor pode variar muito mais e atingir valores tão baixos quanto 800 a 1000 kg m<sup>-3</sup>. A densidade do solo se apresenta normalmente na faixa entre 1000 kg m<sup>-3</sup> e 1800 kg m<sup>-3</sup>, sendo que existe uma correlação inversa com o teor de argila. É evidente que, além da composição granulométrica, outro fator decisivo para a densidade do solo é a estrutura ou o grau de compactação do solo.

Observe que a densidade do solo  $\rho$  é calculada com base na massa seca, ou seja, a massa do solo depois de seco em estufa a 105 °C. Por outro lado, sabemos que o volume ocupado por uma amostra de solo pode variar conforme o teor de água, especialmente em solos considerados “expansivos”, aqueles solos com argilas do tipo 2:1 ou com um teor mais elevado de matéria orgânica. Nesses casos pode ser interessante caracterizar a densidade do solo em outros teores de água também. Uma grandeza às vezes empregada nesse contexto (veja p.e. Libohova et al. (2018) e Hammond et al. (2019)) é a densidade do solo baseada no volume ocupado à tensão de -33 kPa ( $V_{33}$ , m<sup>3</sup>) ou -3,3 m, denominada de  $\rho_{33}$  (kg m<sup>-3</sup>) e definida como

$$\rho_{33} = \frac{m_s}{V_{33}} \quad [2.7]$$

O quociente de  $\rho$  e  $\rho_{33}$  pode ser usada como indicador da expansibilidade do solo e equivale à razão entre os volumes:

$$\frac{\rho}{\rho_{33}} = \frac{V_{33}}{V} \quad [2.8]$$

O volume  $V_{33}$  pode ser determinado de algumas formas. O método clássico, mas trabalhoso, utiliza um torrão de solo, equilibrado à tensão de -33 kPa (ou -3,3 m), do qual se determina o volume pelo método do torrão parafinado, baseado no princípio de

Arquimedes (Donagema et al., 2011). Alternativamente, pode-se determinar o volume da amostra seca a estufa pela medição direta de sua altura e diâmetro, e compará-lo com o volume do anel original de amostragem. Essa metodologia pode ser muito bem aplicada em amostras de solo com teor de argila mais elevado, aquelas que se tornam duros e consistentes ao secar, mas pode não funcionar bem em amostras que apresentam uma estrutura mais frágil e desmanchem facilmente quando retiradas do anel amostrador.

### 2.1.3 Grandezas volumétricas

O teor de água (ou “umidade”) a base de volume ( $\theta$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) é a relação entre o volume de água numa amostra do solo e seu volume total:

$$\theta = \frac{V_a}{V} \quad [2.9]$$

Deduz-se uma relação importante entre o *teor de água volumétrico*  $\theta$  e o *gravimétrico*  $U$  de acordo com:

$$\theta = \frac{V_a}{V} = \frac{m_a / \rho_a}{m_s / \rho} = \frac{m_a \rho}{m_s \rho_a} = U \frac{\rho}{\rho_a} \quad [2.10]$$

A Eq. [2.10] permite transformar os teores de água a base de massa em teores a base de volume, conhecendo-se a densidade do solo. Observa-se aqui que a determinação do teor de água a base de massa ( $U$ ) é, às vezes, mais fácil, pois pode ser feita com base em amostras indeformadas. Por outro lado, o teor de água a base de volume ( $\theta$ ) é o que tem normalmente um significado maior em cálculos do balanço hídrico ou da dinâmica da água no solo, por se correlacionar diretamente com lâminas e armazenagem de água (Item 2.1.5).

A *porosidade total* de uma amostra de solo ( $\alpha$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) é definida como a fração do seu volume ocupada por água e ar:

$$\alpha = \frac{V_a + V_{ar}}{V} = \frac{V_p}{V} \quad [2.11]$$

Conhecendo-se a densidade do solo e a densidade dos sólidos, pode-se calcular a porosidade pela equação

$$\alpha = \frac{V_p}{V} = \frac{V - V_s}{V} = 1 - \frac{V_s}{V} = 1 - \frac{m_s/\rho_s}{m_s/\rho} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \quad [2.12]$$

A Eq. [2.12] é usada para o cálculo da porosidade total a partir da medição da densidade do solo. Para a densidade dos sólidos, quando não é determinada, pode se usar o valor modal de 2650 kg m<sup>-3</sup> ou, em solos de textura menos argilosa, um pouco acima disso (2700 a 2750 kg m<sup>-3</sup>). Os valores da porosidade total que resultam estão normalmente entre 0,40 e 0,65 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>, maiores para solos com alto teor de argila e menores para solos arenosos e/ou compactados.

A porosidade livre de água, também chamada de *porosidade de aeração* ( $\beta$ , m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>) é a fração do volume de uma amostra ocupada por ar:

$$\beta = \frac{V_{ar}}{V} \quad [2.13]$$

Na prática, determina-se  $\theta$  pela Eq. [2.9] ou [2.10] e  $\alpha$  usando a Eq. [2.12], determinando  $\beta$  por diferença, conforme

$$\beta = \frac{V_{ar}}{V} = \frac{V_{ar} + V_a}{V} - \frac{V_a}{V} = \frac{V_p}{V} - \frac{V_a}{V} = \alpha - \theta \quad [2.14]$$

Assim, a porosidade livre de água varia conforme o teor de água. Seu valor determina a adequada aeração da zona radicular e será discutido em detalhe no Item 7.9.

O *índice de vazios* ( $e$ , m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>), utilizado mais em aplicações da engenharia civil, é definido como a razão entre o volume de poros  $V_p$  e o volume de sólidos  $V_s$ :

$$e = \frac{V_p}{V_s} \quad [2.15]$$

Lembrando-se da definição de porosidade  $\alpha$ , verificam-se as seguintes relações entre  $\alpha$  e  $e$ :

$$\alpha = \frac{V_p}{V} = \frac{V_p}{V_s + V_p} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = \frac{V_s + V_p}{V_p} = \frac{V_s}{V_p} + 1 = \frac{1}{e} + 1 = \frac{1+e}{e} \Rightarrow \alpha = \frac{e}{e+1} \quad [2.16]$$

e, consequentemente:

$$\alpha = \frac{e}{e+1} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = \frac{e+1}{e} = 1 + \frac{1}{e} \Rightarrow \frac{1}{e} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1-\alpha}{\alpha} \Rightarrow e = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad [2.17]$$

A partir do índice de vazios e do conhecimento da densidade dos sólidos, pode-se calcular a densidade do solo ( $\rho$ ) pela equação

$$\alpha = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \Rightarrow \rho = \rho_s (1 - \alpha) = \rho_s \left( 1 - \frac{e}{e+1} \right) = \frac{\rho_s}{e+1} \quad [2.18]$$

Como exemplo de cálculo das grandezas apresentadas, consideramos uma amostra de solo coletada num anel volumétrico com altura de 3 cm e diâmetro interno de 5 cm. A massa do anel é 50 g e o anel com solo úmido pesa 140 g. Após secar em estufa a massa do conjunto reduziu para 120 g. Com essas informações, qual é a densidade  $\rho$ , porosidade  $\alpha$ , teor de água da amostra a base de massa  $U$  e a base de volume  $\theta$ , e a porosidade de aeração  $\beta$ , considerando-se a densidade dos sólidos  $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ ?

Para resolver a questão, calculamos inicialmente o volume da amostra:  $V = 3\pi(2,5)^2 = 58,9 \text{ cm}^3$ . A massa do solo seco  $m_s$  é  $120 - 50 = 70 \text{ g}$ . A massa da água  $m_a$  é  $140 - 120 = 20 \text{ g}$ . Sendo assim (Eq. [2.2]),  $U = m_a / m_s = 20 / 70 = 0,286 \text{ kg kg}^{-1}$ . A densidade do solo  $\rho$  é (Eq. [2.6])  $m_s / V = 70 / 58,9 = 1,188 \text{ g cm}^{-3}$  ou  $1188 \text{ kg m}^{-3}$ . Considerando  $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ , a porosidade total (Eq. [2.12]) será  $\alpha = 1 - \rho / \rho_s = 1 - 1188 / 2650 = 0,552 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

O teor de água a base de volume  $\theta$  pode ser calculado conforme Eq. [2.10]:  $\theta = 0,286 \cdot 1188 / 1000 = 0,340 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , ou pela Eq. [2.9] considerando  $V_a = m_a / \rho_a = 20 / 1,0 = 20 \text{ cm}^3$ ,  $\theta = 20 / 58,9 = 0,340 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

Finalmente, a porosidade de aeração  $\beta$  é calculada conforme Eq. [2.14] como  $\beta = \alpha - \theta = 0,552 - 0,340 = 0,212 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

### EXERCÍCIO 2.1

Elabore uma planilha eletrônica (p.e. em Excel) para processar dados de análise de amostras como os do exemplo acima.

**EXERCÍCIO 2.2**

Uma amostra de solo seco ao ar pesa 103,8 g, e depois de seca em estufa a 105 °C ela pesa 101,0 g. Qual é a umidade a base de massa da amostra? [\[Resposta: 0,0277 kg kg<sup>-1</sup>\]](#)

**DICA:** Utilizar a Eq. [2.2].

**EXERCÍCIO 2.3**

Um horizonte B<sub>t</sub> possui uma estruturação forte subangular em blocos. A densidade dos blocos individuais é estimada em 1500 kg m<sup>-3</sup>, e a densidade média do horizonte é 1350 kg m<sup>-3</sup>. A densidade dos sólidos é 2680 kg m<sup>-3</sup>. Determinar a porosidade total do solo [\[Resposta: 0,496 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>\]](#) e das unidades estruturais [\[Resposta: 0,440 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>\]](#). Qual é a porosidade inter-agregados nesse solo? [\[Resposta: 0,100 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>\]](#)

**DICA:** Utilizar a Eq. [2.12] para a porosidade total e para as unidades estruturais.

**EXERCÍCIO 2.4**

Necessitamos preencher uma coluna de solo de 4 litros com material de solo seco ao ar. A densidade final do solo na coluna deve ser de 1300 kg m<sup>-3</sup>. O solo seco ao ar tem um teor de água a base de massa de 2,8%. Quanto solo seco ao ar devemos usar para preencher a coluna? [\[Resposta: 5,35 kg\]](#)

**DICA:** Calcular a massa do solo seco ( $m_s$ ) necessário para atingir a densidade no volume da coluna. A partir da Eq. [2.2], deduza uma relação entre  $m$  e  $m_s$ .

**EXERCÍCIO 2.5**

Um solo pode ter um teor de água a base de massa ( $U$ ) maior do que 100%? E um teor de água a base de volume ( $\theta$ ) maior do que 100% é possível?

[\[Resposta: sim e não, respectivamente: por quê?\]](#)

**2.1.4 Resumo das definições anteriores**

Para resumir o anterior e para facilitar ao leitor, seguem as equações mais importantes, frequentemente utilizadas para conversões entre as grandezas apresentadas nos itens anteriores.

Para transformar teores de água a base de massa em teores a base de volume conhecendo-se a densidade do solo, utiliza-se a Eq. [2.10] conforme:

$$\theta = U \frac{\rho}{\rho_a} \quad [2.10]$$

A porosidade total pode ser calculada conhecendo-se a densidade do solo e a densidade dos sólidos pela Eq. [2.12]:

$$\alpha = 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \quad [2.12]$$

ou, inversamente (Eq. [2.18]):

$$\rho = \rho_s (1 - \alpha) \quad [2.18]$$

Por fim, a porosidade de aeração  $\beta$  pode ser calculada em função de  $\alpha$  e  $\theta$  conforme a Eq. [2.14]:

$$\beta = \alpha - \theta \quad [2.14]$$

### 2.1.5 A lâmina de água e armazenagem

Na física do solo, hidrologia e meteorologia é muito comum usar *lâminas* ou alturas para quantificar fluxos, processos ou estados que envolvem a água. Assim, é comum expressar irrigação ou chuva em milímetros, ou a taxa de transpiração numa lâmina por tempo, por exemplo em  $\text{mm d}^{-1}$ . Essas lâminas expressam um volume por área conforme

$$L = \frac{V_a}{A} \Leftrightarrow V_a = LA \quad [2.19]$$

onde  $V_a$  ( $\text{m}^3$ ) é o volume de água,  $A$  ( $\text{m}^2$ ) é a área de superfície e  $L$  (m) a lâmina. É comum expressar lâminas em unidades de comprimento, como nos exemplos acima, normalmente mm, e nesse caso deve-se multiplicar a lâmina calculada pela Eq. [2.19] por  $1000 \text{ mm m}^{-1}$ .

A lâmina  $L$  pode assumir diversas formas, como drenagem, evaporação, chuva, transpiração, irrigação etc. Um caso especial e muito importante na física do solo é a *armazenagem de água* no perfil do solo,  $L_h$  (m). Ela é calculada pelo teor de água a base de volume,  $\theta$ , e a espessura da camada de solo considerada. Inserindo-se a definição da lâmina  $L$  (Eq. [2.19]) na definição do teor de água  $\theta$  (Eq. [2.9]), verifica-se que

$$\theta = \frac{V_a}{V} = \frac{LA}{V} \quad [2.20]$$

Lembrando que o volume de solo  $V$  é igual ao produto da área  $A$  e profundidade  $z$  (Figura 1.1) deduz-se que  $z = V / A$  e combinando isso com a Eq. [2.20] resulta em

$$\theta = \frac{L_h}{z} \quad [2.21]$$

ou, lembrando que aqui tratamos da lâmina de armazenagem de água no solo,  $L_h$ :

$$L_h = \theta z \quad [2.22]$$

A Eq. [2.22] pode ser aplicada somente nos casos em que o teor de água  $\theta$  não varia em profundidade, situação pouco comum na prática. Para aplicar a Eq. [2.22] no caso de um perfil de solo que apresenta teores de água diferentes nas suas diversas camadas e profundidades, podemos calcular a armazenagem para cada camada individualmente e depois somar os valores, ou seja

$$L_h = \sum_{i=1}^n \theta_i z_i \quad [2.23]$$

ou, em forma integral

$$L_h = \int_0^z \theta dz \quad [2.24]$$

### EXERCÍCIO 2.6

Em um solo fizeram-se medidas do teor de água antes e depois de um evento de chuva:

Camada (m)	$\rho$ (kg m <sup>-3</sup> )	$U$ (kg kg <sup>-1</sup> )	
		antes da chuva	depois da chuva
0,00-0,05	1140	0,211	0,439
0,05-0,10	1050	0,280	0,381
0,10-0,20	1210	0,319	0,348
0,20-0,40	1100	0,334	0,335

- desenhar o perfil de teor de água antes e depois da chuva em um gráfico.
- calcular a armazenagem de água no solo antes e depois da chuva.  
[Resposta: antes 138,8 mm; depois 160,8 mm]
- de quantos milímetros foi a chuva? [Resposta: 22,0 mm].

**DICA:** Calcular o teor de água a base de volume ( $\theta$ ) para cada camada, multiplicando-o pela espessura da respectiva camada para encontrar a armazenagem das camadas, conforme Eq. [2.23]. Somar as armazenagens para encontrar a armazenagem total.

### EXERCÍCIO 2.7

Um vaso numa casa de vegetação tem diâmetro de 20 cm e contém 6 litros de solo com massa úmida de 9,52 kg. Determina-se a massa úmida 3 dias após: 8,95 kg. Não houve drenagem no período. Qual foi a evaporação média no período em mm/dia?

[Resposta: 6,05 mm d<sup>-1</sup>]

### EXERCÍCIO 2.8

Qual é a lâmina de água contida num solo de 1 m de profundidade se o teor de água da camada superior (0-0,4 m) é 0,15 kg kg<sup>-1</sup> e da camada entre 0,4 e 1 m é 0,25 kg kg<sup>-1</sup>. A densidade da camada superior é 1200 kg m<sup>-3</sup> e da camada inferior é 1400 kg m<sup>-3</sup>

[Resposta: 282 mm]. Quantos m<sup>3</sup> de água existem por hectare nesse solo? [Resposta: 2820 m<sup>3</sup>].

## 2.2 A medição do teor de água no solo

O teor de água do solo, também denominado “umidade”, é uma grandeza muito importante e variável, de forma que sua medição, seja no campo ou no laboratório, é frequentemente realizada no contexto da experimentação agrônômica ou ambiental. Existem instrumentos baseados em diversos princípios para realizar essas medições e descrições detalhadas podem ser encontradas em manuais e livros-texto, sendo uma referência internacional o capítulo de Topp & Ferré (2018) no manual dos métodos físicos da *Soil Science Society of America*. Alguns dos métodos mais comuns serão apresentados resumidamente a seguir. Outros métodos que foram importantes num passado recente, como a sonda de nêutrons ou o bloco de Boyoucou, não serão discutidos por terem-se tornado obsoletos ou em desuso.

### 2.2.1 Método da pesagem ou gravimétrico

O método da pesagem ou gravimétrico é o método mais direto que existe para determinar o teor de água de uma amostra de solo, razão pela qual ele é usado frequentemente como método de referência. Determina-se a massa de uma amostra de solo úmido, submetendo-a a seguir à secagem numa estufa a 105 °C por 24 a 72 horas, pesando-a novamente para determinar sua massa seca. Subtraindo a tara (anel de amostragem), os valores obtidos permitem calcular o teor de água a base de massa ( $U$ ) pela Eq. [2.2]. No Exercício 2.2 foi apresentado um exemplo de um cálculo desse tipo. Conhecendo se o volume da amostra ou a sua densidade, pode se calcular também o teor de água a base de volume pela Eq. [2.10].

### 2.2.2 Tensiometria

Como será visto no Capítulo 3, existe uma relação física entre o teor de água do solo e a tensão sob a qual essa água se encontra. A tensão pode ser medida com um tensiômetro e a tensiometria ser tratada no Item 3.6. Conhecendo-se a relação entre o teor de água e a tensão (a curva de retenção), ela pode ser convertida no valor do teor de água.

### 2.2.3 Refletometria no domínio do tempo (TDR)

O método da refletometria no domínio do tempo, mais conhecido pela sigla TDR, é um método dielétrico que usa a radiofrequência e a capacitância elétrica do solo para medir sua permissividade dielétrica que possui uma forte correlação com o teor de água do solo. Os métodos dielétricos vêm se destacando, pois proporcionam uma boa precisão de leitura, segurança ao operador e rapidez na obtenção da estimativa do teor de água. Além disso, são facilmente automatizáveis.

O refletômetro emite um pulso no cabo conectado à sonda. Entre as hastes (guia de ondas) da sonda, o pulso se propaga na forma de micro-ondas. Ao chegar no fim do guia de ondas, o sinal é refletido e retorna ao refletômetro na forma de uma variação temporal do potencial elétrico. O refletômetro registra a tensão ao longo do tempo e cada descontinuidade na permissividade no caminho da onda causa uma reflexão parcial do sinal que será detectada pelo refletômetro.

A primeira reflexão ocorre durante a passagem da onda do cabo para o solo e a segunda reflexão ocorre no final dos guias de ondas. O intervalo de tempo entre os ecos dessas duas reflexões corresponde ao tempo de ida e volta da onda eletromagnética no solo entre os guias de onda. Esse é o valor de  $\Delta t$  (s) lido no refletômetro.

Sendo  $L$  (m) o comprimento dos guias de onda, a onda viaja  $2L$  durante  $\Delta t$  e, portanto, a velocidade média de propagação  $v$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) da onda no solo é igual a

$$v = \frac{2L}{\Delta t} \quad [2.25]$$

A velocidade de propagação de uma onda eletromagnética num meio está relacionada à sua permissividade relativa  $\epsilon_r$  conforme

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{v}\right)^2 \Leftrightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad [2.26]$$

onde  $c$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é a velocidade da luz no vácuo,  $3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . A ordem de grandeza de  $\epsilon_r$  para os componentes do solo é de aproximadamente 1 para o ar, entre 2 e 4 para os sólidos e em torno de 80 para a água. O valor muito superior da  $\epsilon_r$  da água possibilita uma determinação precisa de seu teor pela técnica do TDR. Observe que o comprimento dos guias de onda,  $L$ , é da ordem de 0,10 a 0,25 m para a maior parte dos modelos disponíveis comercialmente. Tomando como base um comprimento de 0,15 m, se o

meio for ar (ou vácuo), com  $\varepsilon_r = 1$ , a velocidade de transmissão  $v$  será igual à velocidade da luz  $c$ , e o tempo  $\Delta t$  será  $2 \times 0,15 / 3 \cdot 10^8 = 10^{-9}$  s ou um nanossegundo. Se ao invés de ar o meio seja composto por água, com  $\varepsilon_r = 80$ , a velocidade de transmissão  $v$  será igual a  $3 \cdot 10^8 / \sqrt{80} = 3,35 \cdot 10^7$  m s<sup>-1</sup> e o tempo  $\Delta t$  será 9 vezes maior, em torno de 9 ns. Sendo assim, os equipamentos TDR têm boa sensibilidade ao teor de água no solo, porém necessitam de eletrônica capaz de detectar ocorrências em tempos da ordem de 1 a 10 ns.

A equação de Topp et al. (1980) é muitas vezes citada no contexto do TDR como uma equação universal para a conversão da permissividade relativa em teor de água a base de volume conforme

$$\theta = -5,3 \cdot 10^{-2} + 2,92 \cdot 10^{-2} \varepsilon_r - 5,5 \cdot 10^{-4} \varepsilon_r^2 + 4,3 \cdot 10^{-6} \varepsilon_r^3 \quad [2.27]$$

No entanto, usuários e fabricantes de equipamentos TDR ressaltam a necessidade de se realizar uma calibração específica para cada solo. Especialmente a presença de óxidos de ferro e de alumínio, comuns nos solos tropicais, pode influenciar a calibração de um TDR.

#### 2.2.4 Refletometria no domínio da frequência (FDR)

Como o TDR, o método da refletometria no domínio da frequência ou FDR permite determinar a permissividade dielétrica do solo. Essa, como foi visto no item anterior, possui uma forte correlação com o teor de água do solo e pode assim ser convertida em teor de água, normalmente por meio de uma curva de calibração específica. Por não se basear em medições de tempo, como o TDR, mas em alterações na frequência eletromagnética, a eletrônica associada é mais simples e o equipamento FDR é, geralmente, mais barato que o TDR. Contudo, a acurácia e a resolução do FDR costuma ser menor que o TDR.

### 2.3 Energia potencial da água no solo

Para efeitos macroscópicos existem na natureza somente dois campos de força fundamentais, o campo gravitacional e o campo eletromagnético. No entanto, para a descrição de fenômenos particulares outras forças e respectivos campos podem ser definidos como, por exemplo, a força elástica ou, de grande importância na física do

solo, a força matricial. A energia de um sistema em função de sua posição dentro de um campo de força é chamada *energia potencial* ou, simplesmente, *potencial*. Além dos vários tipos de energia potencial, um sistema pode possuir energia cinética, em função de sua velocidade instantânea. Na física do solo, a energia cinética normalmente não é de importância, pois o movimento dos componentes do solo, quando ocorre, é muito lento.

No SI (Sistema Internacional de unidades), a unidade de força é o Newton (N), definido como o produto das unidades de massa e de aceleração ( $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$ ). A unidade de energia é o Joule (J), definido como o produto das unidades de força e de distância ( $1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ ). Sendo assim, energia é uma grandeza extensiva, isto é, sua quantidade é função da extensão do sistema.

Destaca-se aqui a energia potencial da água no solo, pois ela assume um papel muito importante no solo, como será visto em capítulos mais adiante. O potencial da água no solo é geralmente expresso em termos de energia específica, ou seja, numa unidade de energia dividida por uma unidade que expressa a extensão (o tamanho) do sistema (água). Assim, a unidade resultante torna-se uma grandeza intensiva (que independe da extensão do sistema). Grandezas para expressar a extensão do sistema são a massa, o volume, o número de mol e, especialmente prático para o caso do potencial da água, o peso.

No caso do potencial específico expresso em termos de *massa*, sua unidade se torna  $\text{J kg}^{-1}$ , equivalente também a  $\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$ . Em geral, a base massa não é muito prática e de uso limitado. Da mesma forma, a utilização da energia potencial por número de mol de substância, comum na termodinâmica de gases e na química e que resulta na unidade  $\text{J mol}^{-1}$ , não é de uso frequente na física do solo.

Expressando o potencial específico a base de *volume*, obtém-se a unidade  $\text{J m}^{-3}$  que é igual a  $\text{N m m}^{-3} = \text{N m}^{-2}$ , unidade de pressão (força por área) denominada também de Pascal (Pa). Assim, é comum expressar valores do potencial da água no solo em unidades de pressão como Pa e suas derivadas hPa, kPa e MPa, mas utilizam-se também outras unidades de pressão como o bar ou atm. É importante lembrar que todas essas unidades de pressão, no contexto do potencial, têm o significado de energia por unidade de volume.

Um caso particular e muito prático se revela quando utilizamos o peso da água como base para a transformação. Peso equivale à força gravitacional  $F_g$  (N), definida como  $F_g = m g$ , onde  $g$  é a aceleração gravitacional,  $9,81 \text{ m s}^{-2}$  na superfície da Terra. O potencial expresso a base de peso tem, portanto, como unidade o  $\text{J N}^{-1}$ . Como um J equivale a um N m,  $1 \text{ J N}^{-1}$  é igual a 1 m. Dessa forma, é muito comum expressar o potencial da água no solo em unidades de distância, por exemplo o m ou o cm. Observe que quando se afirma que em determinado solo o potencial da água equivale a, por exemplo,  $200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$ , isso significa que a água nesse solo possui 2 J de energia por N de peso a mais do que a mesma quantidade de água no estado padrão. Para interpretar esse resultado, lembremos que o peso de 1 N equivale a uma massa de 0,0981 kg ou aproximadamente 100 g.

Pelo fato de a unidade de distância, quando utilizada como unidade para o potencial (ou energia específica) da água no solo, ser equivalente à unidade de energia dividida pela unidade de peso, verifica-se que o uso de unidades estendidas como cm-H<sub>2</sub>O e cm-água, como encontradas com alguma frequência em textos, é desnecessário.

#### **EXERCÍCIO 2.9**

A energia cinética, em J, é dada por  $mv^2/2$ . Deduza a fórmula para calcular a energia cinética específica por unidade de peso, portanto em unidades de m (J/N). Quanto é essa energia cinética específica para um corpo à velocidade de 1 m/d? [Resposta:  $6,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ ]. Compare esse valor com a ordem de grandeza dos potenciais da água no solo, geralmente entre -1 e -1000 m.

#### **EXERCÍCIO 2.10**

Se o potencial de água no solo é -20 m, quanto é em  $\text{J kg}^{-1}$ , em kPa e em  $\text{J mol}^{-1}$ ? Utilize  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  e  $M_{\text{água}} = 0,018 \text{ kg mol}^{-1}$ . [Resposta:  $-196,2 \text{ J kg}^{-1}$ ,  $-196,2 \text{ kPa}$  e  $-3,53 \text{ J mol}^{-1}$ ].

## **2.4 Qualidade física do solo e “saúde” do solo**

Os termos “qualidade física do solo” e “saúde do solo” (ou, em inglês, *soil health*) ganharam popularidade recentemente, mas devemos lembrar que é necessário um profundo conhecimento da área fundamental (e da qual trata esse livro), a física do solo e das interrelações ecossistêmicas existentes para abordá-los com propriedade. Sem isso, o tratamento dos temas não passará de genérica e intuitiva, pouco eficiente e

muitas vezes obsoleta. Uma abordagem interessante sobre o tema pode ser encontrada em De Jong Van Lier (2014) e em De Jong Van Lier & Gubiani (2015).

A *qualidade física do solo* pode ser definida como um conjunto de propriedades físicas e processos controlando direta ou indiretamente as funções ambientais, agrícolas e/ou outras do solo. A maioria das propriedades e processos que determinam a qualidade física do solo depende das interações entre as fases sólida, líquida e gasosa, e está sensível ao teor de água no solo. A forma mais simples de se avaliar a qualidade física do solo é pelo estudo de suas propriedades individuais no intervalo de variação natural, seguido pelo agrupamento em índices de qualidade (Reynolds et al., 2002; Karlen et al., 2008).

A qualidade física do solo expressa a capacidade do solo em proporcionar as condições adequadas necessárias para um determinado uso. Mais comumente entende-se por qualidade física do solo sua capacidade em proporcionar condições adequadas à produtividade agrícola, aliadas à sustentabilidade do sistema de manejo, isto é, garantindo a manutenção do solo e de seu ambiente ao longo do tempo. Em termos físicos, para apresentar uma boa qualidade o solo deve proporcionar às culturas condições mecânicas que permitem o crescimento do sistema radicular (penetrabilidade), propriedades térmicas e gasosas que proporcionem uma temperatura e atmosfera adequadas para o desenvolvimento radicular e propriedades hidráulicas que facilitam a retenção e a absorção de água pelo sistema radicular. No âmbito da conservação ecológica de ambientes, a ênfase muitas vezes está no controle da erosão, a mitigação da poluição do solo e dos corpos de água e a manutenção da vegetação original, onde presente. Fica clara a necessidade de um bom conhecimento da física do solo para fazer qualquer interpretação sobre a qualidade física do solo. Esse livro pretende subsidiar esse conhecimento para os interessados.

O termo *saúde do solo*, empregado com frequência cada vez maior no meio científico, parece inadequado quando recordamos o significado da palavra “saúde”. Segundo o dicionário *Michaelis*, saúde é o “estado do organismo com funções fisiológicas regulares e com características estruturais normais e estáveis, levando-se em consideração a forma de vida e a fase do ciclo vital de cada ser ou indivíduo”. Similarmente, a *Oxford Languages* define saúde como “estado de equilíbrio dinâmico entre o organismo e seu ambiente, o qual mantém as características estruturais e

funcionais do organismo dentro dos limites normais para sua forma de vida e para a sua fase do ciclo vital”. Sendo assim, é evidente que não podemos falar, literalmente, da saúde de um solo, pois um solo não é um organismo vivo. Pela mesma razão, um solo não pode estar doente nem existe a morte de um solo ou um médico de solos. Por outro lado, entendemos aquilo que os usuários do jargão querem dizer, que mais se refere às primeiras partes das definições acima. Constatamos que o termo é bastante impreciso.

Dessa forma, o termo desqualificado “saúde do solo” seria sinônimo de uma “boa” qualidade física do solo, termo subjetivo e que necessita de definição, além de profundo conhecimento de física do solo e do ambiente para ser bem empregado.

## **2.5 A compactação e seu efeito sobre as propriedades do solo**

A mais frequente modificação da estrutura com efeito mais permanente sobre as propriedades físicas do solo é a compactação. A compactação do solo mais comum é causada pela passagem de máquinas ou pelo pisoteio de animais e consiste da redução do volume do solo pela destruição de macroporos, com consequências para praticamente todas as propriedades físicas do solo e, portanto, para o seu funcionamento físico.

O estado de compactação pode ser avaliado pela medição direta de características como a densidade, porosidade ou macroporosidade, mas também pode ser inferido indiretamente pela medição de propriedades do solo que são afetadas pela compactação. Propriedades que possuem uma relação forte com a compactação são a resistência do solo à penetração, a condutividade hidráulica saturada, a capacidade de infiltração e a permeabilidade ao ar. Na Tabela 2.1 apresentam-se diversas grandezas físicas do solo que serão tratadas nesse livro e como elas são afetadas pela compactação.

Tabela 2.1 - Grandezas físicas do solo e como elas são afetadas pela compactação.

Para a grandeza ...	Sím-bolo	Item	... a compactação, com conseqüente redução da porosidade total, em especial da macroporosidade, tem como conseqüência ...
água disponível	$AD$	6.2	um aumento de $AD$ . Sendo $AD$ definida pela diferença entre capacidade de campo $CC$ e ponto de murcha permanente $PMP$ , pelo fato de a $CC$ aumentar, a $AD$ também aumenta. Observe que essa previsão desconsidera qualquer efeito da compactação sobre a distribuição e densidade radicular.
calor específico do solo	$c$	8.3	um aumento de $c$ , conforme mostra a Eq. [8.7]
capacidade de campo	$\theta_{cc}$	5.13	um aumento de $\theta_{cc}$ quando avaliado pelo critério de fluxo. Pela redução na condutividade hidráulica em condições (quase-) saturadas causada pela compactação, o fluxo desprezível, critério para a capacidade de campo, será atingido num teor de água maior.
capacidade de infiltração	$i$	5.12	uma redução de $i$ . A condutividade hidráulica do solo saturado é menor no solo compactado, resultando numa capacidade de infiltração menor também.
condutividade hidráulica	$K$	5.6	uma redução da condutividade hidráulica na parte mais úmida (pelos motivos apresentados para o $K_s$ ). Entretanto, na parte mais seca, devido à redução do espaço ocupado por macroporos, o aumento da microporosidade e o conseqüente aumento do fator de tortuosidade $\xi$ para essas condições, o valor de $K$ pode aumentar.
condutividade hidráulica saturada	$K_s$	5.4.3	uma redução de $K_s$ . A perda de macroporos tem um efeito pronunciado nessa grandeza, como podemos entender pela Lei de Poiseuille (Eq. [5.14]) e pela teoria de Childs & Collis-George (1950), Eq. [5.47].
condutividade térmica	$\lambda$	8.5	um aumento na condutividade térmica, pois ela é favorecida por sólidos e desfavorecida por poros, em especial macroporos. Veja também a Figura 8.6 e, por exemplo, o modelo de Farouki (1986), Eq. [8.32].
difusividade gasosa	$D_c^{solo}$	7.6	uma redução na $D_c^{solo}$ em condições secas. $D_c^{solo}$ é linearmente proporcional ao fator de tortuosidade $\xi$ (Eq. [7.25]), e $\xi$ para o solo seco é dado pela Eq. [7.27] e reduz conforme a porosidade total $\alpha$ diminui.
difusividade hidráulica	$D_H$	5.7	uma redução de $D_H$ em condições úmidas. Conforme mostra a Eq. [5.78], $D_H$ é definida como o produto de $K$ e $dh/d\theta$ . A compactação resulta na redução de $\Delta\theta$ num trecho $\Delta h$ , ou seja, $dh/d\theta$ aumenta. A redução expressiva de $K$ , contudo, deve mais do que compensar o aumento de $dh/d\theta$ , levando a uma redução de $D_H$ . Para condições mais secas, a previsão é menos trivial e deve ser analisada caso a caso.

Para a grandeza ...	Símbolo	Item	... a compactação, com conseqüente redução da porosidade total, em especial da macroporosidade, tem como conseqüência ...
difusividade térmica	$D_T$	8.6	um aumento na $D_T$ , definido pela Eq. [8.24] como $\lambda/c$ , onde o efeito do aumento na condutividade térmica $\lambda$ será mais pronunciado que o aumento no calor específico $c$ . Veja também a Figura 8.7.
drenagem profunda	$D$	6.4	uma diminuição da drenagem profunda. Como haverá um aumento do escoamento superficial $R$ , menos água infiltrará no solo refletindo numa redução da água drenada.
escoamento superficial	$R$	6.4	um aumento de $R$ em função da diminuição de $K_s$ e da capacidade de infiltração. Sendo assim, uma maior fração da pluviosidade ocorrerá a intensidades que superam a capacidade de infiltração, causando escoamento superficial ou runoff.
índice de vazios	$e$	2.1	uma redução no $e$ em conseqüência da redução do volume de poros $V_p$ e da porosidade $\alpha$ , como mostram as Eqs. [2.15] e [2.17].
macroporosidade	$\alpha_{ma}$	2.1	uma redução implícita da macroporosidade.
microporosidade	$\alpha_{mi}$	2.1	um aumento em $\alpha_{mi}$ , pois macroporos são convertidos em microporos.
parâmetro $\lambda$ de Brooks & Corey	$\lambda$	3.9.2	mais provável uma redução de $\lambda$ . Como mostra a Figura 3.33, um aumento de $\lambda$ resulta numa maior concentração de poros com raios mais próximos ao valor correspondente a $h_b$ , que são macroporos. No caso de compactação esperamos uma redução de macroporos, portanto uma redução de $\lambda$ .
parâmetro $\alpha$ de Van Genuchten	$\alpha$	3.9.1	uma alteração indefinida do parâmetro $\alpha$ . O valor do $\alpha$ define, juntamente com o parâmetro $n$ , o potencial matricial do ponto de inflexão (Eq. [3.63] e Figura 3.31), mas sua alteração como efeito da compactação é imprevisível.
parâmetro $n$ de Van Genuchten	$n$	3.9.1 5.6.5	uma alteração indefinida do parâmetro $n$ . Valores maiores de $n$ correspondem a uma distribuição mais desigual dos tamanhos de poros, como mostra a Figura 3.31. Levam também a uma redução menos rápida de $K(h)$ na parte úmida e mais rápida na parte seca (Figura 5.12). Enfim, não possui um significado físico definido.
parâmetro $l$ de Mualem	$l$	5.6.3	uma redução de $l$ . O parâmetro $l$ reflete no valor de $dK/d\Theta$ (Eq. [5.58]). Num solo compactado, espera-se uma redução menor da condutividade hidráulica conforme o teor de água vai diminuindo, ou seja, um valor de $l$ menor, muitas vezes negativo.
ponto de murcha permanente	$\theta_{pmp}$	3.9.4	um $\theta_{pmp}$ praticamente igual, pois é definido pelos poros muito pequenos (criptoporos), praticamente não afetados pelos processos comuns de compactação.
porosidade total	$\alpha$	2.1	uma redução implícita da porosidade.

Para a grandeza ...	Símbolo	Item	... a compactação, com conseqüente redução da porosidade total, em especial da macroporosidade, tem como conseqüência ...
pressão de entrada de ar	$h_b$	3.9.2	um aumento do módulo $ h_b $ . O valor de $h_b$ corresponde à tensão na qual o maior poro do solo perde sua água. Como a compactação reduz o número de macroporos, espera-se que $ h_b $ aumenta. Veja também a Figura 3.33.
sorptividade	$S$	5.12.3	uma redução da sorptividade. $S$ é diretamente proporcional à taxa de infiltração (Eq. [5.131]), que por sua vez se correlaciona com $K_s$ , menor no solo compactado.
teor de água na saturação	$\theta_s$	2.1	uma redução, pois $\theta_s$ é igual à porosidade total que diminui sob compactação.
teor de água residual	$\theta_r$	3.9.4	um $\theta_r$ praticamente igual, pela mesma razão do $\theta_{pmp}$ .



# 3 Potenciais da água no solo

---

## 3.1 Introdução

Como introduzido no Item 2.3, a energia potencial ou o potencial da água no solo pode ser expresso em unidades de pressão (Pa, kPa, MPa, atm, bar) representando a energia por unidade de volume, ou em unidades de comprimento (m, cm) representando a energia por peso. A contabilização dos potenciais é importante essencialmente para se calcular gradientes do potencial total  $H$ , isto é, o quanto o potencial varia na distância. Esses gradientes determinam o movimento da água no solo, como será visto no Capítulo 5.

O gradiente de potencial pode ser expresso em cada uma das três dimensões  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Na física do solo é muito comum expressá-lo na dimensão vertical ( $z$ ) pelo fato de muitos processos ocorrerem nessa direção. O gradiente de potencial recebe várias notações, de acordo com a preferência do autor. Assim, pode ser simbolizado por

$$\frac{dH}{dx}$$
$$\text{grad}H \quad [3.1]$$

$$\nabla H$$

onde o símbolo  $\nabla$  é denominado “nabla”. O gradiente de potencial é adimensional ( $\text{m m}^{-1}$ ) quando o potencial é expresso a base de peso, ou tem a unidade  $\text{Pa m}^{-1}$  quando se utiliza o potencial a base de volume. Analisando a unidade  $\text{Pa m}^{-1}$  e lembrando que  $\text{Pa} = \text{N m}^{-2}$ , ela equivale a  $\text{N m}^{-3}$ , ou seja, o gradiente de potencial pode ser interpretado também como uma força (N) que atua num volume ( $\text{m}^3$ ) de água. Essa força, também chamada de força de disjunção (veja p.e. em Smagin, 2018), quando atua num sistema (nesse caso, o respectivo volume de água no solo) resulta numa aceleração, isto é, havendo um gradiente de potencial esse provocará a aceleração da água. Quando a água começa a desenvolver uma velocidade, uma força oposta, de atrito ou viscosidade,

começará a atuar e ultimamente eliminará a força correspondente ao gradiente, fazendo com que a água se desloque sem aceleração, a uma velocidade constante. Esse equilíbrio entre o gradiente de potencial e a força de atrito é expresso pela Lei de Poiseuille que é a base do estudo do fluxo de fluidos em meios porosos e que será demonstrada também no Capítulo 5.

Os principais potenciais que compõem o *potencial total da água* no solo são

1. O potencial gravitacional, sempre presente na superfície terrestre;
2. O potencial de pressão, presente quando o solo está saturado com água, ou seja, quando todos os seus poros contêm água;
3. O potencial matricial, que atua somente quando o solo não está saturado, ou seja, quando alguns de seus poros contêm água e outros ar;
4. O potencial osmótico, presente quando há solutos dissolvidos na água do solo.

Observe que o potencial de pressão e o matricial não coexistem, uma vez que o de pressão só existe no solo saturado e o matricial somente no não-saturado. O potencial total  $H$  é simplesmente a soma dos potenciais, ou seja

$$H = h + z + h_{\pi} + \dots \quad [3.2]$$

onde  $h$  é o potencial de pressão ou matricial,  $z$  é o potencial gravitacional e  $h_{\pi}$  é o potencial osmótico, a serem tratados nos itens seguintes.

### 3.2 O potencial gravitacional

O potencial gravitacional está sempre presente e seu valor não é afetado pela condição ou estado hídrico do solo. Símbolos em uso para representar o potencial gravitacional são  $\psi_g$  ou, internacionalmente e nesse livro,  $z$ . A energia gravitacional  $E_g$  de um corpo pode ser calculada utilizando a definição de energia, que é igual ao produto de força e distância, assim

$$E_g = F_g \Delta h = mg \Delta h \quad [3.3]$$

onde  $F_g$  (N) é a força gravitacional,  $m$  (kg) é a massa,  $g$  ( $m s^{-2}$ ) é a aceleração gravitacional e  $\Delta h$  (m) é a diferença de altura entre a posição do corpo em questão e uma posição de

referência arbitrária. Expressando o potencial gravitacional  $z$  em metros, que representa a energia específica a base de peso ( $= mg$ ), seu valor passa a ser igual a  $\Delta h$ :

$$z = \frac{E_g}{F_g} = \Delta h \quad [3.4]$$

Quando expresso a base de volume (em Pa), fica igual a

$$z = \frac{mg\Delta h}{V} = \rho g \Delta h \quad [3.5]$$

Em física do solo, a *referência gravitacional* a partir da qual  $\Delta h$  é calculada e onde  $z = 0$ , é normalmente escolhida na superfície do solo, mas pode ser colocada em qualquer outra posição também. Sua posição interfere nos valores absolutos de  $z$ , mas não na diferença ou no gradiente de  $z$  entre dois pontos. O potencial gravitacional será positivo quando o ponto considerado estiver numa posição acima da referência e negativo quando estiver abaixo do nível de referência.

Um perfil do potencial gravitacional em função da profundidade no solo será, de acordo com a Eq. [3.4], uma simples linha reta com inclinação unitária e, com a referência gravitacional na superfície ( $z = 0$ ), passa pela origem (Figura 3.1). O gradiente de  $z$  ( $\nabla z$ ) é implicitamente igual a  $1 \text{ m m}^{-1}$ .

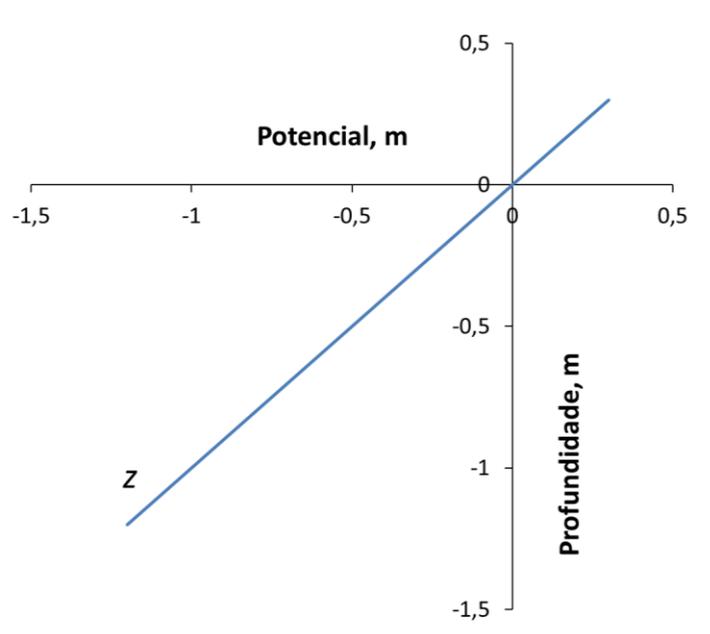


Figura 3.1 - Perfil do potencial gravitacional em função da profundidade no solo (Eq. [3.4]), considerando a referência gravitacional na superfície do solo.

**EXERCÍCIO 3.1**

Qual é o valor de  $\nabla z$  expresso em  $\text{Pa m}^{-1}$ ? *(Resposta: 9810 Pa m<sup>-1</sup>).*

**DICA:** Utilize a Eq. [3.5]

**3.3 O potencial de pressão**

O potencial de pressão da água no solo, com símbolo  $\psi_p$  ou, nesse livro,  $h$ , representa a energia que ela possui em função da pressão exercida pelo fluido (água e ar atmosférico) sobrejacente. Na prática da física do solo, aplica-se como referência a pressão (atmosférica) do ar, ou seja, *quando a pressão em determinado ponto é igual à atmosférica local, consideramos o potencial de pressão igual a zero*. A energia de pressão  $E_p$  sempre será positiva e ela irá aumentar de acordo com a Lei de Pascal:

$$E_p = mg\Delta h \quad [3.6]$$

Essa equação é igual à Eq. [3.3], mas deve ser lembrada que  $E_p$  aumenta de cima para baixo, enquanto  $E_g$  aumenta de baixo para cima. Análogo às Eqs. [3.4] e [3.5] temos, para  $h$  a base de peso (em metros)

$$h = \Delta h \quad [3.7]$$

e para  $h$  a base de volume (em Pa)

$$h = \rho g \Delta h \quad [3.8]$$

A Eq. [3.8] é a expressão comumente utilizada para se calcular a pressão (Pa) num fluido sem movimento. A Figura 3.2 mostra os perfis dos potenciais gravitacional e de pressão em função da profundidade no solo (Eqs. [3.4] e [3.7]) para um solo saturado da superfície para baixo e no qual não há movimento da água. Essa situação somente pode ocorrer quando há um impedimento físico em profundidade que impossibilita o movimento da água.

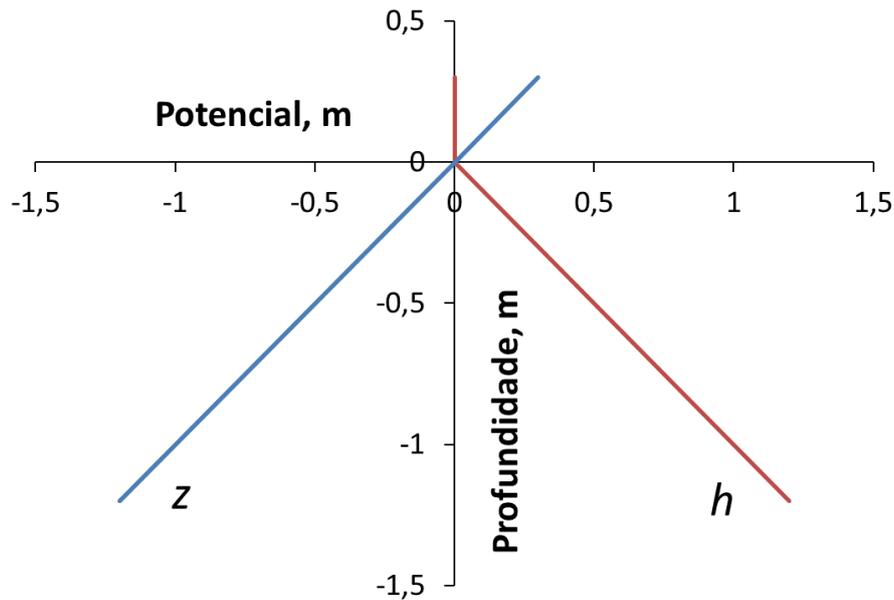
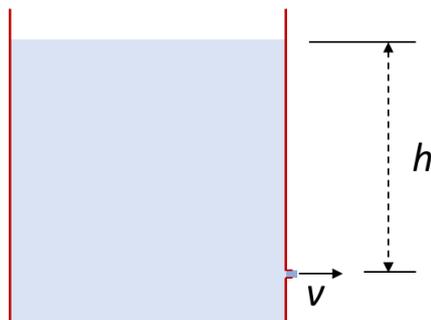


Figura 3.2 - Perfis dos potenciais gravitacional e de pressão em função da profundidade no solo (Eqs. [3.4] e [3.7]) para um solo saturado da superfície para baixo, considerando a superfície do solo como referência de  $z$  e a pressão atmosférica como referência de  $h$ .

**EXERCÍCIO 3.2**

a. Na figura abaixo, qual é o valor do potencial de pressão na profundidade  $h$  (profundidade da saída da água)?



b. Considerando que toda a energia potencial de pressão é convertida em energia cinética, deduza uma equação para calcular a velocidade com que a água sai pela abertura em função da altura  $h$ .

**Observação:** A equação deduzida é denominada o teorema de Torricelli.

### 3.4 O potencial osmótico

O potencial osmótico  $h_{\pi}$  (m) é função da concentração de solutos (íons, sais)  $C$  ( $\text{mol m}^{-3}$ ) e pode ser demonstrado a partir da equação de Van 't Hoff que é igual a

$$h_{\pi} = -\frac{RT}{\rho g} C \quad [3.9]$$

onde  $R$  ( $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) é a constante universal dos gases ideais,  $T$  (K) é a temperatura absoluta,  $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) é a densidade da solução (normalmente considerada igual à densidade da água pura) e  $g$  ( $\text{m s}^{-2}$ ) é a aceleração gravitacional. Supondo os valores  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ ,  $T = 298 \text{ K}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$  e  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ , a Eq. [3.9] se torna

$$h_{\pi} = -0,2526C \quad [3.10]$$

ou seja, o potencial osmótico em unidades de m é aproximadamente um quarto da concentração de solutos em  $\text{mol m}^{-3}$ .

O potencial osmótico somente tem um papel no movimento da água na presença de membranas semipermeáveis pelas quais a água passa, mas os solutos não (como é o caso em células vegetais, por exemplo na absorção de água e solutos pelo sistema radicular) ou quando ocorre a evaporação ou condensação da água, por exemplo nos poros próximos à superfície do solo. Nessas condições, gradientes grandes de potencial osmótico podem surgir que podem afetar o movimento da água correspondente. Em outros cenários, não há geralmente um gradiente de  $h_{\pi}$  significativo e sua quantificação pode ser ignorada.

### 3.5 O potencial matricial e a retenção da água no solo

O potencial matricial se refere à energia da água em função da sua adesão aos sólidos que formam a matriz do solo. Esse potencial é muito importante e, junto com o potencial gravitacional, dá origem à maior parte do movimento da água no solo em condições não-saturadas. No solo mais seco e no processo de absorção de água pelas plantas, o gradiente de potencial matricial é praticamente a única causa do movimento da água. Seu entendimento é de grande importância na física do solo e mais complexo do que dos potenciais apresentados anteriormente. Os itens a seguir tratam do assunto.

### 3.5.1 Tensão superficial

A origem do potencial matricial está no fenômeno da tensão superficial. A tensão superficial é uma propriedade de qualquer fluido, seja gás ou líquido, causada por um desequilíbrio de forças intermoleculares nas extremidades do sistema.

Nas interfaces entre um sistema fluido e seu meio menos denso (na prática: uma interface entre um líquido e um gás ou entre um gás e um vácuo), a coesão entre as moléculas do sistema é maior que a adesão de suas moléculas às do meio. Logo, as moléculas próximas à superfície do fluido estão sujeitas a uma força resultante no sentido do interior do fluido, gerando uma pressão no interior do fluido (Figura 3.3).

Consequentemente, a energia de uma molécula na superfície do fluido se torna maior que no seu interior, fazendo com que o fluido tenda a minimizar sua superfície. O formato que proporciona a menor razão entre área e volume é a esfera e é por essa razão que, na ausência de outras forças, fluidos assumem um formato esférico. Qualquer ação que implica em aumentar a superfície de um fluido terá que superar essa resistência do fluido contra a deformação. É como se o fluido fosse envolto por uma membrana invisível que lhe proporcionasse o formato de menor área possível. O fenômeno descrito é chamado de *tensão superficial*. Exemplos de sistemas com tensão superficial são gotas de água, bolhas de sabão, estrelas e até o formato esférico do planeta Terra tem sua origem na tensão superficial, pois o planeta possuía uma superfície líquida-gasosa quando se formou.

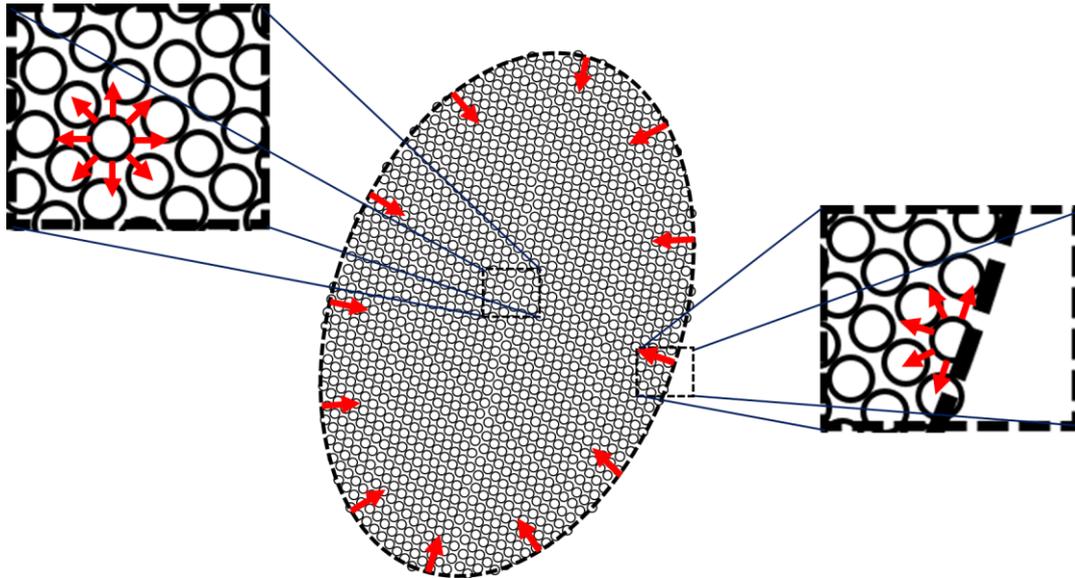


Figura 3.3 - Representação esquemática e bidimensional de um sistema fluido, mostrando o equilíbrio das forças intermoleculares no centro e o desequilíbrio nas bordas, dando origem ao fenômeno da tensão superficial

Ao deformar o formato de um corpo de um fluido a partir do formato esférico, energia deve ser fornecida para aumentar a área superficial, pois mais moléculas passam a ocupar posições com maior energia próximas à superfície. Essa energia se expressa em unidades de energia por área ( $\text{J m}^{-2}$ ) e é denominada de tensão superficial  $\sigma$ . Observe que sua unidade pode tanto ser expresso como energia por área ou (mais comum) como força por distância, pois  $\text{J m}^{-2} = \text{Nm m}^{-2} = \text{N m}^{-1}$ .

A Tabela 3.1 mostra valores de tensão superficial de alguns líquidos a  $20^\circ\text{C}$ . Em se tratando da água, devido à coesão relativamente alta entre suas moléculas, sua tensão superficial é um pouco maior ( $\sigma_{\text{água}} = 0,073 \text{ N m}^{-1}$ ) do que da maioria dos outros líquidos com moléculas semelhantes. A tensão superficial diminui com o aumento da temperatura. Na faixa de temperatura entre  $5$  e  $50^\circ\text{C}$ , a tensão superficial  $\sigma$  ( $\text{N m}^{-1}$ ) da água pode ser aproximada pela seguinte equação linear:

$$\sigma = 0,075781 - 0,000155t \quad [3.11]$$

onde  $t$  é a temperatura em  $^\circ\text{C}$ .

Tabela 3.1 - Tensão superficial de alguns líquidos a 20 °C.

Líquido	Tensão superficial $\sigma$ (N m <sup>-1</sup> = J m <sup>-2</sup> )
acetona	0,023
<b>água</b>	<b>0,073</b>
benzeno	0,029
clorofórmio	0,027
etanol	0,022
mercúrio	0,500

### 3.5.2 Pressão de Laplace

O fenômeno da tensão superficial dá origem à existência de uma pressão em superfícies curvas. Para a demonstração de seu equacionamento pode-se utilizar um sistema fluido esférico, por exemplo uma gota de água perfeita.

A área  $A$  (m<sup>2</sup>) de uma esfera é função de seu raio  $R$  (m) conforme

$$A = 4\pi R^2 \quad [3.12]$$

e dessa forma, qualquer alteração infinitesimal  $dR$  do raio resulta numa alteração da área  $dA$  conforme

$$dA = d(4\pi R^2) = 8\pi R dR \quad [3.13]$$

Conforme visto no item anterior, a tensão superficial  $\sigma$  representa a energia  $E_s$  (J) por área superficial  $A$  (m<sup>2</sup>) do fluido, ou seja

$$\sigma = \frac{E_s}{A} \Leftrightarrow E_s = \sigma A \quad [3.14]$$

e conseqüentemente, para mudanças infinitesimais,

$$dE_s = \sigma dA \quad [3.15]$$

A combinação das Eqs. [3.13] e [3.15] resulta em

$$dE_s = 8\pi\sigma R dR \quad [3.16]$$

que quantifica a relação entre a variação do raio de uma esfera e sua energia superficial devida à tensão superficial.

O trabalho  $W$  (J) realizado para a alteração do raio em função da pressão superficial  $P_c$  (Pa) é dado pela própria definição do trabalho pressão-volume, isto é

$$W = P_c dV \quad [3.17]$$

O volume  $V$  (m<sup>3</sup>) da esfera em função de seu raio  $R$  (m) é dado por

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad [3.18]$$

e conseqüentemente,

$$dV = d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = 4\pi R^2 dR \quad [3.19]$$

Pela combinação das Eqs. [3.17] e [3.19] obtém-se

$$W = 4\pi P_c R^2 dR \quad [3.20]$$

Pelo princípio da conservação de energia, a variação da energia superficial (Eq. [3.16]) e o trabalho realizado (Eq. [3.20]) são iguais, ou seja

$$4\pi P_c R^2 dR = 8\pi\sigma R dR \quad [3.21]$$

que explicitando  $P_c$  reduz para

$$P_c = \frac{2\sigma}{R} \quad [3.22]$$

A Eq. [3.22] é a equação de Young-Laplace para superfícies esféricas e a pressão  $P_c$  é chamada de *pressão de Laplace* ou, no caso de sua aplicação em tubos capilares, *pressão capilar*.

### EXERCÍCIO 3.3

Calcular a pressão dentro de gotas esféricas de água de 1 mm e 1 cm de diâmetro.

[Resposta: 292,2 e 29,2 Pa, respectivamente].

### 3.5.3 Ascensão capilar

A pressão capilar dá origem ao fenômeno de *capilaridade* que é observado sempre que um líquido é contido num tubo capilar, tipicamente um cilindro oco com diâmetro da ordem de 1 mm ou menor.

Focando no caso da água num capilar de vidro, as moléculas próximas à parede de vidro estão sujeitas a uma atração (força de adesão) pela parede de vidro, em outras palavras, a adesão vidro-água é mais forte que a coesão entre as moléculas da própria água. Assim, existe a tendência de a água molhar a superfície de vidro, pois o vidro é considerado uma superfície hidrofílica.

Essa situação é mostrada na Figura 3.4A onde se formou uma superfície curva dentro do capilar, dando origem a uma pressão capilar  $P_c$  (Eq. [3.22]) e, conseqüentemente, a uma força correspondente  $F_c$  conforme

$$F_c = P_c A \quad [3.23]$$

onde  $A$  ( $m^2$ ) é a área da seção transversal do capilar. A existência da força  $F_c$  fará com que a superfície da água dentro do capilar suba e a coluna de água formada dentro do capilar exerça um peso representado pela força gravitacional  $F_g$  na Figura 3.4B. A situação de equilíbrio será atingida quando a ascensão capilar atinge uma altura  $h$  que corresponde ao equilíbrio de forças,  $F_c = F_g$  (Figura 3.4C).

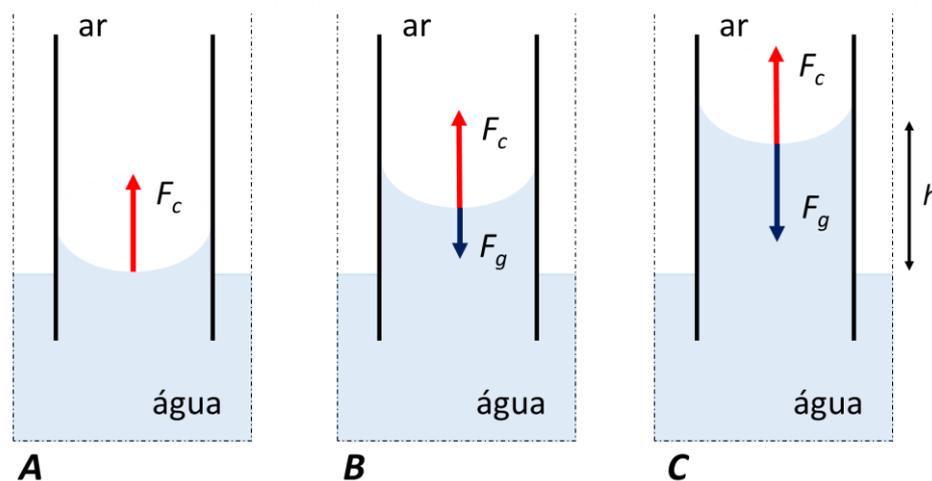


Figura 3.4 - Ascensão capilar em etapas: (A) a água próxima à parede é atraída e molha a superfície, dando origem a uma força capilar  $F_c$ ; (B) a água está subindo no capilar enquanto existe uma força resultante composta da força capilar  $F_c$  e da força gravitacional  $F_g$ ; (C) situação final de equilíbrio na qual  $F_c = F_g$ .

A Figura 3.5 mostra novamente a situação de equilíbrio. Nela verificamos o raio do tubo capilar  $r$  (m), o raio de curvatura  $R$  (m) do menisco capilar, a altura de ascensão  $h$  (m) e o ângulo de contato  $\alpha$  entre a água e a parede capilar que pode ser utilizado como indicador do grau de hidrofília ou hidrofobia de uma superfície. Superfícies hidrofílicas apresentam um ângulo de contato agudo (menor que  $90^\circ$ ) e superfícies hidrofóbicas se caracterizam por ângulos obtusos (maior que  $90^\circ$ ). O vidro, bem como a maior parte dos minerais que compõem a matriz do solo, é altamente hidrofílico e para

uma interface capilar água-vidro-ar supõe-se geralmente que  $\alpha$  seja igual a  $0^\circ$ . Ângulos maiores e até hidrofobia, podem ocorrer na presença de matéria orgânica.

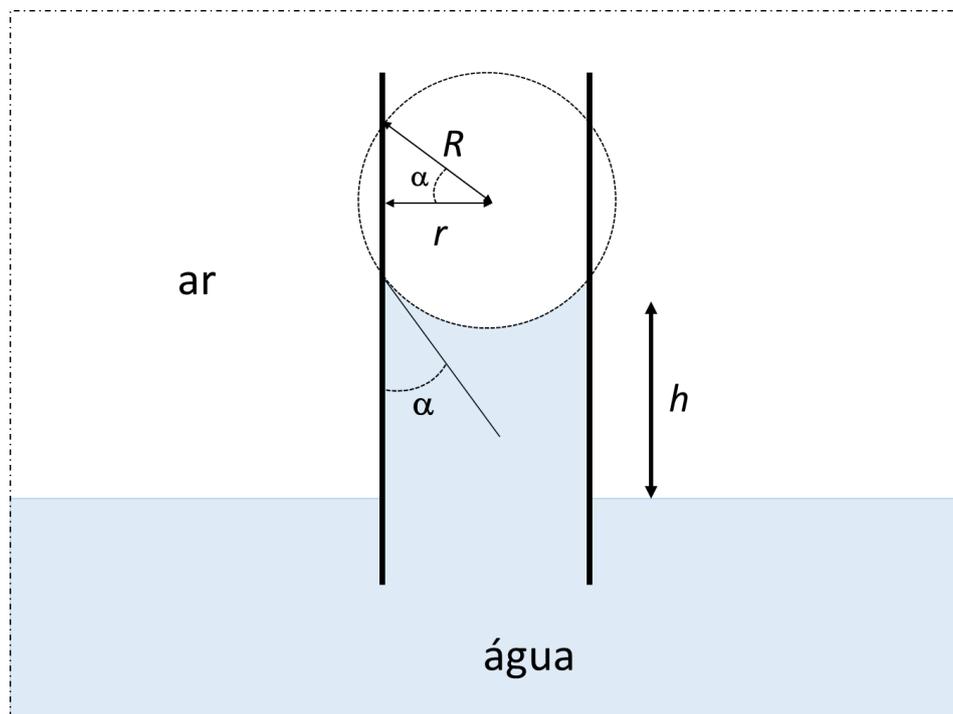


Figura 3.5 - Desenho esquemático da ascensão capilar ( $r$ : raio do capilar ou poro;  $R$ : raio de curvatura do menisco;  $h$ : altura de ascensão capilar;  $\alpha$ : ângulo de contato entre a água e a parede do capilar).

Pela Figura 3.5 verifica-se a seguinte relação trigonométrica entre o raio do capilar  $r$ , o raio de curvatura  $R$  e o ângulo de contato  $\alpha$ :

$$\cos(\alpha) = \frac{r}{R} \Leftrightarrow R = \frac{r}{\cos(\alpha)} \quad [3.24]$$

Combinando as Eqs. [3.22] e [3.23] tem-se

$$F_c = \frac{2\sigma}{R} A = \frac{2\sigma}{R} \pi r^2 \quad [3.25]$$

o que, em combinação com a Eq. [3.24] resulta em

$$F_c = 2\sigma\pi r \cos(\alpha) \quad [3.26]$$

Ao mesmo tempo, o peso (a força gravitacional  $F_g$ , N) da coluna de água que ascendeu é igual a

$$F_g = mg = V\rho_a g = \pi r^2 h \rho_a g \quad [3.27]$$

onde  $g$  ( $\text{m s}^{-2}$ ) é a aceleração da gravidade,  $V$  ( $\text{m}^3$ ) é o volume da água que ascendeu e  $\rho_a$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) é a densidade da água.

No equilíbrio,  $F_c = F_g$  e igualando as Eqs. [3.26] e [3.27] obtém-se que

$$\pi r^2 h \rho_a g = 2\sigma \pi r \cos(\alpha) \quad [3.28]$$

Explicitando  $h$  obtém-se para a altura de ascensão capilar

$$h = \frac{2\sigma \cos(\alpha)}{\rho_a g r} \quad [3.29]$$

e essa equação é chamada de *equação da capilaridade*. Ela pode ser escrita também em termos do raio de curvatura  $R$ , tornando-se

$$h = \frac{2\sigma}{\rho_a g R} \quad [3.30]$$

É comum na física do solo considerar uma hidrofília perfeita da matriz do solo e nesse caso  $\alpha = 0$ ,  $\cos(\alpha) = 1$  e a Eq. [3.29] simplifica para

$$h = \frac{2\sigma}{\rho_a g r} \quad (\text{para } \alpha = 0) \quad [3.31]$$

bem como, evidentemente,  $r = R$ .

#### EXERCÍCIO 3.4

Calcular a altura máxima de ascensão em capilares com diâmetro de 1 mm, 0,1 mm, 0,01 mm e 0,001 mm. *[Resposta: 0,030 m, 0,30 m, 3,0 m e 30 m, respectivamente].*

#### EXERCÍCIO 3.5

Um tubo capilar tem diâmetro de 0,1 mm e comprimento de 10 cm. Descreva o que acontece quando é colocado em posição vertical, com sua extremidade inferior em contato com água. Até que altura a água irá subir e qual será o raio de curvatura da superfície convexa? *[Resposta: 0,10 m e 0,15 mm, respectivamente].*

Pelas equações apresentadas observa-se que quanto menor o raio do poro, maior a ascensão capilar. Exemplificando, utilizando valores padrão  $\sigma = 0,073 \text{ N m}^{-1}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\rho_a = 1000 \text{ kg m}^{-3}$  e  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  e a Eq. [3.29] (com ambos  $h$  e  $r$  em unidade de m) se torna

$$h = \frac{1,488 \cdot 10^{-5}}{r} \quad \text{ou} \quad r = \frac{1,488 \cdot 10^{-5}}{h} \quad [3.32]$$

A Eq. [3.32] é uma equação hiperbólica que pode ser representada, graficamente, por uma reta em escala log-log (Figura 3.6), pois verifique que

$$\log h = \log(1,488 \cdot 10^{-5}) - \log(r) \quad [3.33]$$

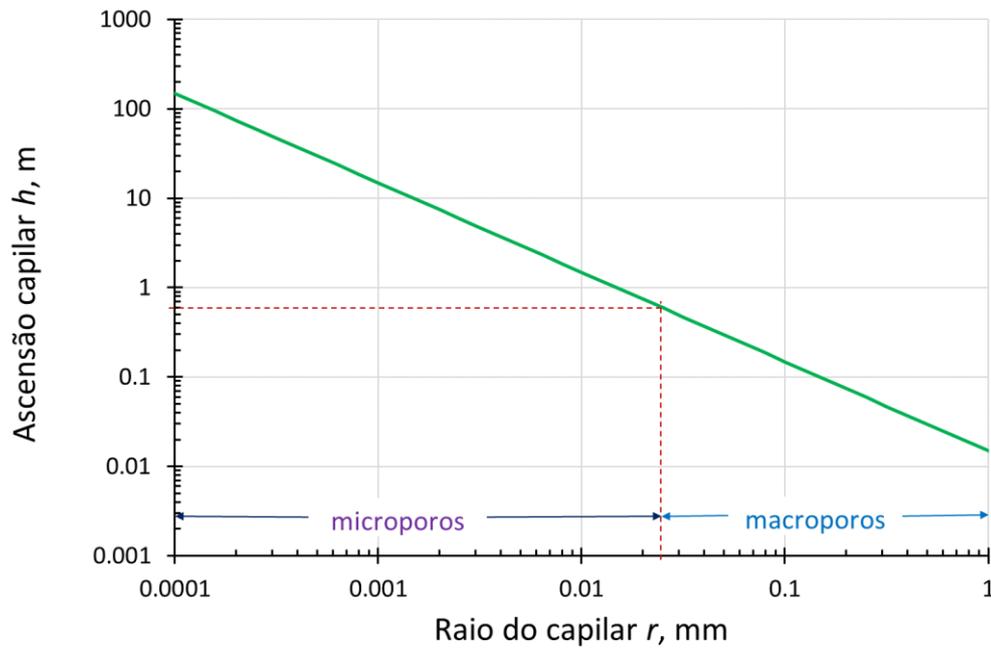


Figura 3.6 - Relação entre o raio capilar e a ascensão capilar em condições padrão e com hidrofília perfeita ( $\alpha = 0$ ), em escala bilogarítmica.

Na Figura 3.6 foi indicada uma subdivisão dos poros em *microporos* e *macroporos*. Macroporos são aqueles que em condições normais de campo não contêm água e que servem para a aeração do perfil de solo e para a distribuição rápida de água após eventos de infiltração causada por chuva, irrigação ou inundação. Pelo fato de o efeito da capilaridade nesses poros ser pequeno, Baver (1939) denominou a macroporosidade inicialmente de porosidade não-capilar. Complementando os macroporos, microporos contêm água na maior parte das situações. Não existe um limite físico entre micro- e macroporos. Muitas vezes estabelece-se arbitrariamente o tamanho de poro equivalente a uma ascensão capilar de 0,6 m que, como se verifica na Figura 3.6 e na Eq. [3.32], equivale a um raio de poro de aproximadamente 25  $\mu\text{m}$  ou um diâmetro de 0,05 mm. Determinam-se a macroporosidade ( $\alpha_{ma}$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) e a microporosidade ( $\alpha_{mi}$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) em uma amostra indeformada de solo, submetendo-a a

uma sucção de 0,6 m. Após estabelecido o equilíbrio, o teor de água dessa amostra ( $\theta_{0,6}$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) torna-se igual à sua microporosidade:

$$\alpha_{mi} = \theta_{0,6} \quad [3.34]$$

Como

$$\alpha = \alpha_{ma} + \alpha_{mi} \Rightarrow \alpha_{ma} = \alpha - \alpha_{mi} \quad [3.35]$$

e conhecendo-se o valor de  $\alpha$  (por meio da Eq. [2.12], por exemplo) e de  $\alpha_{mi}$ , calcula-se  $\alpha_{ma}$  pela Eq. [3.35].

Uma classificação mais completa dos poros em função de seus raios é apresentada na Tabela 3.2, definindo macro-, meso-, micro- e criptoporos. Enfatiza-se que qualquer classificação é arbitrária e aproximada.

Tabela 3.2 - Características das classes de poros.

classificação	ascensão (m)	raio ( $\mu\text{m}$ )	diâmetro ( $\mu\text{m}$ )	Função
macroporos	< 0,6	> 25	> 50	aeração e distribuição rápida de água após eventos de infiltração
mesoporos	0,6 - 10	1,5 - 25	3 - 50	armazenagem de água facilmente disponível às plantas e aeração
microporos	10 - 150	0,1 - 1,5	0,2 - 3	armazenagem de água disponível, com restrições, às plantas
criptoporos	> 150	< 0,1	< 0,2	armazenagem de água indisponível às plantas

### 3.5.4 Equilíbrio hidrostático: o raio de curvatura dos meniscos

Observa-se pela equação de Young-Laplace (Eq. [3.22]) que o raio de curvatura de uma superfície de água determina a pressão de Laplace. No caso da água contida num solo hidrofílico, os meniscos são côncavos. Como a pressão de Laplace atua para dentro da curvatura, a água num capilar estará sob tensão. Essa situação é a mostrada na Figura 3.7A, situação de equilíbrio num capilar simples e regular. A tensão  $P_c$  é dada pela equação de Young-Laplace (Eq. [3.22]). Como o ângulo de contato é considerado de  $0^\circ$ , o raio de curvatura do menisco é igual ao raio do poro.

A Figura 3.7B mostra o mesmo poro com água e raio  $r_1$ , mas agora existe um poro de menor raio  $r_2$  conectado que contém ar. Uma situação assim pode surgir quando, por exemplo, água entra no sistema poroso através dos macroporos. Nesse caso, forma-se, no contato com o menor poro, um menisco de raio  $r_2$  que, portanto, gera uma pressão capilar maior causando um desequilíbrio de pressões e forças, fazendo com que a água preencha o poro menor. A Figura 3.7C mostra a situação onde o poro menor se encheu com água do poro maior, ainda com raio de curvatura igual a  $r_2$  e, portanto, com desequilíbrio de forças. O equilíbrio somente se estabelece quando o raio de curvatura do menisco no poro menor fica igual ao raio de curvatura no poro maior, portanto igual a  $r_1$  (Figura 3.7D).

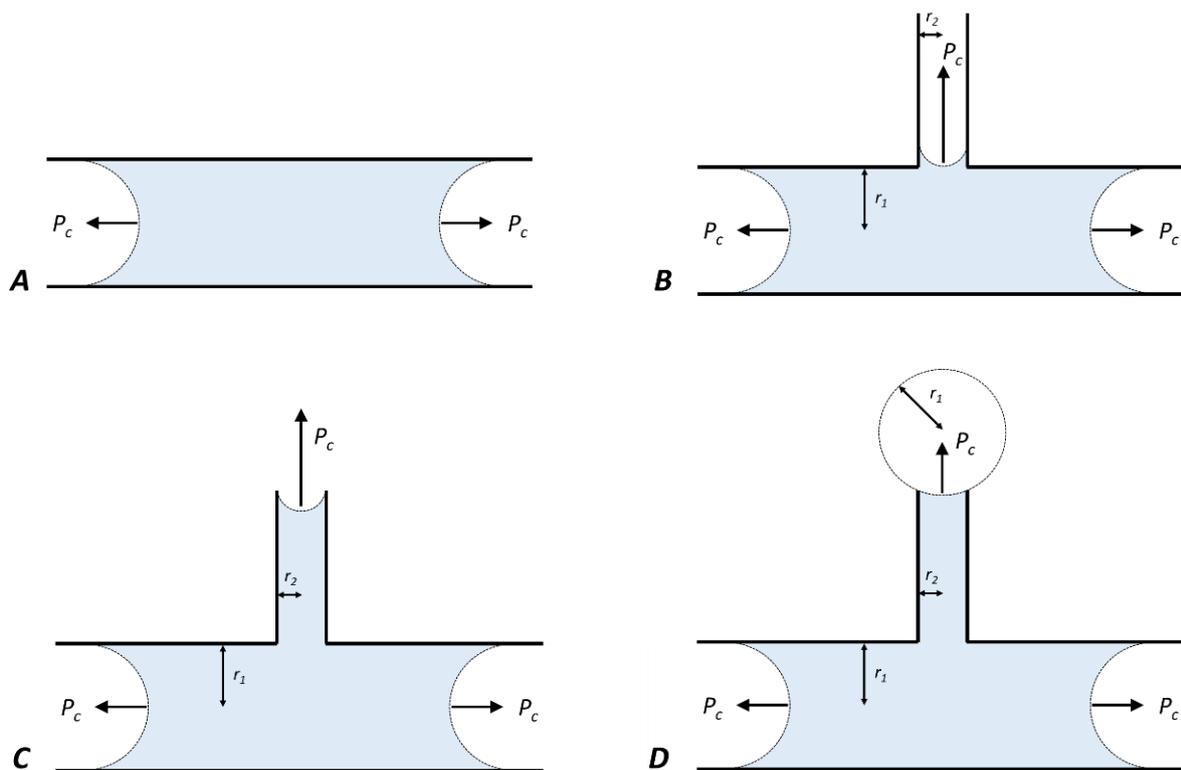


Figura 3.7 - Preenchimento de poros capilares com água, representando os raios e a pressão capilar: (A) um poro contendo água sob tensão  $P_c$ ; (B) sistema de dois poros, o menor exercendo uma tensão capilar maior que o maior poro; (C) mesmo sistema que B, onde o menor poro se encheu com água proveniente do maior poro; (D) equilíbrio final, com pressão capilar igual em todos os meniscos e correspondente ao raio do maior poro.

Enquanto a Figura 3.7 apresenta situações em que todos os poros do sistema contêm água, a Figura 3.8 mostra alguns estados de dessaturação de um sistema simplificado de poros, sempre em equilíbrio hidrostático. Embora o sistema da Figura 3.8 seja muito mais simples e regular do que um sistema poroso de um solo verdadeiro, o seu entendimento ajuda a perceber questões relacionadas com a energia e a tensão da água no solo.

Observando a Figura 3.8A, a situação apresentada é semelhante à da Figura 3.7D, isto é, todos os poros contêm água e os raios de curvatura nos contatos água - ar em todos os poros é igual ao do poro maior,  $r_1$ . Na a Figura 3.8B, o teor de água diminuiu de forma que o poro maior perdeu toda a sua água e o poro maior que ainda contém água é o de raio  $r_2$ . Observe que, por consequência, os raios dos meniscos em todos os poros menores também ficaram iguais ao raio  $r_2$ .

Se o sistema continua a perder água, por exemplo porque ocorre evaporação, ou porque há uma raiz de uma planta extraíndo água de um dos poros, essa água será retirada sempre do maior poro que ainda contém água, o de raio  $r_2$ . Pois mesmo que ocorra uma extração de água de um poro menor, essa extração levará a uma redução do raio de curvatura nesse poro, conseqüentemente num desequilíbrio e um movimento de água em direção ao poro menor que perdeu água. Enfim, o poro com o maior raio é o que vai perder a água, até se esvaziar por completo e outro poro, pouco menor, começar a perder sua água, determinando o raio de curvatura e a tensão (Figura 3.8C).

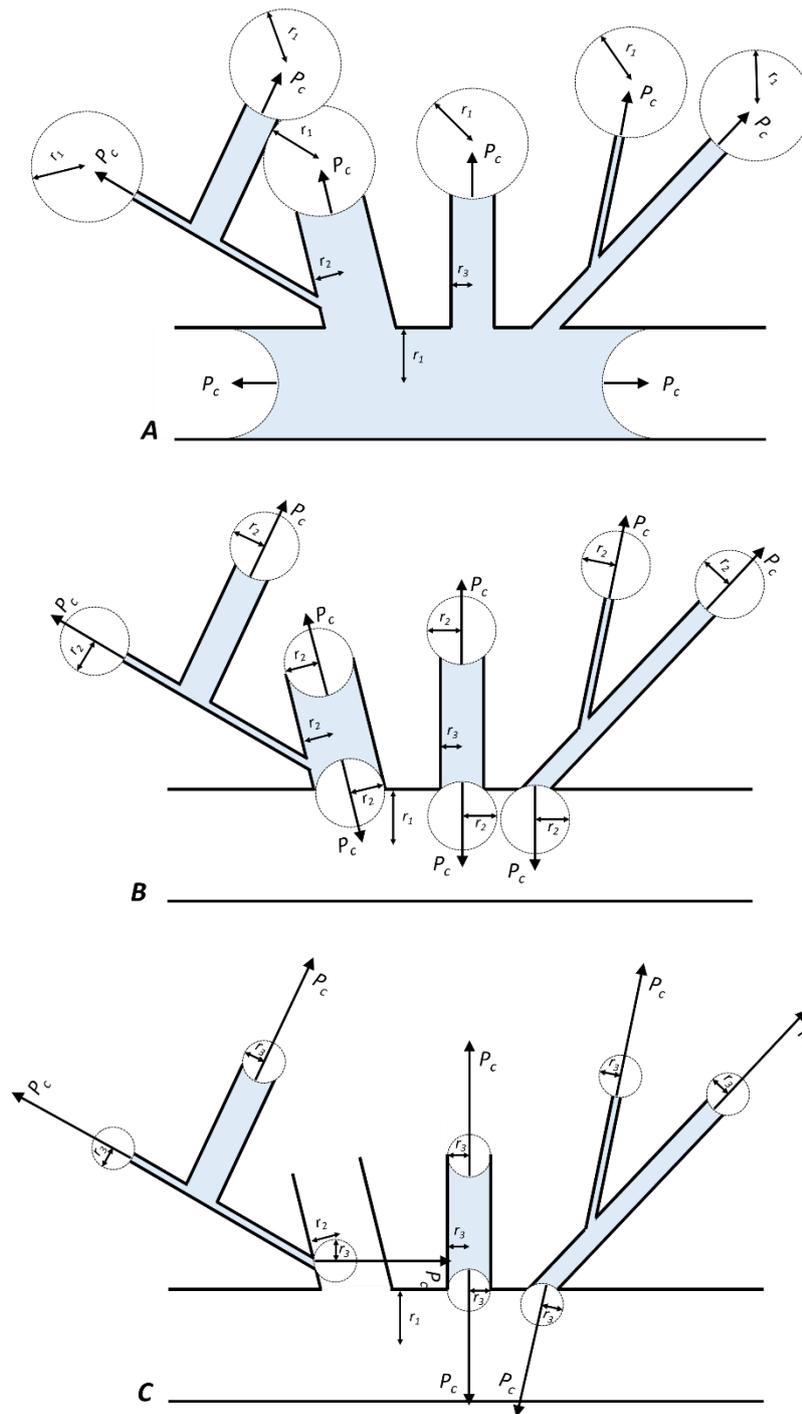


Figura 3.8 - Sistema simples de poros capilares em equilíbrio hidrostático em diferentes estados de saturação, representando raios e a pressão capilar: (A) quase-saturado por água, com raio de curvatura dos meniscos grande e, por consequência, uma pequena tensão  $P_c$ ; (B) o maior poro se esvaziou, o raio de curvatura dos meniscos diminuiu e a tensão aumentou; (C) o segundo maior poro também perdeu sua água e a tensão  $P_c$  aumentou ainda mais.

Observando as Figuras 3.7 e 3.8, duas conclusões muito importantes podem ser tiradas sobre a água no solo em equilíbrio hidrostático. Essas conclusões servem de base à construção de um modelo do comportamento, do estado energético e da retenção da água no solo. São elas:

1. A água no solo tende a ocupar os menores poros disponíveis; e
2. A tensão da água no solo, função do raio de curvatura, é determinada pelo raio do maior poro que contém água.

Observe que essas duas conclusões supõem o equilíbrio hidrostático e que a hidrofília seja igual em todos os poros. Enquanto o equilíbrio hidrostático é aproximado em condições de processos lentos, por exemplo a evaporação e a transpiração, ele não ocorre durante processos rápidos como a infiltração da água da chuva. É por esse motivo que a descrição e modelagem desses processos mais rápidos é mais difícil e mais dependente do empirismo do que os processos que ocorrem em quase-equilíbrio. Processos rápidos, em que a água se move no solo sem que o equilíbrio tenha se estabelecido (em outras palavras, não ocupando os menores poros disponíveis) são denominados processos de *fluxo preferencial* ou *fluxo de não-equilíbrio*.

Contrariando um mal-entendido que às vezes persiste entre estudantes da física do solo, essas duas conclusões e as Figuras 3.7 e 3.8 deixam claro que a tensão da água no solo, num determinado momento, independe do raio do poro que contém essa água. Uma planta, por exemplo, pode absorver água de um poro pequeno com a mesma facilidade que de um poro grande.

### EXERCÍCIO 3.6

Mede-se, em determinado horizonte de um solo, simultaneamente o potencial matricial (com tensiômetro) e o teor de água (gravimetricamente).

- a. O valor observado do potencial é -330 cm e do teor de água  $0,21 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Qual é o raio de curvatura dos meniscos nesse solo? *(Resposta: 4,51  $\mu\text{m}$ ).*
- b. Qual é o diâmetro do maior poro que contém água, nessas condições? *(Resposta: 9,02  $\mu\text{m}$ ).*
- c. Alguns dias depois o potencial medido foi -460 cm enquanto o teor de água foi  $0,17 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . O que essas informações permitem dizer/calcular?

### 3.5.5 O modelo de feixe capilar e a curva de retenção

A partir do conhecimento do fenômeno da ascensão capilar e conforme ilustrado na Figura 3.8 percebe-se que existe uma relação entre o teor de água e a tensão sob a qual a água está. Para elaborar mais a percepção dessa ideia e as suas consequências, a Figura 3.9 mostra cinco poros capilares com suas bases imergidas num recipiente com água, levando ao fenômeno da ascensão capilar. Cada capilar tem uma altura de ascensão máxima dada pela equação de capilaridade (Eq. [3.29], [3.30]) com  $\alpha = 0$  que, para os poros do solo, varia de alguns centímetros até dezenas ou centenas de metros (Figura 3.6). Os poros do solo, no entanto, têm comprimento da ordem de milímetros ou menor e é óbvio que a ascensão não poderá ultrapassar a extensão do próprio poro. Assim, na Figura 3.9, a ascensão ocorrerá de acordo com a Lei de Young-Laplace e no máximo até a borda (limite superior) do capilar. Os capilares mais curtos em que seus respectivos potenciais máximos de ascensão são atingidos estão preenchidos com água e apresentam um menisco com raio de curvatura dada pela Eq. [3.30]. Essa é a situação na primeira condição apresentada na Figura 3.9, onde a água subiu uma altura pequena  $h_1$ , o raio de curvatura dos meniscos é grande e todos os poros estão preenchidos com água.

Aumentando gradualmente essa altura para  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$  e  $h_5$ , ou seja, aumentando a tensão nos meniscos e diminuindo sua curvatura, observa-se que cada vez menos poros estão saturados com água. A sequência de situações apresentada mostra, mesmo nesse sistema muito simples de capilares, uma relação entre a tensão e o teor de água.

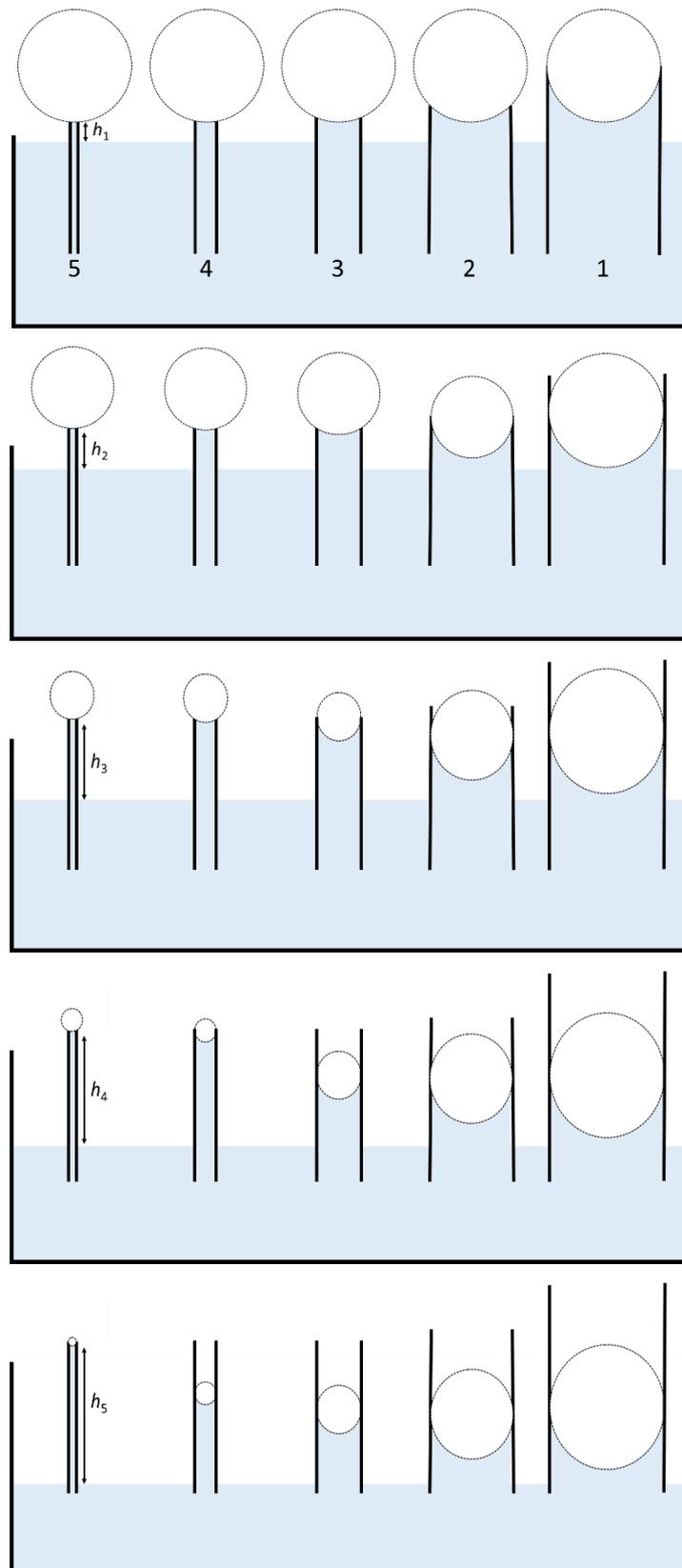


Figura 3.9 - Ilustração da relação entre a fração de poros preenchidos com água e a curvatura do menisco / potencial matricial.

A partir do exemplo da Figura 3.9, vamos imaginar um sistema poroso com uma porosidade total de  $0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  (ou: 50%), composto pelas cinco classes de poros 1 a 5 identificadas na Figura 3.9, onde cada uma dessas classes ocupa a mesma fração de volume. Sendo assim, 10% do volume ( $0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) se compõe de cada uma das classes 1 a 5. Saturando esse sistema com água e subsequentemente aplicando uma sucção crescente, quando essa sucção atinge o valor equivalente a  $h_1$  m, a água contida nos poros da classe 1 começará a ser extraída; a partir da sucção equivalente a  $h_2$ , água dos poros da classe 2 será extraída, e assim sucessivamente. Figura 3.10 mostra, graficamente, a relação entre a sucção aplicada e o teor de água nesse sistema.

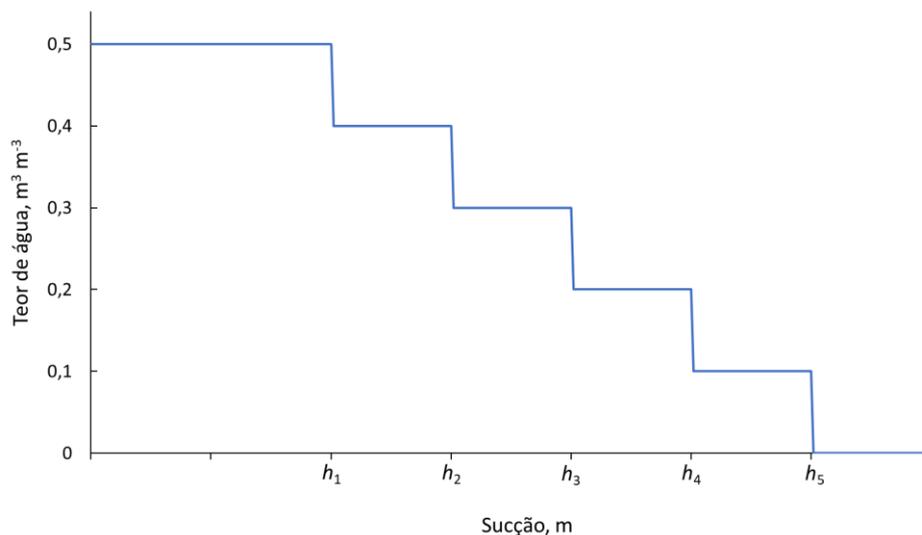


Figura 3.10 - A curva de retenção de um sistema poroso composto pelas cinco classes de poros da Figura 3.9. Maior explicação no texto.

Similarmente, a Figura 3.11 ilustra o modelo de feixe capilar. Esse modelo descreve o solo como um conjunto (feixe) de capilares paralelos de diversos diâmetros nos quais ocorre o fenômeno da capilaridade com meniscos côncavos. Observa-se na figura que a água em cada capilar ascende até uma altura, de acordo com seu diâmetro. Observando, na mesma figura, as seções transversais do feixe nas posições verticais  $h_1$  a  $h_5$ , verifica-se que quanto maior a altura (e maior a tensão), menor o número de poros com água e o teor de água. Esse modelo (Figura 3.11) ilustra novamente a relação que existe entre as duas grandezas.

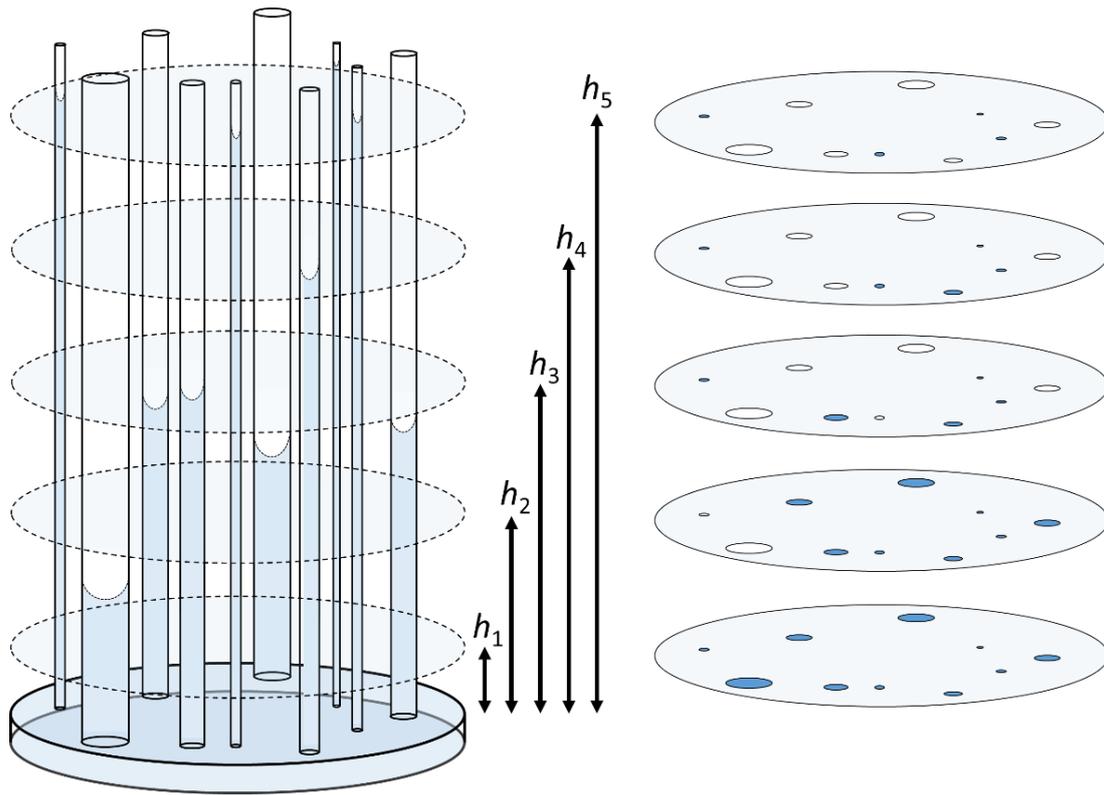


Figura 3.11 - Ilustração do modelo de feixe capilar. À esquerda um feixe de 10 capilares com suas bases num recipiente com água, apresentando a respectiva ascensão capilar. À direita, a seção transversal do feixe em cinco posições verticais  $h_1$  a  $h_5$ , indicando os capilares com água e com ar.

A partir da Figura 3.10, pode-se imaginar um sistema semelhante, porém com 50 ao invés de 5 diferentes diâmetros de poros. Se cada uma das classes representa a mesma fração do volume, como foi o caso da Figura 3.10, a curva resultante é a da Figura 3.12a, onde se observam 50 “degraus” de igual tamanho. Se, no entanto, algumas classes de poros ocorrem mais frequentemente e outras menos frequentemente, o resultado pode ser como mostra a Figura 3.12b: alguns “degraus” são maiores, outros menores.

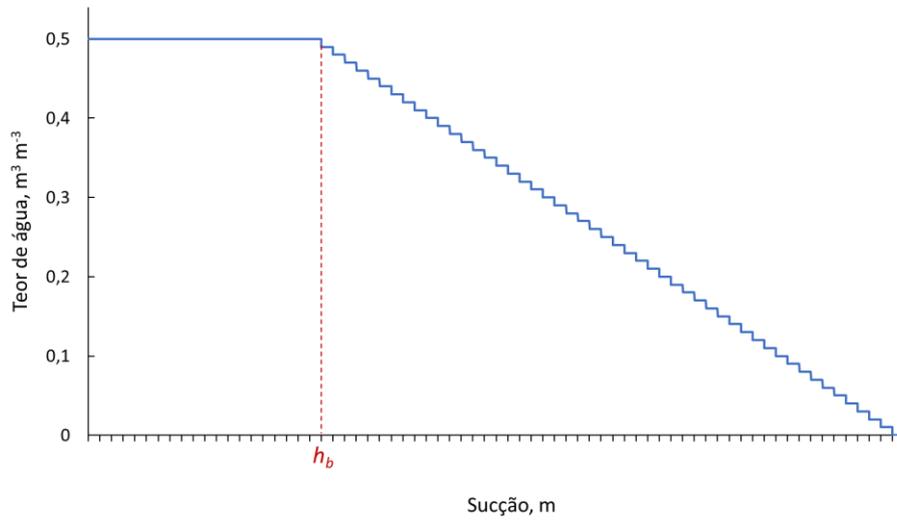
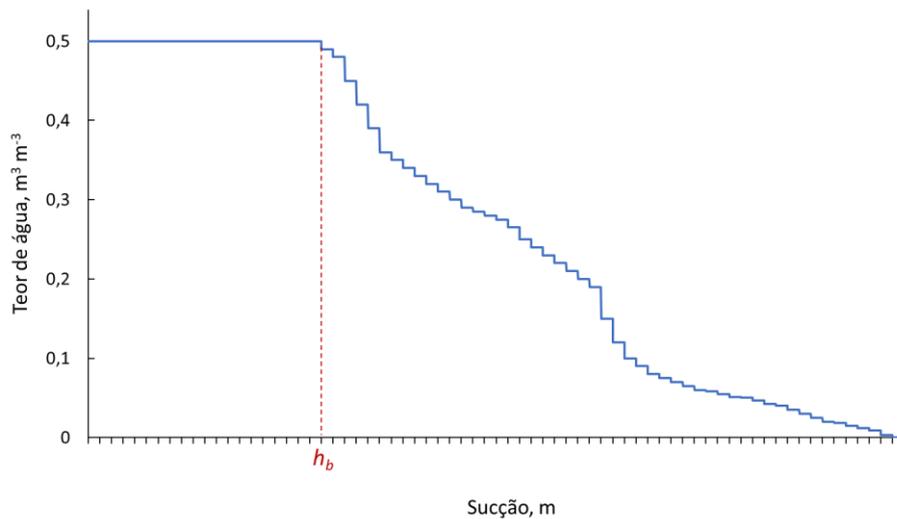
**(a)****(b)**

Figura 3.12 - Curvas de retenção de dois sistemas porosos compostos por 50 classes de poros. A sucção  $h_b$  corresponde à pressão de entrada de ar. A curva (a) representa um sistema em que cada classe de poro ocupa a mesma fração de volume, enquanto a curva (b) trata de um sistema em que a distribuição entre as classes não é uniforme.

**EXERCÍCIO 3.7**

Um feixe de capilares cilíndricos com os seguintes diâmetros e quantidades foi colocado com sua base (em posição vertical) num reservatório com água:

Número de poros	Raio (m)	Ascensão (m)	Área da seção (m <sup>2</sup> )	Área acumulada	Saturação relativa
100	$1 \cdot 10^{-5}$	<u>1,487</u>	<u><math>3,14 \cdot 10^{-8}</math></u>	<u><math>3,14 \cdot 10^{-8}</math></u>	
300	$2 \cdot 10^{-5}$		<u><math>3,77 \cdot 10^{-7}</math></u>	<u><math>4,08 \cdot 10^{-7}</math></u>	
250	$5 \cdot 10^{-5}$				
100	$1 \cdot 10^{-4}$				
18	$2 \cdot 10^{-4}$				
10	$6 \cdot 10^{-4}$				
7	$8 \cdot 10^{-4}$				
4	$1 \cdot 10^{-3}$				
2	$2 \cdot 10^{-3}$				<u>1,0</u>

Preencher (completar) a tabela acima para calcular a saturação relativa dos capilares a diferentes alturas acima do nível da água no reservatório, segundo o roteiro a seguir:

- Calcular a ascensão capilar para os diversos diâmetros.
- Calcular a área da seção transversal de cada classe de diâmetros.
- Para cada altura, calcular a área da seção transversal dos capilares com água, começando na maior altura descendo até as menores; a cada incremento adicionar a água dos poros cada vez maiores.
- Finalmente, calcular a saturação relativa para cada posição em relação à área de seção transversal total. Desenhar um gráfico da saturação relativa versus a ascensão.

### 3.5.6 O potencial matricial, sempre negativo

Como visto até aqui, a adesão entre água e sólidos da matriz do solo em conjunto com a propriedade da tensão superficial própria a fluidos, inclusive à água líquida, origina na pressão de Laplace que atua para dentro dos raios de curvatura. Como os meniscos da água nos poros de um solo são côncavos, a água num capilar na presença de meniscos estará sob tensão, como mostra por exemplo a Figura 3.7. Dessa forma, fica evidente que a água dentro do poro, sob tensão, possui menos energia do que uma água “livre” fora de efeitos capilares. Essa energia da água é denominada de potencial matricial ( $h$ , m).

De fato, como a tensão da água é dada pela própria curvatura (ou raio) dos meniscos côncavos (Eq. [3.22] de Young-Laplace), podemos afirmar que a energia potencial matricial da água será tanto menor quanto menor o raio de curvatura. Para definir o potencial matricial, utiliza-se como referência “zero” a água fora de efeito capilar, portanto com superfície plana e pressão capilar igual a zero. Comparada com essa referência, a água sob efeito capilar (com meniscos côncavos) apresenta uma energia potencial matricial menor, portanto negativa. Consequentemente, o potencial

matricial da água no solo será sempre negativo, ou no máximo igual a zero para um solo completamente saturado.

**EXERCÍCIO 3.8**

- Qual será o valor do potencial matricial num solo, em Pa e em m, quando o raio de curvatura dos meniscos é 12  $\mu\text{m}$ ? Qual será o raio do maior poro que contém água nessas condições? (Resposta:  $-1,217 \cdot 10^4$  Pa ou -1,24 m).
- Se o solo se torna mais úmido, o que acontece com o raio de curvatura nos poros que contém água? E com o potencial matricial?

**3.5.7 A curva de retenção da água no solo**

Um solo contém inúmeros poros e esses poros têm tamanhos e formatos dos mais variados possíveis. Difícilmente haverá, no solo, um poro com formato cilíndrico e com um diâmetro constante. Na verdade, o espaço poroso apresenta uma geometria muito mais complexa do que o modelo de feixes capilares representa. Não é, portanto, viável ou possível medir todos os diâmetros dos poros numa amostra de solo e a partir daí confeccionar sua curva de retenção, a exemplo de que pode ter sido interpretado da Figura 3.12 ou calculado no Exercício 3.7.

A curva de retenção da água no solo, ou a relação entre o potencial matricial e o teor de água no solo, é determinada experimentalmente utilizando-se a própria água como uma ferramenta auxiliar. As primeiras curvas de retenção foram publicadas por Buckingham (1907) e são reproduzidas na Figura 3.13. Como o módulo do potencial matricial,  $|h|$ , varia no campo desde zero na saturação até valores da ordem de 1000 m ou mais para o solo muito seco, é comum que seus valores sejam expressos na escala pF, em que  $pF = \log |h|$ , para  $h$  expresso em cm. Alternativamente, outras unidades (kPa, m, cm) podem ser utilizadas sem transformação numa escala logarítmica. A Figura 3.14 apresenta algumas escalas frequentemente usadas.

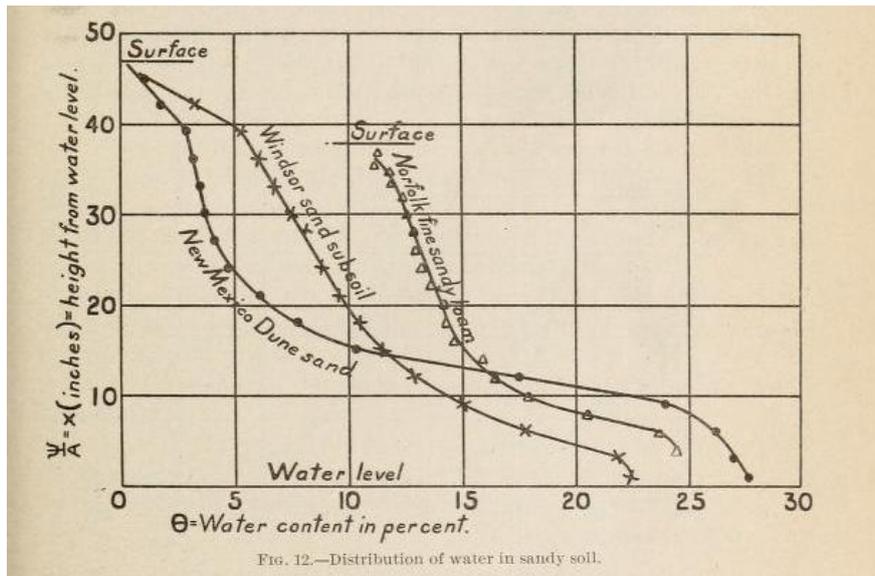


Figura 3.13 - As primeiras curvas de retenção conforme publicadas em Buckingham (1907), medidas em equilíbrio a partir de um lençol freático.

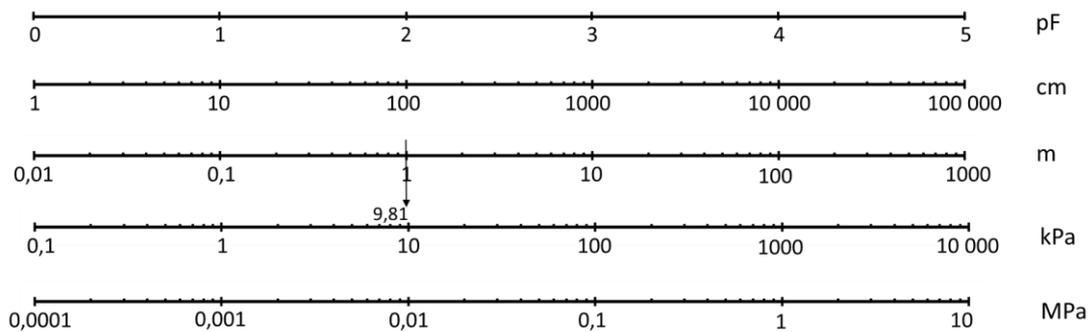


Figura 3.14 - Escalas de unidades do módulo do potencial matricial comumente usadas para representar a curva de retenção. Com exceção da escala pF (que representa o log do módulo do potencial, em cm, numa escala linear), as outras escalas são logarítmicas.

A curva de retenção é a representação gráfica do teor de água  $\theta$  em função do potencial matricial  $h$ . Algumas vezes, especialmente na literatura mais antiga, esses eixos estão invertidos, ou seja, representa-se o potencial em função do teor de água, como mostra por exemplo a Figura 3.13. É mais comum representar o eixo do potencial matricial em módulo ( $|h|$ ) ou em unidade negativa ( $-m$ ) para que o gráfico fique no primeiro quadrante. A Figura 3.15 apresenta um exemplo de uma curva de retenção ou  $\theta(h)$  com algumas das grandezas que nela podem ser identificadas.

A curva inicia, para o menor valor de  $|h|$  representado, no teor de água da saturação ou porosidade total junto ao eixo-Y. O início da curva é horizontal ( $d\theta/dh = 0$ ), mas ela começa a decrescer em algum potencial denominado de pressão de entrada de ar ou pressão de borbulhamento. A partir daí a inclinação  $d\theta/dh$  aumenta até chegar num máximo no ponto de inflexão, o limite entre a parte convexa e côncava da curva [observe que, na figura, como representamos  $d\theta/d|h|$ , a inclinação aparece como negativa]. O potencial associado ao ponto de inflexão corresponde ao diâmetro de poro predominante. A declividade nesse ponto indica a concentração maior ou menor de poros ao redor desse diâmetro.

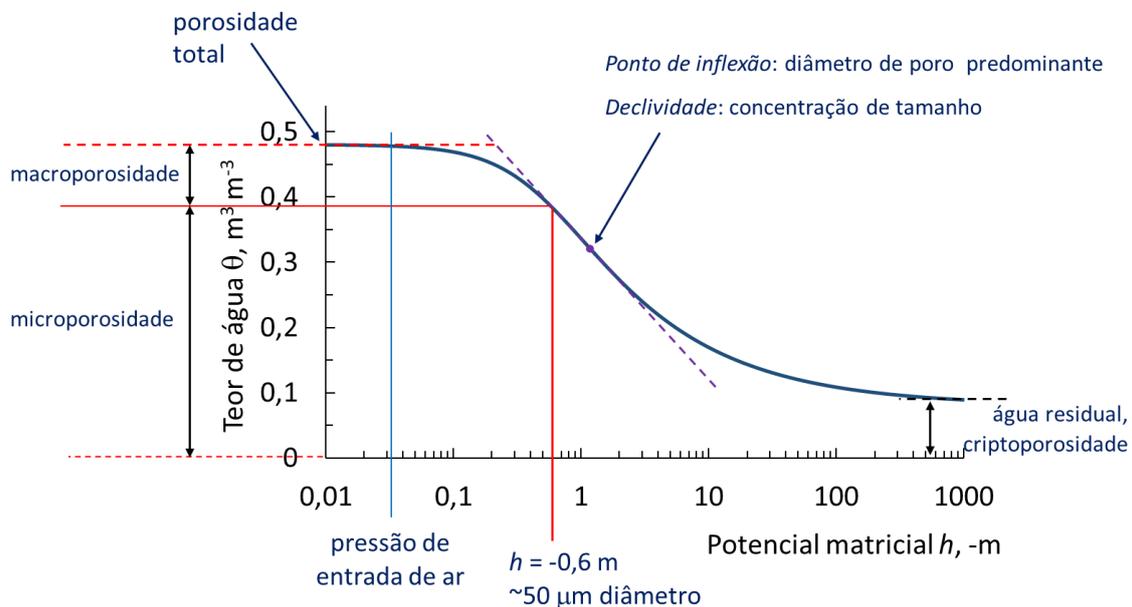


Figura 3.15 - Uma curva de retenção exemplar com algumas das grandezas que a partir dela podem ser identificadas.

Uma observação interessante é que há diversos trabalhos que atribuem uma importância especial ao ponto de inflexão. Assim, para alguns ele corresponderia à capacidade de campo do solo. Para outros, a inclinação (derivada) da curva nesse ponto, às vezes chamada de índice S, seria um indicador importante para a qualidade do solo. Na opinião do autor desse livro, nenhum desses significados se baseia em fato ou mecanismo físico e existem fortes evidências que eles não se confirmam (veja em, p.e., De Jong Van Lier, 2014).

Ainda se referindo à Figura 3.15, é comum fazer uma subdivisão arbitrária na escala dos potenciais para classificar macroporos e microporos, conforme apresentada também no Item 3.5.3. A importância dos macroporos está no seu papel na rápida redistribuição da água no solo após eventos de chuva ou irrigação, e, subsequentemente, na aeração do solo. Os microporos têm seu papel principal na armazenagem e disponibilização da água às plantas. O potencial mais comum para se fazer a subdivisão entre os dois tipos de poros é  $h = -0,6$  m ou -60 cm, que corresponde a poros com um diâmetro de  $50 \mu\text{m}$  (Eq. [3.32], Figura 3.6).

No fim da curva, em potenciais muito negativos, a curva tende à declividade zero e o teor de água associado é chamado de teor residual de água. Os microporos que contém essa água residual, não disponível às plantas, são às vezes chamadas de criptoporos. O significado da água residual e da água adsorvida à matriz do solo será discutido mais adiante (Item 3.9.4).

Com base nas grandezas descritas acima e identificadas na Figura 3.6, a partir de uma curva de retenção se pode inferir sobre o solo em questão. De grosso modo, podem se fazer as seguintes afirmações:

1. A porosidade total do solo é maior para solos argilosos (geralmente entre  $0,50$  e  $0,60 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) que para solos de textura média ou arenosa (entre  $0,40$  e  $0,50 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ). Contudo, deve-se prestar atenção ao analisar essa grandeza, pois ela não depende somente da textura e é reduzida também no caso de solos compactados.
2. A macroporosidade tende a ser maior em solos de textura média ou arenosa, embora solos (muito) argilosos cauliníticos (como a maior parte dos solos argilosos brasileiros) possam também possuir uma macroporosidade alta.
3. A macroporosidade é a mais afetada (reduzida) pelo processo de compactação. Um solo com uma macroporosidade muito baixa ( $< 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) geralmente é um solo compactado.
4. A criptoporosidade é pequena em solos de textura média ou arenosa (geralmente  $< 0,10 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ) e maior em solos (muito) argilosos (entre  $0,10$  e  $0,20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ).
5. O ponto de inflexão corresponde a valores de potencial matricial menos negativos para solos de textura média ou arenosa e tende para potenciais

matriciais mais negativos conforme o teor de argila aumenta. A inclinação no ponto de inflexão costuma ser bem maior em solos arenosos do que em solos com maior teor de argila.

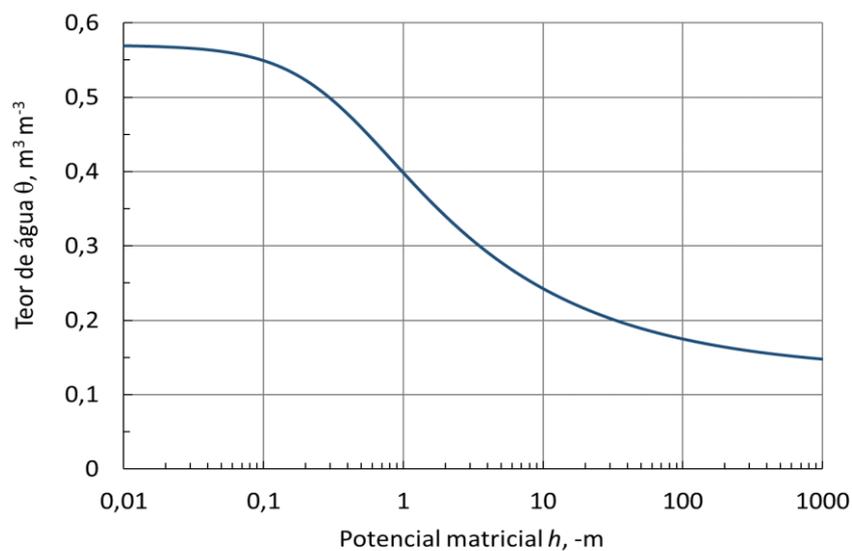
6. A pressão de entrada de ar é de no máximo alguns centímetros em solos arenosos, mas pode superar 0,1 m em solos com maiores teores de argila

### EXERCÍCIO 3.9

- Desenhar curvas de retenção típicas para um solo arenoso e um argiloso. Coloque o potencial matricial no eixo-x e o teor de água, a base de volume, no eixo-y. Indique a pressão de entrada de ar, a porosidade total, a macro- e a microporosidade e o ponto de inflexão.
- Para o solo argiloso, desenhar como a curva se alteraria se sofrer um processo de compactação.

### EXERCÍCIO 3.10

Três tensiômetros encontram-se instalados com suas cápsulas porosas nas profundidades de 15, 30 e 45 cm e indicam os potenciais matriciais de -185 cm, -45 cm e -180 cm, respectivamente. A curva de retenção da água do solo é representada na figura a seguir.



- Qual é a porosidade total, a microporosidade e a macroporosidade desse solo?  
(Resposta:  $0,57 m^3 m^{-3}$ ;  $0,44 m^3 m^{-3}$ ;  $0,13 m^3 m^{-3}$ )
- Qual é o potencial matricial da água no solo nas três profundidades? em  $J/N = m$  e em  $J/m^3 = Pa$ . Resposta: -1,85 m; -0,45 m; -1,80 m; -18,2 kPa; -4,4 kPa; -17,7 kPa]
- Qual é o teor de água do solo a base de volume nas três profundidades?  
(Resposta:  $0,35 m^3 m^{-3}$ ;  $0,47 m^3 m^{-3}$ ;  $0,35 m^3 m^{-3}$ )
- Qual é o potencial total da água no solo nas três profundidades?  
(Resposta: -2 m; -0,75 m; -2,25 m)
- Desenhar um diagrama de potenciais para essa situação.

### 3.5.8 Métodos para determinar a curva de retenção

As metodologias para a determinação da curva de retenção da água no solo podem ser subdivididas em dois tipos: métodos de equilíbrio estático e métodos de modelagem inversa de condições transientes.

#### Métodos de equilíbrio estático

O objetivo dos métodos de equilíbrio estático é a obtenção de pares de dados  $\theta - h$ . Em número suficiente, esses pares de dados podem ser representados num gráfico e através deles pode ser traçada a curva de retenção por alguma técnica de ajuste de uma equação.

A técnica de obtenção dos pares de dados é baseada no estabelecimento de um equilíbrio hidrostático entre uma amostra de solo inicialmente saturada e um dispositivo poroso, como papel de filtro, areia fina ou cerâmica porosa, a uma certa tensão. Estabelecido o equilíbrio, o teor de água na amostra é determinado por pesagem e uma próxima tensão pode ser aplicada. No fim do procedimento, a amostra é seca em estufa a 105 °C para a determinação do peso seco, permitindo o cálculo do teor de água na amostra em todas as tensões aplicadas.

Os equipamentos mais comuns utilizados em laboratórios de física do solo para estabelecer a tensão requerida na amostra são a caixa de areia, a mesa de tensão, o funil de placa porosa e a câmara de pressão.

A caixa de areia possui um princípio físico simples conforme demonstrado na Figura 3.16. Observe que a altura das amostras acima do nível da água estabelecido na coluna de areia é igual, em módulo, ao valor do potencial matricial na amostra quando o equilíbrio é estabelecido, i.e., quando não ocorre mais movimento da água da amostra para a coluna, nem da coluna para a amostra.

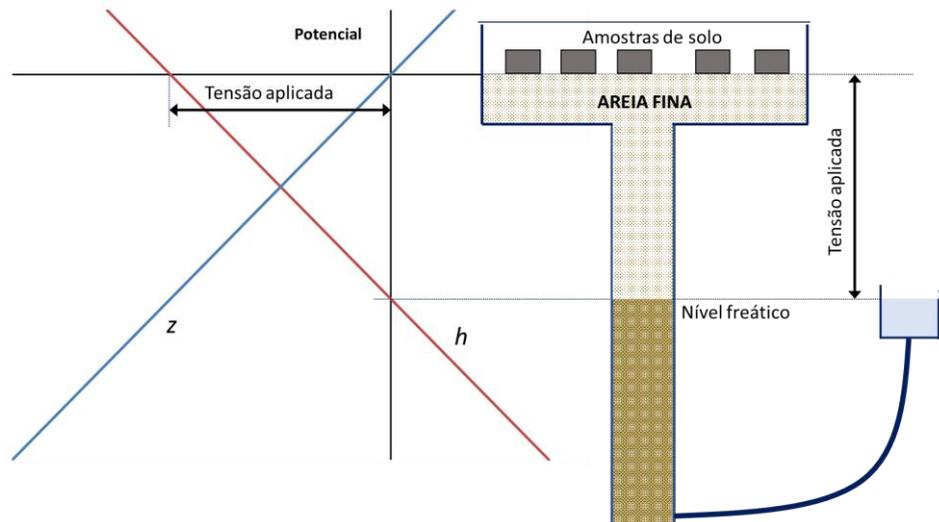


Figura 3.16 - Desenho esquemático de uma caixa de areia e o diagrama de potencial gravitacional  $z$  e matricial/pressão  $h$  para a determinação dos pares de dados  $\theta - h$  para confecção de uma curva de retenção.

A caixa de areia como esquematizada na Figura 3.16 é o instrumento mais simples para a aplicação de tensões em amostras de solo, mas sua utilização se limita a tensões relativamente baixas, da ordem de algumas dezenas de centímetros no máximo. Aplicando tensões maiores, o princípio físico continua válido, mas a areia na coluna fica cada vez mais seca, o que reduz sua condutividade hidráulica, a capacidade de a areia conduzir água. Com isso, o estabelecimento do equilíbrio fica muito lento, tão lento que o instrumento se torna impraticável.

#### EXERCÍCIO 3.11

O esquema de potenciais da Figura 3.16 só é válido em condições de equilíbrio estático (sem movimento de água).

- Por que?
- Desenhar o esquema de potenciais para a geometria da figura na condição em que ocorre evaporação através da amostra, ou seja, quando há um movimento ascendente de água no sistema.
- Em conclusão, por que é importante tampar a caixa ou o funil para evitar qualquer evaporação?

Para tensões um pouco maiores utiliza-se a mesa de tensão ou um funil de placa porosa. O princípio de ambos é muito parecido com o da caixa de areia, isto é, a altura das amostras acima de um nível estabelecido de água será igual à tensão aplicada. A diferença é que na mesa de tensão e no funil de placa porosa, a areia é substituída por

um contínuo de água e a água é mantida sob tensão através de um papel filtro de porosidade bem fina (mesa de tensão) ou uma placa porosa (funil) (Figura 3.17).

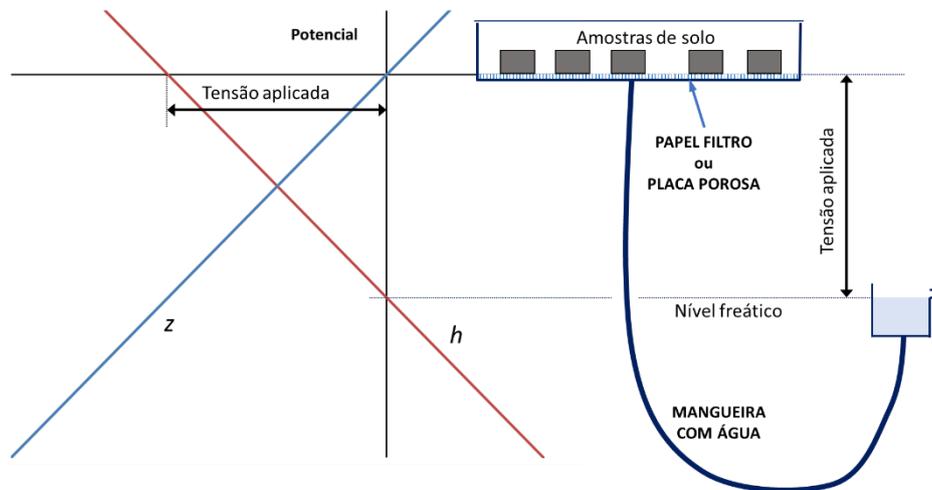


Figura 3.17 - Desenho esquemático de uma mesa de tensão (com papel filtro) ou um funil de placa porosa e o diagrama de potencial gravitacional  $z$  e matricial/pressão  $h$  para a determinação dos pares de dados  $\theta - h$  para confecção de uma curva de retenção.

Nos equipamentos mencionados até aqui, a tensão aplicada é igual à altura de uma coluna de água. Dessa forma, por motivos práticos, sua utilização se restringe a tensões até no máximo um ou dois metros. Agronomicamente ou fisicamente, no entanto, estamos muitas vezes interessados em valores de potencial entre 0 (saturação) até 100 ou 1000 m para o solo muito seco. Para a aplicação de tensões maiores do que um ou dois metros utiliza-se uma câmara de pressão, também chamada de câmara de Richards (Figura 3.18).

Na câmara de Richards, as amostras inicialmente saturadas são colocadas numa placa porosa cuja parte inferior é isolada da pressão na câmara e está em contato com o ar exterior, portanto à pressão atmosférica. Dentro da câmara aplica-se uma pressão de ar que irá expulsar a água dos poros maiores, aqueles que possuem um raio maior do que o equivalente à pressão aplicada. A pressão máxima do ar que se pode aplicar numa câmara de Richards é determinada pela porosidade da placa porosa, que deve ser suficientemente fina para não ceder ao ar pressurizado. Nos laboratórios de física do solo dispõe-se normalmente de placas porosas fabricadas para resistir a pressões de ar (ou com valor de entrada de ar) de 1 bar, 3 bar, 5 bar e 15 bar, equivalente a 10 m, 30 m,

50 m e 150 m, respectivamente. A placa utilizada idealmente é aquela com valor de entrada de ar mais próximo e acima da pressão a ser aplicada na câmara.

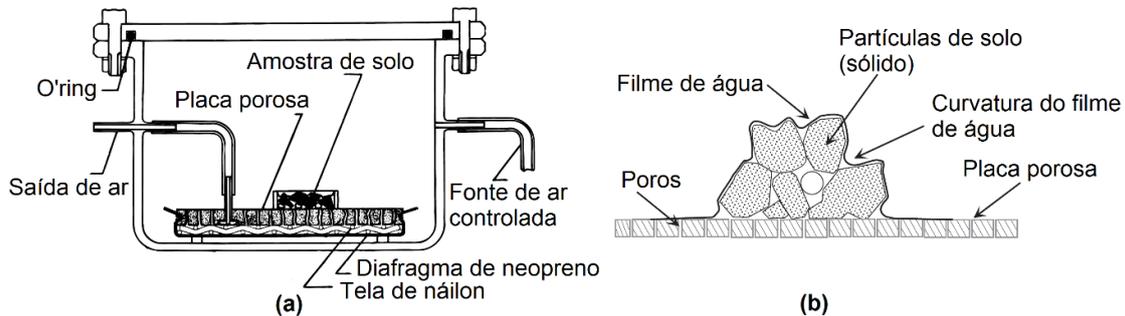


Figura 3.18 - (a) Desenho esquemático de uma câmara de pressão; (b) Visão amplificada dos poros da amostra de solo na Câmara de pressão.

Adaptado de: Manual de instrução da Soilmoisture Equipment Corp., 2008.

### EXERCÍCIO 3.12

Qual deve ser o diâmetro máximo dos poros

a. num funil de placa porosa que deve suportar até 2 metros de sucção?

(Resposta: 14,9  $\mu\text{m}$ )

b. em placas porosas de uma câmara de Richards de 1, 3, 5 e 15 bar, respectivamente? (Resposta: 3,0  $\mu\text{m}$ , 1,0  $\mu\text{m}$ , 0,6  $\mu\text{m}$ , 0,2  $\mu\text{m}$ )

**DICA:** Utilizar a Eq. [3.32].

### EXERCÍCIO 3.13

O texto afirma que se utiliza a placa com valor de entrada de ar mais próximo e acima da pressão a ser aplicada na câmara. Por que você acha que não se utiliza a placa com maior entrada de ar (portanto, com a porosidade mais fina) para todas as pressões?

## Métodos de modelagem inversa de condições transientes

Um dos principais problemas que envolve os métodos de equilíbrio estático se refere ao próprio equilíbrio: quanto tempo demora até ele se estabelecer e como podemos saber se ele se estabeleceu. Como alternativa têm-se os métodos de condições transientes que, para sua análise, sempre envolvem alguma forma de modelagem inversa. O assunto será detalhado no Item 5.11.

### 3.5.9 Histerese na curva de retenção

Na física, o termo *histerese* se refere à dependência do estado de um sistema de sua história. Os exemplos mais estudados de histerese vêm do magnetismo, mas também temos exemplos na mecânica clássica, na biologia, na metrologia e em outras

áreas. Na física do solo, considerar a histerese das propriedades hidráulicas pode ser importante. Aqui discutiremos a histerese da curva de retenção.

Os diversos métodos apresentados no item anterior para a determinação da curva de retenção de água de um solo são métodos de secagem ou dessorção: ao longo de um processo (de drenagem, de evaporação), o teor de água diminui e o potencial matricial que se torna mais e mais negativo é registrado. A curva de retenção assim determinada é a curva de secagem. A determinação da curva de molhamento é mais rara e difícil de ser executada, mas ela pode ser obtida, por exemplo, no campo por medições simultâneas do teor de água e do potencial matricial ao longo de um processo de umedecimento. Nesse caso, a curva obtida será diferente da curva de secagem, sendo que para um mesmo potencial o teor de água será mais baixo (Figura 3.19).

**EXERCÍCIO 3.14**

Seria possível obter uma curva de molhamento utilizando um funil de placa porosa ou uma câmara de pressão? Como deveríamos proceder?

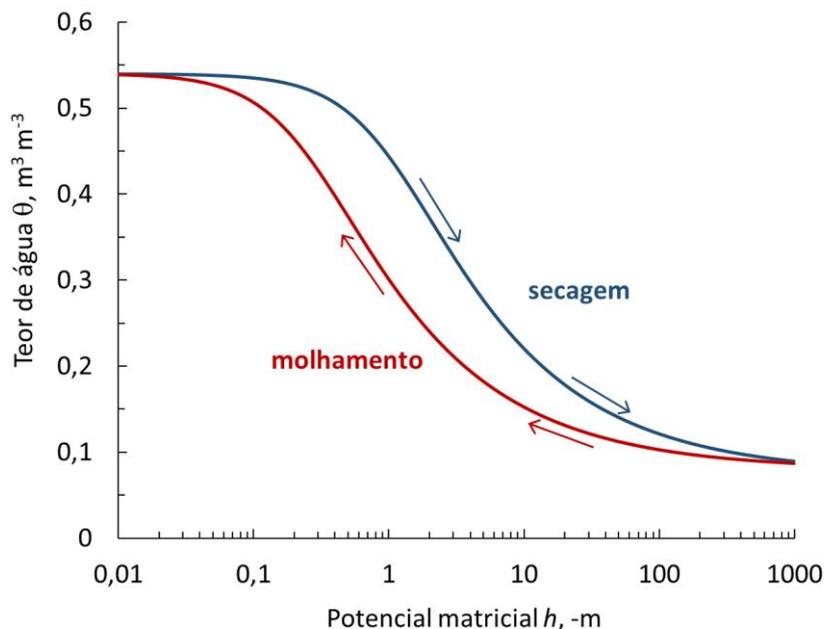


Figura 3.19 - Ilustração de histerese entre a curva de retenção de água no solo de secagem e de molhamento.

As causas dessa discrepância entre a curva de secagem e de molhamento são algumas. Em primeiro lugar, como os poros do solo não são, de fato, cilindros regulares,

mas possuem raios que variam ao longo do comprimento do poro, partes de poros que na secagem contêm água podem, durante o molhamento, estar secas na mesma tensão. A Figura 3.20 mostra essa situação para um poro irregular exemplar. Para drenar o poro do exemplo, inclusive a parte de raio maior, a partir da saturação (secagem), a tensão aplicada deve corresponder ao raio menor  $r_1$ . Para encher o poro de água a partir de seco (molhamento), a tensão deve ser aliviada para o valor correspondente ao raio maior  $r_2$ .

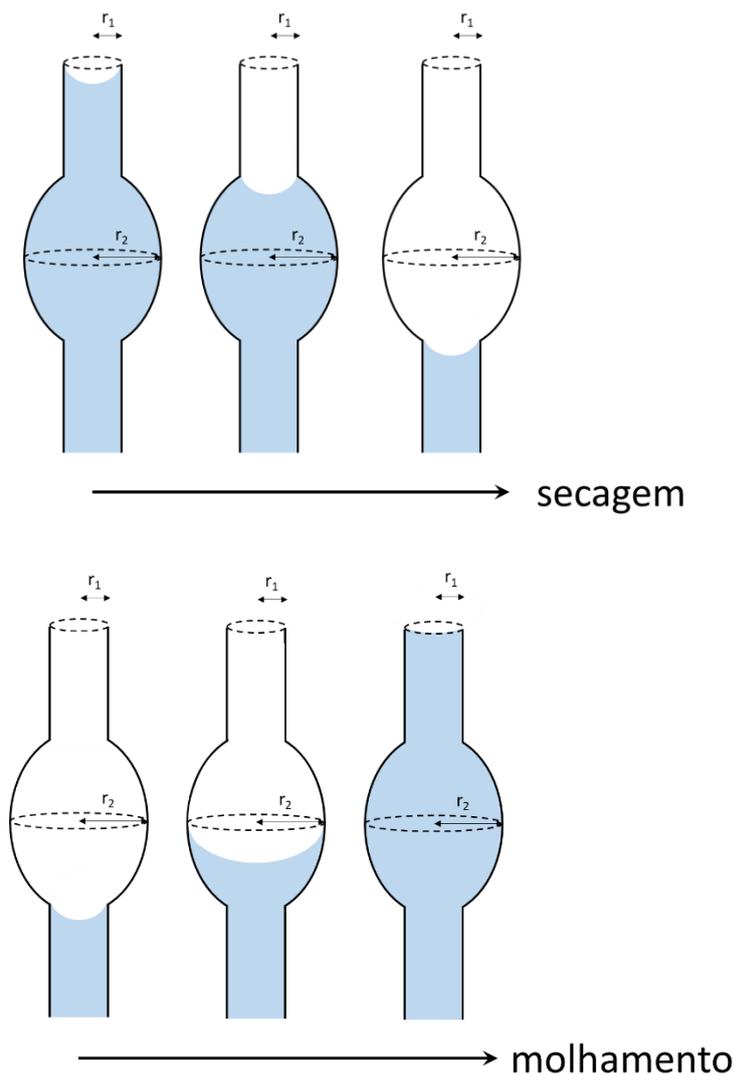


Figura 3.20 - Uma das causas da histerese na curva de retenção: o formato irregular dos poros do solo. Secagem e molhamento do mesmo poro ocorrem em tensões diferentes, respectivamente correspondentes ao raio menor  $r_1$  e maior  $r_2$ .

**EXERCÍCIO 3.15**

Desenhar a “curva de retenção” do poro singular da Figura 3.20 para o processo de secagem e de molhamento.

A segunda causa da histerese é o ângulo de contato entre a superfície sólida e o menisco de água, que pode ser diferente no processo de secagem e de molhamento, especialmente no caso de poros cujas superfícies contêm matéria orgânica. Nesse caso, quando o poro seca, o ângulo de contato é próximo de  $0^\circ$ , mas ao molhar a superfície inicialmente seca, o ângulo pode ser bem maior, até mesmo maior que  $90^\circ$ , caso no qual caracteriza-se um molhamento hidrofóbico (Figura 3.21).

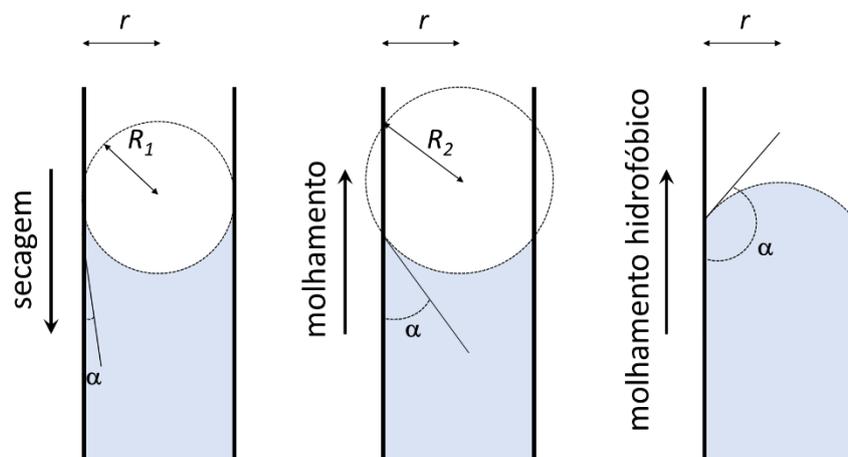


Figura 3.21 - Uma das causas da histerese na curva de retenção: diferentes ângulos de contato durante a secagem (ângulo menor) e molhamento (ângulo maior). Caso extremo é o molhamento hidrofóbico, durante o qual o ângulo de contato é maior que  $90^\circ$  e uma pressão é necessária para preencher o poro.

A terceira causa da histerese se refere à presença de poros isolados. Ao retirar água de um poro assim, ar pode ficar preso e sob vácuo, causando necessitar de uma sucção adicional para a secagem do poro (Figura 3.22). Durante o molhamento, por outro lado, o ar num poro assim pode não ter por onde escapar, gerando uma pressão que deve ser vencida para preencher o poro com água. Embora o fenômeno seja temporário e o ar acaba dissolvendo na água, ele pode ser uma causa adicional da histerese.

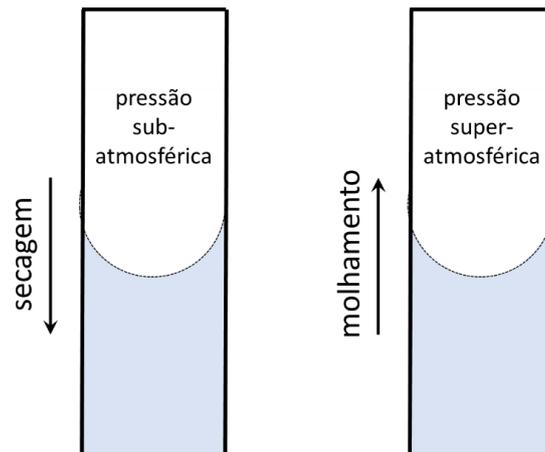


Figura 3.22 - Uma das causas da histerese na curva de retenção: ar preso em poros isolados. Durante a secagem, o ar isolado ficará sob uma pressão sub-atmosférica (“vácuo”), enquanto durante o molhamento o ar ficará sob pressão maior que a atmosférica.

O “ar preso” é um problema em procedimentos experimentais onde se deseja saturar por completo uma amostra ou um solo no campo. Nesses casos, como evitar a permanência de ar em posições isoladas? Em primeiro lugar, quanto mais lentamente a saturação ocorre, menor será a quantidade de ar preso em poros isolados. Assim, a saturação por capilaridade de amostras de solo deve ser feita sempre pausadamente, acrescentando-se quantidades pequenas de água por vez. Dessa forma evita-se a entrada rápida de água por poros maiores obstruindo-se o ar nos menores.

Em segundo lugar, pode-se utilizar água desaerada para a saturação. A solubilidade do ar na água, a 25 °C, é em torno de 21 mg l<sup>-1</sup>, que corresponde a aproximadamente 18 ml de ar por litro de água. Essa quantidade aumenta conforme a temperatura da água diminui. Submetendo água a um vácuo, o ar naturalmente dissolvido na água pode ser removido. Ao utilizar essa água desaerada para a saturação de uma amostra de solo, permite-se que o ar preso no solo irá dissolver na água, facilitando a saturação completa.

#### EXERCÍCIO 3.16

- Demonstrar que 21 mg l<sup>-1</sup>, a solubilidade do ar na água a 25 °C, corresponde a aproximadamente 18 ml de ar por litro de água.
- Busque na literatura informações sobre a solubilidade do ar na água a 35 °C e a 15 °C? Considere que o ar é composto por 80% N<sub>2</sub> e 20% O<sub>2</sub>. [Resposta: a 35 °C: 16 ml l<sup>-1</sup>, a 15 °C: 23 ml l<sup>-1</sup>]

**EXERCÍCIO 3.17**

Em quais situações, ou experimentos, é importante saturar por completo uma amostra de solo?

Na Figura 3.19 apresentou-se um exemplo das curvas de histerese para a secagem e o molhamento. Durante uma sequência de secagem e molhamento parcial, como ocorre em condições de campo durante períodos alternados de evapotranspiração e precipitação, a relação entre potencial matricial e teor de água será, de fato, intermediária entre as duas curvas, ocorrendo o que se chama um *percurso de monitoramento*. A Figura 3.23 mostra um exemplo de um percurso assim.

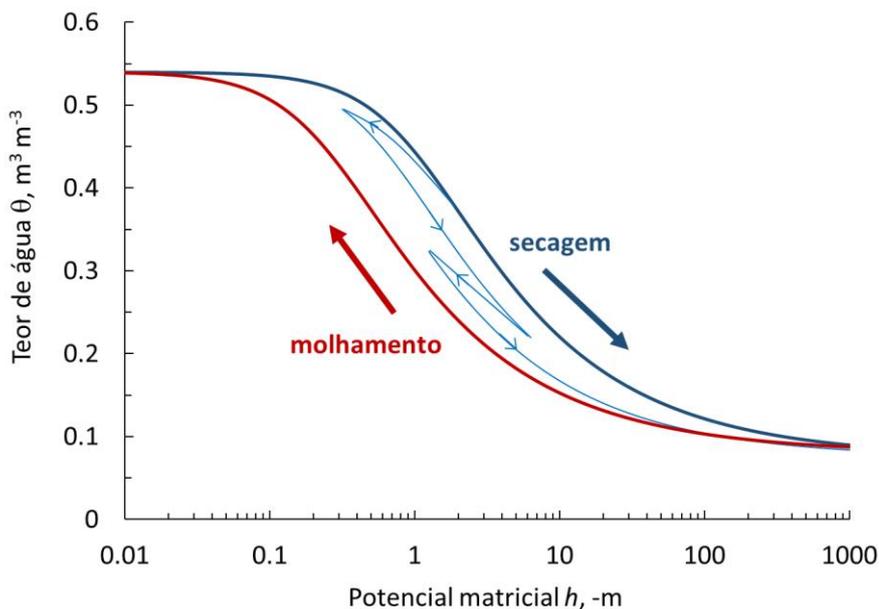


Figura 3.23 - Curvas principais de retenção durante secagem e molhamento e um percurso de monitoramento intermediário.

Qual é a importância prática da histerese da curva de retenção? Principalmente, ela implica em possíveis erros quando se transformam valores de teor de água em potencial, ou vice-versa, utilizando dados obtidos (normalmente) por processo de secagem. Erros desse tipo podem ser esperados especialmente na análise ou simulação de eventos de molhamento rápido como os que acompanham a infiltração da água da chuva ou irrigação.

Outro fato importante ligado ao entendimento da ocorrência da histerese é a necessidade de se padronizar a forma de determinação da curva de retenção. Seja por

método estático em placas porosas ou por modelagem inversa de processos transientes, a condição inicial deve ser bem definida, pois afeta o resultado. Nesse contexto, o mais comum é definir a condição inicial como o solo completamente saturado com água e realizar a dessaturação (secagem) a partir daí.

### **3.6 Tensiometria: a medição do potencial matricial da água no solo**

A medição do potencial matricial da água no solo (também denominado *tensão*) é chamada de tensiometria e o instrumento associado é o tensiômetro. Não é o objetivo desse item apresentar detalhes sobre modelos ou marcas existentes de tensiômetros, mas serão discutidos alguns princípios usados na tensiometria e problemas e cuidados importantes para a correta medição.

#### **3.6.1 O tensiômetro de água**

O tipo mais comum de tensiômetro é o tensiômetro de água com manômetro ou transdutor de pressão. Esse tipo de tensiômetro consiste tipicamente de uma cápsula porosa com diâmetro da ordem de alguns milímetros (microtensiômetro) a alguns centímetros, conectada hermeticamente a um tubo com água do mesmo diâmetro (Figura 3.24). A cápsula porosa tem uma porosidade tão fina que permanece saturada no intervalo de funcionamento do tensiômetro, permitindo a passagem da água líquida, mas não do ar. O sistema é fechado e estabelece-se, na água dentro de tensiômetro, uma tensão (pressão sub-atmosférica) que equivale ao potencial matricial da água no solo, em contato com a cápsula porosa. Essa tensão é medida com o auxílio de um manômetro ou transdutor de pressão acoplado ao tensiômetro que, por sua vez, pode ser acoplado a um datalogger para permitir a realização de leituras automatizadas.

O tensiômetro de água é prático, mede de uma forma bastante direta e tem um custo reduzido, podendo inclusive ser construído facilmente. Ponto importante a considerar para esse tipo de tensiômetro é a faixa de funcionamento, restrita por causa do uso de água a pressões sub-atmosféricas, podendo levar ao borbulhamento, um fenômeno conhecido como cavitação. Na prática, tensiômetros desse tipo podem medir o potencial matricial da água no solo na faixa de tensões entre a saturação ( $h = 0$ ) até  $h = -8$  m. Essa faixa é bastante adequada para sua utilização em lavouras irrigadas, por exemplo, ou em experimentos que envolvem somente condições de solo mais úmidas,

como os de drenagem interna (Item 5.11.2), mas é insuficiente para experimentos que incluem condições mais secas do solo.

O tensiômetro de água requer a troca da água no seu interior de tempos em tempos, pois pelo fato de a água do tensiômetro estar permanentemente sob sucção, ar que se dissolve nessa água acaba se acumulando no interior do tensiômetro. Sendo assim, embora existam modelos automatizáveis, o tensiômetro de água necessita de um acompanhamento relativamente intensivo, especialmente quando instalado no campo.

Outro ponto importante se refere ao tempo de resposta do tensiômetro de água. Dependendo do tipo de manômetro e das dimensões do equipamento, um determinado volume de água terá que entrar ou sair do tensiômetro através da cápsula porosa para refletir uma alteração na tensão da água no solo. Esse processo pode levar um tempo considerável (minutos a horas), chamado de tempo de resposta. Um tempo de resposta maior do tensiômetro prejudica especialmente quando o objetivo é a medição de alterações rápidas no potencial da água, associadas normalmente a eventos de infiltração após chuva, irrigação ou inundação.

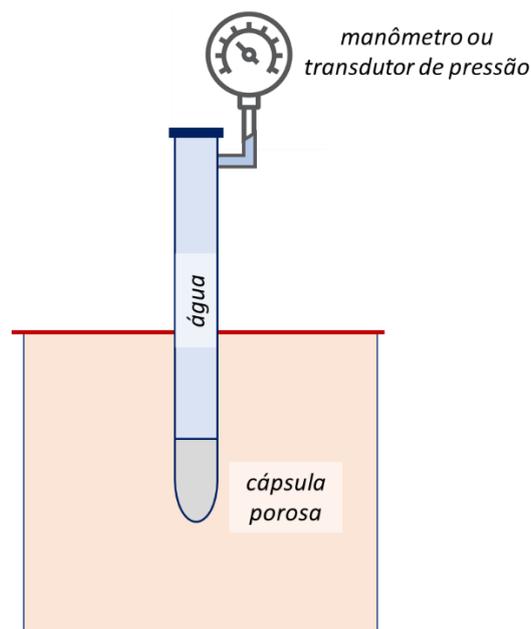


Figura 3.24 - Desenho esquemático de um tensiômetro de água com manômetro ou transdutor de pressão.

### 3.6.2 O tensiômetro de polímero

O tensiômetro de polímero (Bakker et al., 2007; Durigon & De Jong Van Lier, 2011) foi desenvolvido para permitir a medição do potencial matricial na faixa inteira de potenciais de interesse agrônômico, desde a saturação até o ponto de murcha permanente. Devido ao fenômeno da cavitação da água conforme apresentado no item anterior, medições de potenciais matriciais maiores, em módulo, que a pressão atmosférica (que é de 10 m, aproximadamente) não são possíveis com um instrumento baseado num contínuo de água. O tensiômetro de polímero não contém água no seu interior. Seu funcionamento se baseia nas propriedades expansivas de um polímero específico, contido numa pequena câmara dentro do tensiômetro, em contato com a água do solo através de uma cápsula porosa sólida (Figura 3.25). Na fabricação, o tensiômetro é calibrado de tal forma que a pressão exercida pelo polímero quando em contato com água livre ( $P_0$ ) será da ordem de 17 a 20 atm, ou 170 a 200 m. Em contato com a água do solo sob tensão, essa será subtraída da pressão do polímero. Pela diferença entre a leitura  $P$  do tensiômetro e o valor específico de  $P_0$ , calcula-se o potencial matricial da água no solo, em contato com a cápsula porosa.

Os tensiômetros de polímero disponíveis comercialmente estão acoplados a um sistema de datalogger e permitem leituras totalmente automatizadas, sem a necessidade de manutenção frequente, como é o caso no tensiômetro de água.

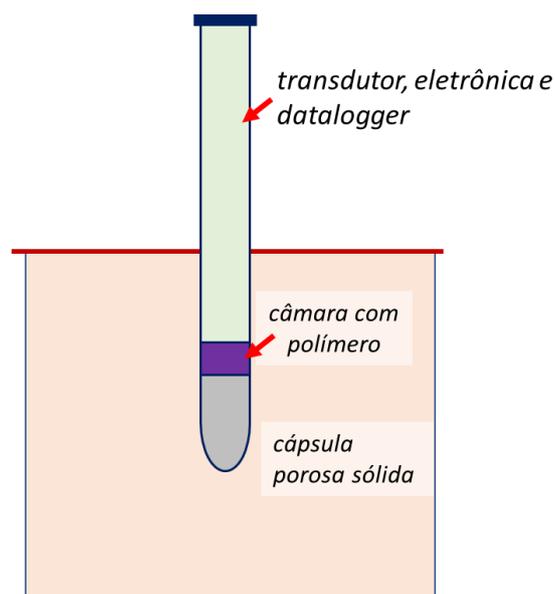


Figura 3.25 - Desenho esquemático de um tensiômetro de polímero.

### 3.6.3 O tensiômetro de FDR

Algumas empresas desenvolveram instrumentos de medição que medem a tensão da água baseando-se na tecnologia de FDR apresentado no Item 2.2.4. Nesse caso, ao invés de medir a constante dielétrica do solo e deduzir o teor de água dele, os guias de FDR estão embutidos num material poroso padronizado com propriedades de retenção exatamente conhecidas (Figura 3.26). Sendo assim, a partir da constante dielétrica medida do material poroso e transformada no respectivo teor de água, sabe-se precisamente o potencial da água associado. Pelo equilíbrio de potenciais que se estabelece por natureza, o potencial matricial da água do material poroso será o mesmo do potencial matricial da água no solo circundante.

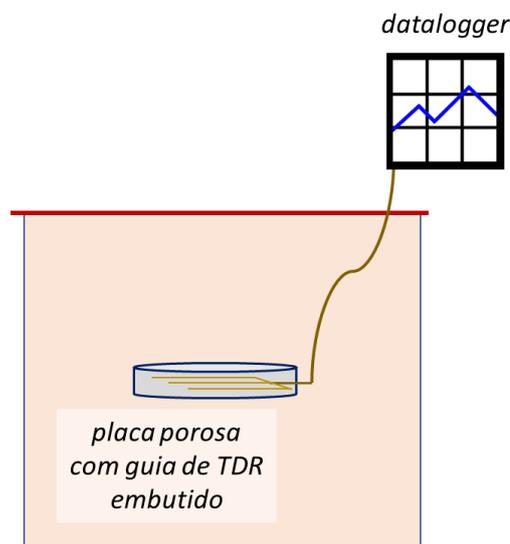


Figura 3.26 - Desenho esquemático de um tensiômetro de FDR. O FDR mede a constante dielétrica da placa porosa, que é transformada num teor de água e, pelas propriedades de retenção conhecidas da placa, num potencial matricial.

### 3.6.4 O tensiômetro do ponto de orvalho

O tensiômetro do ponto de orvalho (ou *dewpoint tensiometer* em inglês) é conhecido também pelo nome comercial de uma de suas versões, o WP4. Esse tipo de tensiômetro mede a umidade relativa do ar em equilíbrio com uma amostra do solo e a

transforma no potencial da água na amostra através da relação termodinâmica entre umidade relativa do ar  $\Omega$  (Pa Pa<sup>-1</sup>) e o potencial do vapor:

$$h = \frac{RT}{g} \left[ \frac{C}{\rho} + \frac{\ln \Omega}{M_a} \right] \quad [3.36]$$

onde  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $T$  (K) é a temperatura absoluta,  $M_a$  é a massa molar da água,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $C$  (mol m<sup>-3</sup>) é a concentração de solutos e  $\rho$  (kg m<sup>-3</sup>) é a densidade da solução. Essa equação será discutida no Capítulo 7, Item 7.4 (Eq. [7.20]) e também no Item 3.9.4.

No Capítulo 7, a Figura 7.1 mostra a relação entre a umidade relativa do ar no solo e o potencial matricial e através dela podemos observar que reduções significativas na umidade relativa ocorrem a partir de potenciais da ordem de -100 m. Por essa razão, o tensiômetro do ponto de orvalho possui um desempenho melhor na faixa bem seca, potenciais matriciais mais negativos que -100, -1000 ou mesmo -10000 m.

Mas como funciona a medição do potencial por ponto de orvalho? Inicialmente, uma pequena amostra de solo na qual se deseja determinar o potencial matricial é colocada na câmara de medição do instrumento (Figura 3.27). Essa câmara tem algumas dezenas de cm<sup>3</sup> e pode ser fechada hermeticamente. Dessa forma, o ar dentro dela se equilibrará com o ar e água da amostra, atingindo uma determinada umidade relativa, tão menor quanto menor (mais negativo) o potencial matricial da água na amostra, conforme a Eq. [3.36]. O equipamento, muito lentamente, iniciará o resfriamento de uma pequena superfície espelhada presente na câmara. O espelho recebe luz emitida por um laser e a reflete para um detector. Assim que a superfície espelhada atinge a temperatura do ponto de orvalho do ar na câmara, água condensará nela e isso irá alterar as propriedades refletivas da superfície, podendo ser detectado por um sensor ótico. A partir da temperatura da amostra na câmara e a temperatura do ponto de orvalho assim detectada, a umidade relativa e o potencial da água na amostra podem ser calculados. Esse potencial é composto pelos componentes matricial e osmótico. Normalmente desconsidera-se o componente osmótico, mas na disponibilidade de informações sobre o teor de solutos na solução na amostra,  $h_\pi$  pode ser facilmente calculado pela Eq. [3.9] e usado para corretamente transformar o valor do potencial lido pelo equipamento em potencial matricial. Veja um exemplo no Exercício 3.18.

Para ilustrar o processamento das temperaturas medidas pelo tensiômetro de ponto de orvalho e como transformá-las no valor do potencial matricial, vamos considerar um exemplo em que a temperatura da amostra foi 21,17 °C e a temperatura de orvalho (temperatura na qual o espelhinho apresentou condensação) foi de 20,86 °C. A pressão de vapor saturado ( $e_s$ , Pa) em função da temperatura é empiricamente descrita pela equação de Magnus e utilizamos aqui sua parametrização conforme Alduchov & Eskridge (1996) apresentada no Capítulo 7, Eq. [7.11]. Com essa equação pode-se calcular que a  $e_s$  à temperatura da amostra é 2507,9 Pa e à temperatura do ponto de orvalho 2460,6 Pa. A pressão de vapor saturado à temperatura de orvalho é igual à pressão de vapor  $e$  (Pa) na câmara, portanto conclui-se que a umidade relativa ( $\Omega$ ) do ar foi de  $2460,6 / 2507,9 = 0,9811$  Pa Pa<sup>-1</sup> ou 98,11%. Substituindo esse valor na Eq. [3.36] calcula-se o potencial da água na amostra, que foi de -263,9 m. Considerando a ausência de solutos, esse valor será igual ao potencial matricial.

Observe que a temperatura da amostra e do ar na câmara deve ser exatamente igual e a medição de ambas as temperaturas envolvidas (da câmara e do espelho resfriado) deve ser de alta acurácia, com resolução de pelo menos 0,01 °C. Isso porque uma pequena diferença na determinação das temperaturas pode levar a desvios significativos no potencial determinado. Ilustrando a sensibilidade do instrumento com os dados do exemplo acima, se a temperatura do ponto de orvalho tivesse sido determinada em 20,87 °C ao invés de 20,86 °C, o potencial matricial da água na amostra teria sido calculado como -255,4 m, 8 m menos negativo do que no cálculo original.

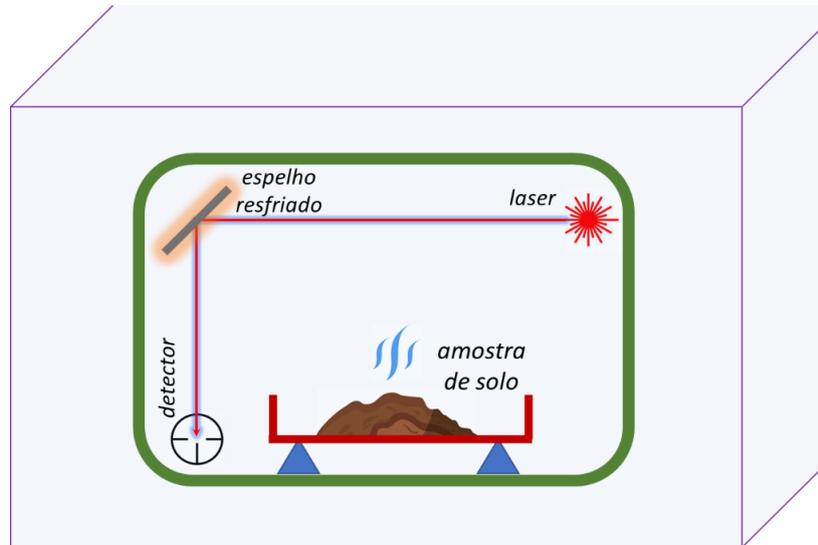


Figura 3.27 - Desenho esquemático do interior da câmara de medição de um tensiômetro de ponto de orvalho. Maiores explicações no texto.

#### EXERCÍCIO 3.18

Um tensiômetro do ponto de orvalho registra o potencial de -332 m. A concentração de solutos na solução da amostra é 0,021 M. Qual é o potencial matricial da água na amostra? [\[Resposta:  \$h = -324,7\$  m\].](#)

**DICA:** Utilize a Eq. [3.9] para transformar o valor lido em  $h$ .

#### EXERCÍCIO 3.19

A correta parametrização da equação de Magnus (equação que descreve a pressão de vapor saturado em função da temperatura) é importante também na otimização das medições do potencial pelo tensiômetro do ponto de orvalho. No exemplo no texto foi utilizada a parametrização de Alduchov & Eskridge (1996) (Eq. [7.11]). A parametrização de Tetens (1930) (Eq. [7.10]), embora menos precisa, é mais comum de ser utilizada. No exemplo do texto, com  $t_{amostra} = 21,17$  °C e  $t_{orvalho} = 20,86$  °C, qual seria a umidade relativa e o potencial matricial calculados utilizando a parametrização de Tetens (1930), Eq. [7.10]? [\[Resposta:  \$\Omega = 0,9777\$  Pa Pa<sup>-1</sup> ou 97,77%;  \$h = -312,6\$  m\].](#)

### 3.7 Capacidade hídrica e densidade de tamanho de poro

A derivada da curva de retenção é denominada de capacidade hídrica  $C(h)$ , com unidade  $m^{-1}$ :

$$C(h) = \frac{d\theta}{dh} \quad [3.37]$$

A Figura 3.28 mostra um exemplo do formato de uma curva de capacidade hídrica em função do potencial matricial. O máximo da curva corresponde ao ponto de inflexão (ou: ao ponto de maior inclinação) da curva de retenção. O potencial

correspondente pode ser interpretado como referente ao diâmetro de poro predominante nesse solo.

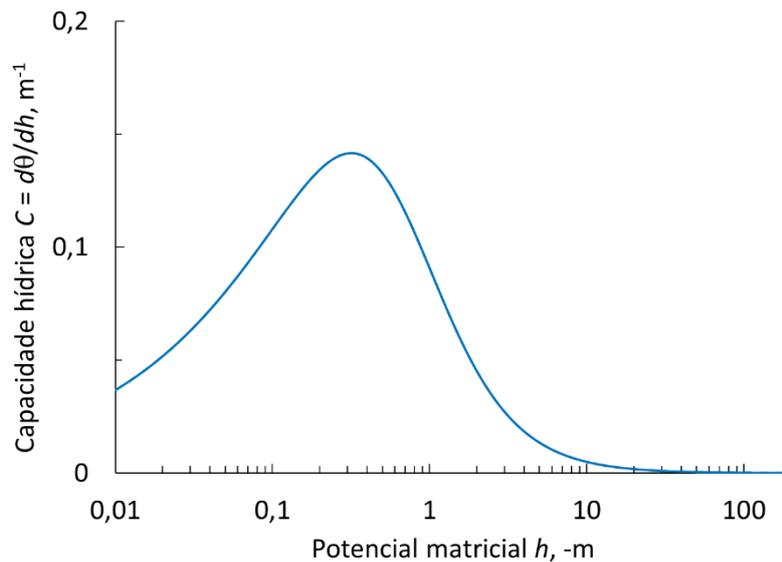


Figura 3.28 - Capacidade hídrica  $C$ , a derivada da curva de retenção, em função do potencial matricial para um solo exemplar.

Relacionada à capacidade hídrica define-se a densidade de tamanho de poro  $\omega$ . A densidade de tamanho de poro é uma grandeza adimensional e se baseia na escala logarítmica para o raio de poro  $r$  (Durner, 1994) conforme

$$\omega = \frac{d\theta}{d\log_{10}(r)} \quad [3.38]$$

Potencial matricial e raio (ou diâmetro) dos poros são relacionados logaritmicamente (veja a Eq. [3.33]. Assim,  $d\log_{10}(r) = -d\log_{10}(|h|)$  e

$$\omega = -\frac{d\theta}{d\log_{10}(|h|)} \quad [3.39]$$

Lembrando que  $\log_{10}(x) = \ln(x)/\ln(10)$  escrevemos

$$\omega = -\frac{\ln(10)d\theta}{d\ln(|h|)} = |h|\ln(10)\frac{d\theta}{dh} = C|h|\ln(10) \quad [3.40]$$

Na Figura 3.29 apresenta-se um gráfico exemplar de  $\omega$  em função do potencial matricial para o mesmo solo da Figura 3.28. Observe que o máximo para  $\omega$  (ao redor de

$h = -1$  m no exemplo da Figura 3.29) ocorre para um potencial mais negativo que o máximo de  $C$ , que está em torno de  $-0,3$  m na Figura 3.28.

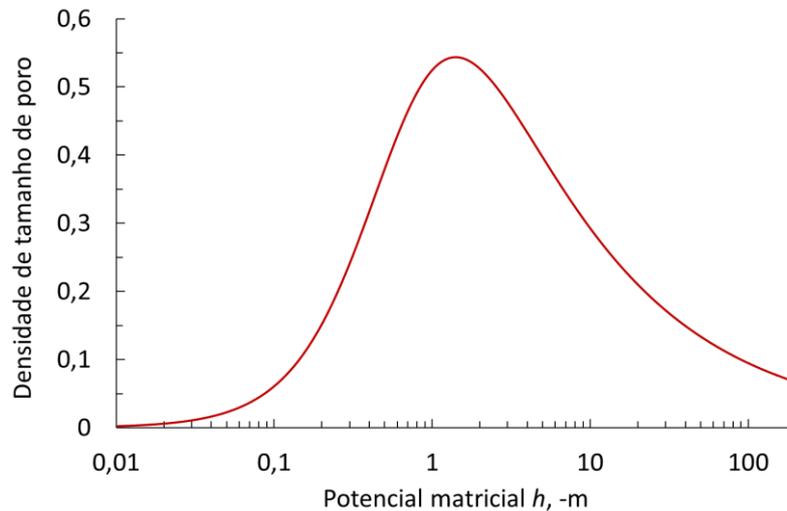


Figura 3.29 - Densidade de tamanho de poro ( $\omega$ ) em função do potencial matricial para o mesmo solo exemplar da Figura 3.28.

### 3.8 Perfis de potencial e o equilíbrio estático

Um *perfil de potencial* é uma representação gráfica dos potenciais (gravitacional, matricial, total e outros se forem relevantes) em função da profundidade. Normalmente representa-se o valor dos potenciais no eixo-X e a profundidade (distância da superfície) no eixo-Y. Na Figura 3.30 apresentam-se alguns perfis de potencial exemplares. Observe que nessa figura a referência gravitacional ( $z = 0$ ) foi colocada na superfície do solo e que o potencial gravitacional, independente do cenário, é representado por uma linha com inclinação 1.

Nos exemplos da figura existe um lençol freático e na profundidade correspondente à superfície desse lençol o valor do potencial de pressão/matricial  $h$  é igual a zero. Abaixo do lençol freático, na parte saturada do perfil,  $h$  é positivo (pressão) e acima do lençol, na parte não-saturada,  $h$  é negativo (tensão). É importante lembrar que o valor de  $h$ , quando negativo, reflete um determinado teor de água conforme a curva de retenção do solo e quando zero ou positivo indica que o solo está saturado com água.

O potencial total  $H$  serve de indício para a ocorrência de movimento de água no perfil de solo. Somente na ausência de qualquer variação no valor de  $H$  em profundidade ( $dH/dz = 0$ ) não haverá movimento. Em qualquer outra condição, o movimento ocorrerá da profundidade de maior à de menor potencial total. Na parte (a) da figura tem-se um perfil para a condição de equilíbrio estático, quando  $H$  não varia com a profundidade. Conseqüentemente, como  $H = h + z$ , o potencial matricial  $h$  apresenta, nessa condição, a inclinação  $-1$ . Observe que para a condição de equilíbrio estático o valor de  $h$  na superfície do solo é, em módulo, igual à profundidade do lençol freático. Embora o equilíbrio estático seja uma condição que, de fato, dificilmente irá ocorrer no campo, o cenário serve como ponto de partida para raciocinar sobre perfis de potenciais e de teores de água que ocorrem no campo em condições reais. O assunto será tratado quantitativamente em capítulos posteriores (Itens 5.13.2 e 10.7), aqui o entendimento é somente qualitativo.

O perfil da Figura 3.30b representa uma condição de fluxo descendente, lembrando que a água irá se mover no sentido da diminuição do potencial total  $H$ , nesse caso de cima para baixo. De forma análoga, a Figura 3.30c representa uma condição de fluxo ascendente. Observe que a variação de  $H$  com a profundidade leva a uma modificação dos valores de potencial matricial  $h$  quando comparados com a Figura 3.30a. O fluxo descendente está associado a um potencial matricial menos negativo (ou: um teor de água maior) na superfície, enquanto um fluxo ascendente ocorre quando o potencial matricial na superfície é mais negativo, portanto, quando a camada superficial está mais seca.

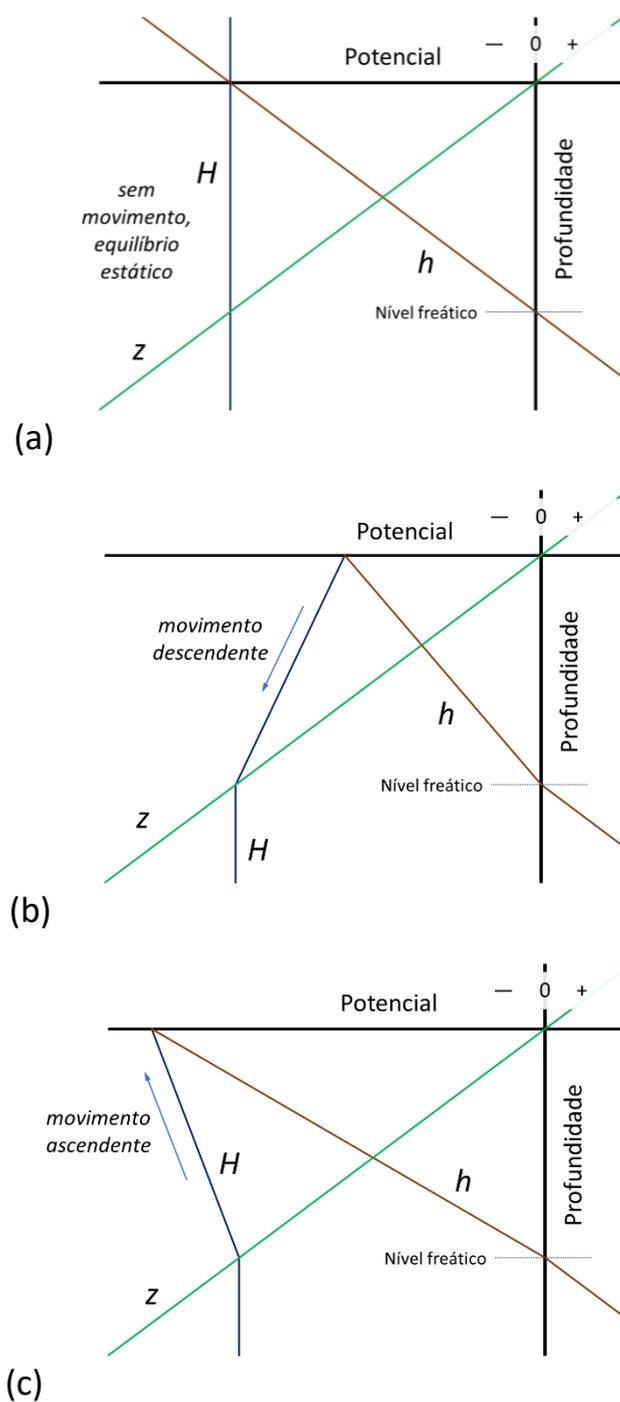


Figura 3.30 - Perfis de potencial exemplares (a) para a condição de equilíbrio estático ( $H$  não varia com a profundidade); (b) para a condição de fluxo descendente ( $H$  diminui conforme se afasta da superfície); (c) para a condição de fluxo ascendente ( $H$  diminui conforme se aproxima da superfície). A referência gravitacional ( $z = 0$ ) encontra-se na superfície do solo.

**EXERCÍCIO 3.20**

Desenhar o perfil de potenciais (gravitacional, pressão, matricial e total) para as seguintes condições de solo em condições hidrostáticas (coloque a referência gravitacional na superfície do solo):

- Solo de 100 cm de profundidade, com lençol freático a 65 cm da superfície.
- Solo de 100 cm de profundidade, inundado com uma lâmina de água de 10 cm na superfície.

### 3.9 Equações para a descrição da curva de retenção

Embora não exista uma equação analítica para a curva de retenção da água no solo, diversas equações (também chamadas de modelos) têm sido propostas para a sua descrição matemática, sendo úteis na modelagem da dinâmica da água no solo ou mesmo permitindo resumir a propriedade da retenção em alguns parâmetros numéricos. Muitas dessas equações se utilizam de parâmetros comuns: o teor de água na saturação ( $\theta_s$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ), por definição igual à porosidade total do solo quando consideramos sua matriz como indeformável e o teor de água residual ( $\theta_r$ ,  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) que corresponde ao teor de água quando o potencial matricial tende a  $-\infty$ . Esses parâmetros podem ser chamados também de parâmetros de normalização, em contraponto a parâmetros de forma. A partir desses dois, define-se a saturação efetiva  $\Theta$  como

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad [3.41]$$

de forma que, quando  $\theta = \theta_r$ ,  $\Theta = 0$  e quando  $\theta = \theta_s$ ,  $\Theta = 1$ . Consequentemente tem-se a seguinte expressão para  $d\Theta / d\theta$ :

$$\frac{d\Theta}{d\theta} = \frac{1}{(\theta_s - \theta_r)} \Leftrightarrow d\theta = (\theta_s - \theta_r) d\Theta \quad [3.42]$$

#### 3.9.1 A equação de Van Genuchten

O modelo mais utilizado para descrever as propriedades hidráulicas do solo, inclusive a retenção, é a equação de Van Genuchten (1980) para  $\Theta(h)$  que se escreve como

$$\Theta = \left[ 1 + (\alpha |h|)^n \right]^{-m} \quad [3.43]$$

ou, para  $\theta(h)$  como

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (\alpha|h|)^n\right]^m} \quad [3.44]$$

onde  $\alpha$  ( $m^{-1}$ ),  $n$  e  $m$  são parâmetros de forma obtidos por ajuste matemáticos,  $\alpha$  tendo as dimensões inversas do potencial  $h$ ,  $m^{-1}$  no sistema adotado nesse texto, mas podendo ser também expresso em outras unidades, como o  $cm^{-1}$ ,  $hPa^{-1}$ , ou  $kPa^{-1}$ .

Usando a Eq. [3.43] em conjunto com a teoria apresentada por Mualem (1976), Van Genuchten (1980) mostrou que é conveniente fazer a restrição paramétrica dada por

$$m = 1 - \frac{1}{n} \quad \text{e} \quad n > 1 \quad [3.45]$$

pois nesse caso pode se utilizar uma equação vinculada à Eq. [3.43] para descrever a condutividade hidráulica em função do teor de água ou do potencial, a ser vista no Item 5.6.5. Assim, combinando as Eqs. [3.43] ou [3.44] com a [3.45] obtém-se

$$\Theta = \left[1 + (\alpha|h|)^n\right]^{\frac{1}{n}-1} = \left[1 + (\alpha|h|)^n\right]^{\frac{1-n}{n}} \quad [3.46]$$

ou

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (\alpha|h|)^n\right]^{\frac{1}{n}}} = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (\alpha|h|)^n\right]^{\frac{n-1}{n}}} \quad [3.47]$$

As Eqs. [3.46] e [3.47] são às vezes denominadas de equação de Van Genuchten – Mualem e abreviada como VGM e possuem, além de  $\theta_r$  e  $\theta_s$ , somente dois parâmetros,  $\alpha$  e  $n$ . As respectivas equações inversas  $h(\Theta)$  e  $h(\theta)$  são

$$|h| = \frac{\left[\Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1\right]^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \quad [3.48]$$

e

$$|h| = \frac{\left[ \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{n}{1-n}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \quad [3.49]$$

**EXERCÍCIO 3.21**

Demonstrar que as Eqs. [3.46] e [3.48] são equivalentes.

A Figura 3.31 representa graficamente a equação de Van Genuchten – Mualem. O gráfico superior mostra a curva de retenção com o teor de água  $\theta$  em função do potencial matricial, enquanto o gráfico inferior apresenta a saturação efetiva  $\Theta$  como variável dependente. Observe que os dois gráficos são muito parecidos, sendo que na escala em  $\theta$  o alcance da função está entre  $\theta_r$  e  $\theta_s$ , enquanto na escala em  $\Theta$  o alcance vai de 0 a 1. A Figura 3.31 também mostra o efeito dos parâmetros  $\alpha$  e  $n$  no formato da curva. O  $\alpha$  é o parâmetro que na equação multiplica o potencial matricial  $h$ ; aumentando-o, a curva se reduz em relação ao eixo-Y, ou seja, os pontos ficam mais próximos do eixo-Y. Um mal-entendido comum é que o parâmetro  $\alpha$  de Van Genuchten corresponde ao inverso da pressão de entrada do ar  $h_b$ , definida no contexto da equação de Brooks & Corey (Item 3.9.2). Essa concepção é falsa, como alertaram e demonstraram Vogel et al. (2000) e De Jong Van Lier & Pinheiro (2018).

O parâmetro  $n$  é de mais difícil avaliação, pois aparece duas vezes como expoente na equação. A figura mostra que um aumento no valor de  $n$  faz com que o decréscimo da curva ocorra mais rapidamente e a inclinação máxima da curva também é maior, indicando uma maior concentração de poros numa faixa mais estreita.

**EXERCÍCIO 3.22**

Os parâmetros da equação de Van Genuchten para determinado solo são:  $\alpha = 0,394 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,420$ ,  $\theta_s = 0,50 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $\theta_r = 0,021 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

- Calcular a quantidade de água disponível, considerando a capacidade de campo equivalente ao potencial de -200 cm e o ponto de murcha permanente a -15000 cm.
- Se o teor de água nesse solo é  $0,27 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , qual é o valor do potencial matricial?

[Resposta: -11,1 m].

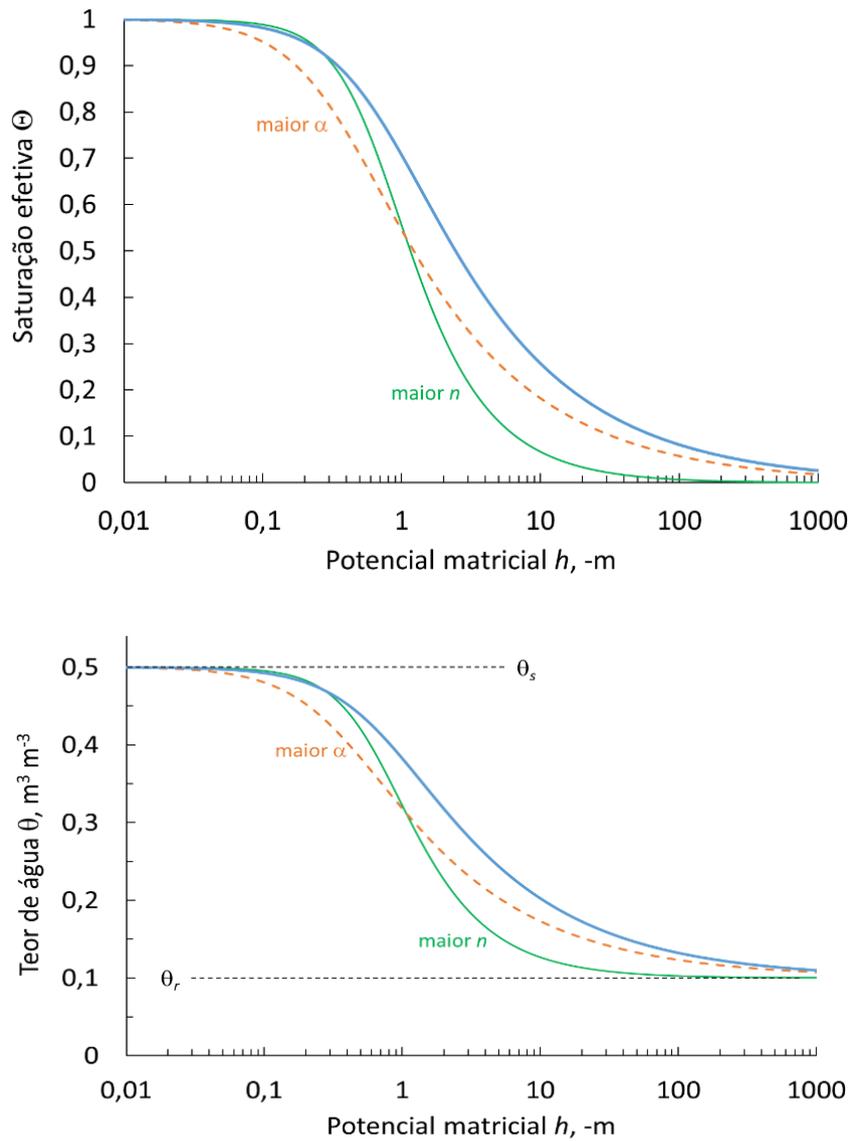


Figura 3.31 - Curva de retenção  $\Theta(h)$  e  $\theta(h)$  segundo a equação de Van Genuchten – Mualem (Eqs. [3.44] e [3.46]) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$  e  $n = 1,5$ . A curva “maior  $\alpha$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\alpha = 3 \text{ m}^{-1}$ ; a curva “maior  $n$ ” representa os mesmos parâmetros com  $n = 2$ .

Derivando a Eq. [3.46] em relação ao potencial matricial  $h$  obtém-se

$$\frac{d\Theta}{dh} = (n-1)\alpha^n |h|^{n-1} \left[ 1 + (\alpha|h|)^n \right]^{\frac{1}{n}-2} \tag{3.50}$$

que, em combinação com a Eq. [3.42] resulta na seguinte expressão para a capacidade hídrica  $C(h)$  (Eq. [3.37]):

$$C(h) = \frac{d\theta}{dh} = (\theta_s - \theta_r)(n-1)\alpha^n |h|^{n-1} \left[ 1 + (\alpha|h|)^n \right]^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.51]$$

ou, juntando com a Eq. [3.48] em função de  $\Theta$  conforme

$$C(\Theta) = \alpha(\theta_s - \theta_r)(n-1) \left( \Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1 \right)^{1-\frac{1}{n}} \left[ 1 + \left( \alpha^{1-n} \left[ \Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1 \right] \right) \right]^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.52]$$

Observe que as Eqs. [3.51] e [3.52] resultam em valores positivos, pois como  $n > 1$ , o termo  $(n - 1)$  será sempre positivo, bem como os demais termos. Os valores positivos para a capacidade hídrica  $C$ , a derivada da curva de retenção, representa o fato de o teor de água  $\theta$  aumentar enquanto o potencial matricial  $h$  ou a saturação efetiva  $\Theta$  aumentam (no caso de  $h$ : tornando-se menos negativo).

A Figura 3.32 mostra gráficos da capacidade hídrica em função do teor de água e do potencial matricial segundo a derivada da equação de Van Genuchten – Mualem (Eq. [3.51]) para os mesmos parâmetros usados na Figura 3.31. Observe que um aumento dos parâmetros  $\alpha$  ou  $n$  leva a um máximo mais alto de  $C$ , indicando uma maior concentração de poros numa faixa mais estreita, ao redor do máximo.

Pela definição da capacidade hídrica como a derivada da curva de retenção, sua integração ao longo de uma faixa de valores de potencial matricial entre um valor menos negativo  $h_2$  e um mais negativo  $h_1$  resulta no volume relativo de poros com raios correspondente à faixa escolhida segundo a equação da capilaridade (Eq. [7.2]). Isso pode também ser escrito como

$$\int_{h_1}^{h_2} C(h) dh = \int_{h_1}^{h_2} \frac{d\theta}{dh} dh = \theta_2 - \theta_1 \quad [3.53]$$

onde  $\theta_1$  é o teor de água correspondente a  $h_1$  e  $\theta_2$  é o teor de água correspondente a  $h_2$ . Tomando toda a faixa de potenciais, isto é,  $h_1 = -\infty$  correspondente a  $\theta = \theta_r$  e  $h_2 = 0$  correspondente a  $\theta = \theta_s$ , tem-se analogamente que

$$\int_{-\infty}^0 C(h) dh = \theta_s - \theta_r \quad [3.54]$$

ou seja, a área abaixo da curva  $C(h)$  é igual a  $\theta_s - \theta_r$ . Observando a Figura 3.32, as três curvas  $C(h)$  apresentadas parecem ter diferentes áreas abaixo delas – as curvas com maior  $n$  ou maior  $\alpha$  parecem representar áreas maiores do que a curva com os parâmetros originais. Isso contrariaria a Eq. [3.54], uma vez que os valores usados para  $\theta_r$  e  $\theta_s$  foram iguais, respectivamente 0,1 e 0,5  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$  e  $\theta_s - \theta_r$  é igual a 0,4  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$  para todas as curvas na figura. O caso se explica como uma má interpretação visual pela distorção logarítmica do eixo dos potenciais. Embora os valores de  $C(h)$  sejam bem superiores para as curvas com maior  $n$  ou maior  $\alpha$  em valores pouco negativos de  $h$ , a situação se inverte para valores mais negativos, a partir de -5 m aproximadamente. Integrando a faixa de integrais toda, a Eq. [3.54] se verifica, por definição.

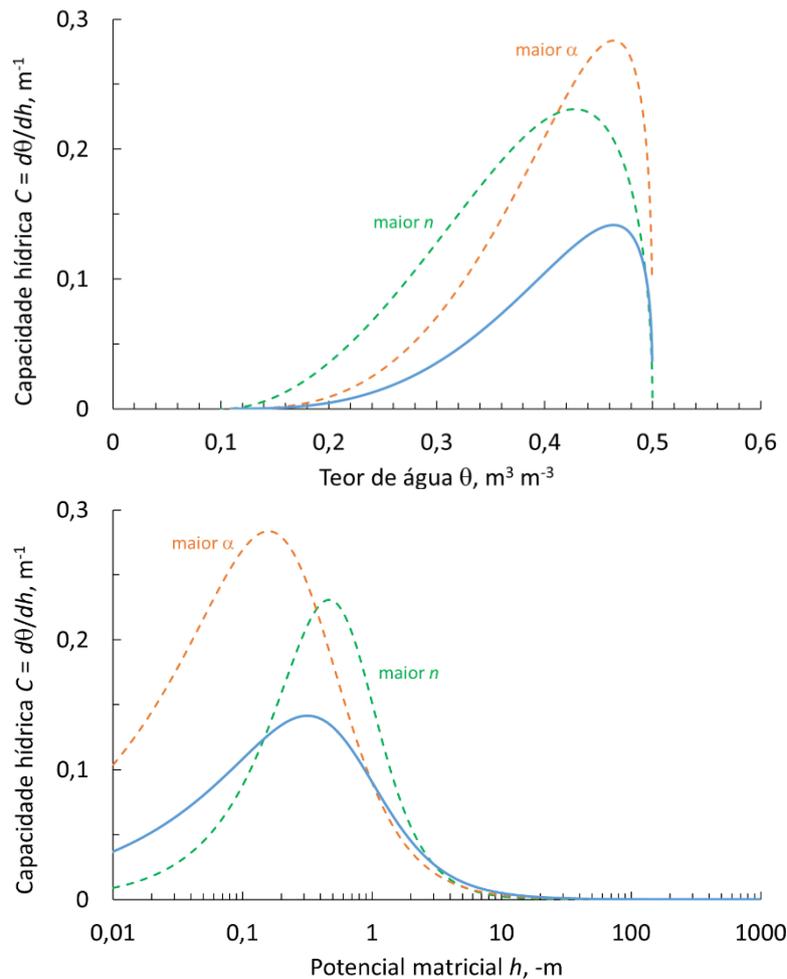


Figura 3.32 - Capacidade hídrica  $C$ , a derivada da equação de Van Genuchten – Mualem (Eqs. [3.51] e [3.52]) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$  e  $n = 1,5$ , em função do teor de água e do potencial matricial. A curva “maior  $\alpha$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\alpha = 3 \text{ m}^{-1}$ ; a curva “maior  $n$ ” representa os mesmos parâmetros com  $n = 2$ .

Embora não exista nenhuma evidência ou motivação física, significados especiais são às vezes atribuídos ao ponto de inflexão da curva de retenção e à inclinação da curva nesse ponto. O ponto de inflexão ocorre quando a segunda derivada da equação é zero. Derivando novamente a Eq. [3.50] resulta na segunda derivada conforme

$$\frac{d^2\Theta}{dh^2} = (1-n)\alpha^n |h|^{n-2} \left[ 1 + (\alpha|h|)^n \right]^{\frac{1}{n}-3} \left[ (n-1)(1 + (\alpha|h|)^n) - (2n-1)(\alpha|h|)^n \right] \tag{3.55}$$

e igualando essa expressão a zero obtém-se o potencial matricial do ponto de inflexão,  $h_i$ , conforme

$$\left. \frac{d^2\Theta}{dh^2} \right|_{h_i} = 0 \Rightarrow |h_i| = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{n-1}{n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad [3.56]$$

Obtém-se a inclinação da curva de retenção no ponto de inflexão pelo valor da primeira derivada (Eq. [3.50]) no potencial  $h_i$ , que resulta em

$$\left( \frac{d\Theta}{dh} \right)_i = (1-n)\alpha \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^{1-\frac{1}{n}} \left( 2 - \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.57]$$

Para determinar o ponto de inflexão e a inclinação da curva nesse ponto para o caso da representação em escala logarítmica, a dedução deve incluir um passo a mais. Nesse caso define-se inicialmente a variável auxiliar  $f$  como o logaritmo do módulo do potencial matricial  $h$ , a base  $\alpha$ , conforme

$$f = \log_{\alpha} |h| = \frac{\ln|h|}{\ln\alpha} \Leftrightarrow |h| = \alpha^f = \exp[f \ln\alpha] \quad [3.58]$$

Consequentemente

$$dh = -f\alpha^{f-1} d\alpha \quad [3.59]$$

e a equação de Van Genuchten (Eq. [3.43]) pode ser escrita como

$$\Theta = \left[ 1 + (\alpha \exp[f \ln\alpha])^n \right]^{-m} \quad [3.60]$$

cuja primeira e segunda derivadas são

$$\frac{d\Theta}{df} = (1-n)(\alpha|h|)^n \left[ 1 + (\alpha|h|)^n \right]^{\frac{1}{n}-2} \ln\alpha \quad [3.61]$$

$$\frac{d^2\Theta}{df^2} = n(1-n)(\alpha|h|)^n \left[ 1 + (\alpha|h|)^n \right]^{\frac{1}{n}-3} \left( 1 - \left( 1 - \frac{1}{n} \right) (\alpha|h|)^n \right) (\ln\alpha)^2 \quad [3.62]$$

Sendo assim, o ponto de inflexão na escala logarítmica ocorre quando a Eq. [3.62] resulta em zero, o que ocorre para

$$|h_i| = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{n}{n-1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad [3.63]$$

e a inclinação da curva nesse ponto equivale a

$$\left(\frac{d\Theta}{df}\right)_i = -n \ln a \left[\frac{2n-1}{n-1}\right]^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.64]$$

No caso de se utilizar o logaritmo natural (base  $e$ ), a Eq. [3.64] reduz para

$$\left(\frac{d\Theta}{df}\right)_i = -n \left[\frac{2n-1}{n-1}\right]^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.65]$$

ou, em combinação com a Eq. [3.42]

$$\left(\frac{d\theta}{df}\right)_i = -n(\theta_s - \theta_r) \left[\frac{2n-1}{n-1}\right]^{\frac{1}{n}-2} \quad [3.66]$$

e essa equação é a apresentada (em módulo) para o cálculo do índice  $S$  por Dexter (2004), sua equação A8, com a ressalva que, no caso desse índice, o teor de água deve ser expresso a base de massa (massa de água por massa de solo seco) e não a base de volume como feito nesse texto.

### EXERCÍCIO 3.23

Dispondo de valores de  $\theta_s$  e  $\theta_r$  a base de volume, como podemos transformá-los em teores de água a base de massa?

**DICA:** Utilize as Eqs. [2.10] e [2.12] e suponha  $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ .

### EXERCÍCIO 3.24

Considere  $\theta_s = 0,52 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $\theta_r = 0,14 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Transformar esses valores em teores de água a base de massa conforme Exercício 3.23 e calcular para qual valor do parâmetro  $n$  o índice  $S$  (Dexter, 2004) se torna igual a 0,035. [Resposta: a densidade do solo resulta em  $1272 \text{ kg m}^{-3}$ , portanto  $U_s = 0,409 \text{ kg kg}^{-1}$  e  $U_r = 0,110 \text{ kg kg}^{-1}$ . O valor de  $n$  correspondente é 1,185].

**DICA:** Para encontrar o valor de  $n$ , deve usar uma ferramenta iterativa como o Solver do Excel, que utiliza o método de Newton-Raphson. Se não o tiver instalado, verifique os passos. É simples.

### 3.9.2 A equação de Brooks & Corey

A equação de Brooks & Corey (1964) é mais antiga que a de Van Genuchten (1980), mas matematicamente mais simples. Por isso ela é às vezes preferida. Ela é uma função em trechos (em inglês: *piecewise*). Para  $\Theta(h)$  ela é

$$\Theta = 1 \text{ para } |h| < |h_b| \quad \text{e} \quad \Theta = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \text{ para } |h| \geq |h_b| \quad [3.67]$$

e para  $\theta(h)$

$$\theta = \theta_s \text{ para } |h| < |h_b| \quad \text{e} \quad \theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \text{ para } |h| \geq |h_b| \quad [3.68]$$

onde  $h_b$  (m) é um parâmetro de normalização e  $\lambda$  é um parâmetro de forma, ambos obtidos por meio de ajuste. O parâmetro  $h_b$  tem a mesma dimensão que o potencial matricial  $h$  e é também chamado de pressão de entrada de ar ou pressão de borbulhamento. A respectiva equação inversa  $h(\Theta)$  ou  $h(\theta)$  é

$$h = h_b \Theta^{-\frac{1}{\lambda}} = h_b \left(\frac{\theta_s - \theta_r}{\theta - \theta_r}\right)^{\frac{1}{\lambda}} \text{ para } |h| \geq |h_b| \quad [3.69]$$

sendo indefinida para  $|h| < |h_b|$ . A Figura 3.33 representa graficamente a equação de Brooks & Corey (1964).

Observe que o parâmetro  $h_b$  possui um significado físico claro: é o potencial matricial que corresponde ao poro de maior diâmetro presente no solo (ou na amostra de solo). Valores de  $|h_b|$  normalmente encontrados, por ajuste a pares de dados  $\theta(h)$ , variam de 1 a 20 cm, o que respectivamente corresponde (Eq. [3.32]) a poros com diâmetros de 1,5 mm a 74  $\mu\text{m}$ . É evidente que os menores valores de  $|h_b|$  correspondem a solos com granulometria mais grosseira.

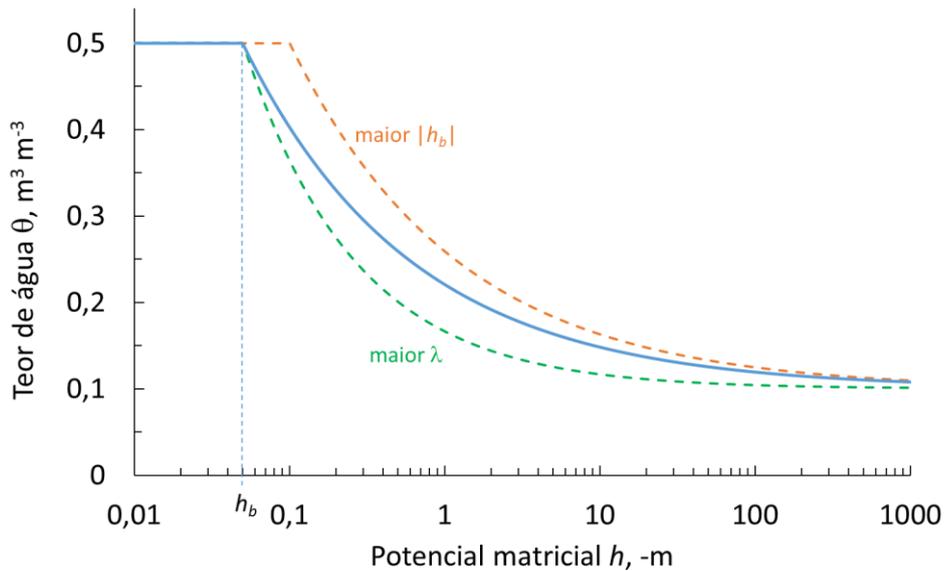


Figura 3.33 - Curva de retenção  $\Theta(h)$  segundo a equação de Brooks & Corey (Eq. [3.67]) com  $|h_b| = 0,05$  m e  $\lambda = 0,4$ . A curva “maior  $|h_b|$ ” representa os mesmos parâmetros com  $|h_b| = 0,10$  m; a curva “maior  $\lambda$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\lambda = 0,6$ .

A derivada da Eq. [3.68] em relação ao potencial matricial  $h$  resulta na seguinte expressão para a capacidade hídrica  $C(h)$

$$\text{para } |h| < |h_b|: C = \frac{d\theta}{dh} = 0 \text{ e}$$

$$\text{para } |h| \geq |h_b|: C = \frac{d\theta}{dh} = -(\theta_s - \theta_r) \frac{\lambda}{h} \left( \frac{h_b}{h} \right)^\lambda = -(\theta_s - \theta_r) \frac{\lambda}{h} \quad [3.70]$$

#### EXERCÍCIO 3.25

Demonstrar que a Eq. [3.70] é a derivada da Eq. [3.68].

**EXERCÍCIO 3.26**

Faça o download do software RETC (disponível no site [www.pc-progress.com](http://www.pc-progress.com)) e utilizando o programa:

- a. Ajuste as equações de Van Genuchten e de Brooks & Corey aos dados abaixo:

Type of problem: "retention data only"

Scale units: cm e dia

Type of model:

- (1) Van Genuchten  $m=1-1/n$   
 (2) Brooks & Corey / Mualem

potencial matricial (cm)	teor de água ( $m^3 m^{-3}$ )
5	0,4429
20	0,3951
60	0,3233
100	0,3010
330	0,2427
1000	0,2221
3000	0,1798
15000	0,1612

- b. Interprete o resultado dos ajustes gravados no arquivo de saída do RETC  
 c. Utilizando o MS-Excel ou semelhante, faça um gráfico representando os pontos observados e as linhas ajustadas (teor de água versus  $\log-h$ ).

**3.9.3 A equação de Groenevelt & Grant**

Uma equação matematicamente mais versátil e com um desempenho de ajuste semelhante à equação de Van Genuchten (1980) é a equação proposta por Groenevelt & Grant (2004), originalmente escrita como

$$\theta = \theta_s - k_1 \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{k_0}{|h|} \right)^p \right] \right\} \quad [3.71]$$

onde  $p$ ,  $k_1$  ( $m^3 m^{-3}$ ) e  $k_0$  (m) são parâmetros de forma, obtidos por ajuste. O parâmetro  $k_0$  corresponde ao potencial matricial do ponto de inflexão em escala logarítmica (De Jong Van Lier, 2014; Grant & Groenevelt, 2015).

Substituindo  $k_1 = (\theta_r - \theta_s)$  e  $k_0 = k$ , a Eq. [3.71] pode ser reescrita como

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{k}{|h|} \right)^p \right] \right\} \quad [3.72]$$

ou em sua forma mais compacta

$$\Theta = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{k}{|h|} \right)^p \right] \quad [3.73]$$

As respectivas equações inversas  $h(\Theta)$  e  $h(\theta)$  são

$$|h| = k \left[ \ln \left( \frac{1}{1 - \Theta} \right) \right]^{\frac{1}{p}} \quad [3.74]$$

e

$$|h| = k \left[ \ln \left( \frac{\theta_s - \theta_r}{\theta_s - \theta} \right) \right]^{\frac{1}{p}} \quad [3.75]$$

A Figura 3.34 representa graficamente a equação de Groenevelt & Grant (2004).

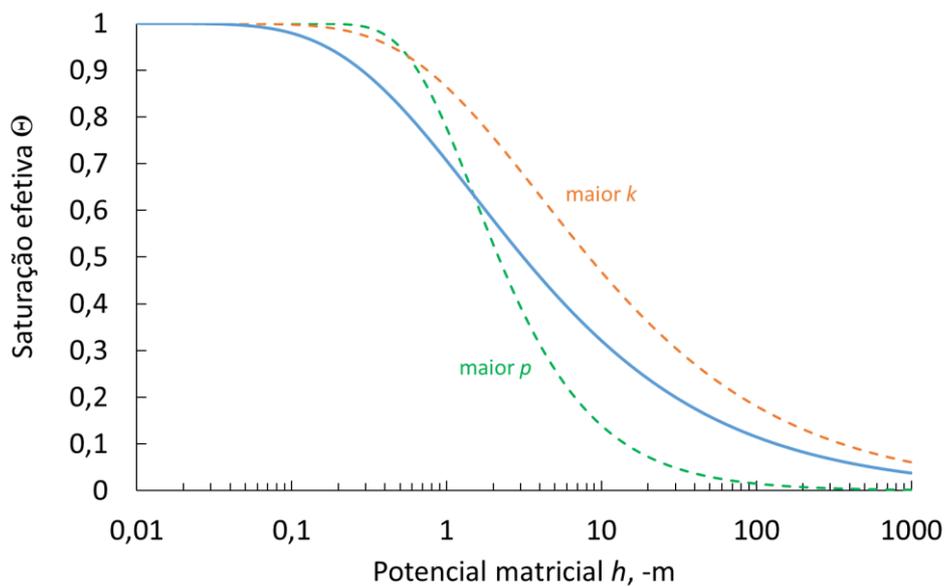


Figura 3.34 - Curva de retenção  $\Theta(h)$  segundo a equação de Groenevelt & Grant (Eq. [3.73]) com  $k = 1,5$  m e  $p = 0,5$ . A curva “maior  $k$ ” representa os mesmos parâmetros com  $k = 4$  m; a curva “maior  $p$ ” representa os mesmos parâmetros com  $p = 1,0$ .

A derivada da Eq. [3.72] em relação ao potencial matricial  $h$  resulta na seguinte expressão para a capacidade hídrica  $C(h)$

$$C = \frac{d\theta}{dh} = \frac{(\theta_r - \theta_s)}{h} p \left( \frac{k}{|h|} \right)^p \exp \left[ - \left( \frac{k}{|h|} \right)^p \right] = \frac{(\theta - \theta_s)}{h} p \left( \frac{k}{|h|} \right)^p \quad [3.76]$$

### EXERCÍCIO 3.27

Para cada uma das equações apresentadas nesse capítulo (Van Genuchten, Brooks & Corey e Groenevelt & Grant) responda:

- Como mudariam seus parâmetros entre solos típicos argilosos e arenosos?
- Quais parâmetros mudariam entre um solo “virgem” e o mesmo solo compactado?
- Pela modificação de qual parâmetro poderíamos melhor descrever a histerese? Em outras palavras, qual parâmetro mudaria entre as curvas de secagem e de molhamento?

### 3.9.4 Solo seco ao ar, à estufa e o significado da água residual

Vale a pena elaborar um pouco sobre a condição de solo muito seco. Denominações como solo “seco ao ar” ou “seco à estufa” são comuns na física do solo. O teor de água residual, o  $\theta_r$ , é usado em praticamente todas as equações para descrever a curva de retenção e nessas equações  $\theta_r$  é o teor de água que corresponde a um potencial matricial infinitamente negativo. Sendo assim, seu valor não pode ser determinado experimentalmente e é obtido por ajuste matemático. O potencial mais negativo que se pode aplicar em equipamento laboratorial com placa porosa normalmente disponível em laboratórios de física do solo é -1500 kPa ou -150 m. Esse valor corresponde ao que se considera, geralmente, o ponto de murcha permanente: o teor de água mais baixo atingível por extração da água pelas raízes de plantas, destinada à transpiração.

O solo não pode se tornar mais seco que o ponto de murcha permanente por transpiração (via planta), mas teores menores de água podem ser atingidos por evaporação ou por drenagem. Assim, embora não se trate de água disponível para as plantas, as propriedades hidráulicas do solo mais seco que o ponto de murcha permanente podem ser de interesse à pesquisa e modelagem em física do solo. Em especial, o estudo do processo da evaporação envolve as propriedades hidráulicas do solo muito seco.

Para o solo seco ao ar, o potencial é muito negativo e para o solo seco em estufa a 105 °C, o padrão dos laboratórios de física do solo, ele é mais negativo ainda. Esses potenciais, por secagem, podem ser estudados no contexto do equilíbrio que se estabelece entre o potencial matricial  $h$  (m) da água numa amostra de solo seco ao ar (ou a estufa) e o potencial de vapor no ar circundante. O assunto do potencial do vapor de água será tratado com mais detalhe no Capítulo 7, mas aqui se apresenta a relação termodinâmica entre umidade relativa do ar  $\Omega$  (Pa Pa<sup>-1</sup>) e o potencial do vapor (para mais detalhes, veja no Capítulo 7 a Eq. [7.17] e a Figura 7.1):

$$h = \frac{RT}{M_a g} \ln \Omega \quad [3.77]$$

onde  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $T$  (K) é a temperatura absoluta,  $M_a$  é a massa molar da água ( $M_a = 0,018 \text{ kg mol}^{-1}$ ) e  $g$  é a aceleração da gravidade ( $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ). Por essa equação verifica-se que o potencial será igual a zero quando a umidade relativa do ar é 1 (ou 100%) e que, para qualquer redução de  $\Omega$  para valores menores que 1, o potencial se torna negativo. Por exemplo, a 298 K e umidade relativa de 50% ( $\Omega = 0,5$ ) a Eq. [3.77] prevê um potencial do vapor no ar de  $-9,7 \cdot 10^3 \text{ m}$ . Esse também será o potencial da água numa amostra seca ao ar naquelas condições.

E quanto ao potencial da água numa amostra quando sai da estufa, a 105 °C? Para calcular seu valor devemos lembrar que a estufa não é um ambiente hermeticamente fechado, portanto, o ar da estufa está em contato com o ar do laboratório. Sendo assim, embora a temperaturas diferentes, as concentrações dos componentes do ar dentro e fora da estufa, inclusive do vapor de água, tendem a ser iguais. Usando novamente o exemplo de  $T = 298 \text{ K}$  ( $=24,85 \text{ °C}$ ) e  $\Omega = 0,5$  no laboratório, a essa temperatura a pressão de vapor saturado é 3,139 kPa (conforme tabela físico-química ou equação de Magnus, Eq. [7.10] ou [7.11]). Assim, a  $\Omega = 0,5$  a pressão de vapor no laboratório será de  $0,5 \times 3,174 = 1,570 \text{ kPa}$ . Esse valor da pressão de vapor vale tanto fora como dentro da estufa. Dentro da estufa, no entanto, a temperatura é de  $c$ , que corresponde a uma pressão de vapor saturado de 122 kPa. Assim, a umidade relativa dentro da estufa será de  $1,570 / 122 = 0,0129$  (ou 1,29%) e o potencial associado (Eq. [3.77]) será de  $-78 \cdot 10^3 \text{ m}$ .

O mesmo valor podemos calcular, de forma mais direta, usando uma derivação da equação de Clausius-Clapeyron, que escrevemos como

$$h_e = L_v \left( 1 - \frac{T_e}{T_l} \right) - \frac{RT_l}{M_a g} \ln \Omega \quad [3.78]$$

onde  $h_e$  (m) é o potencial do vapor na estufa, igual ao potencial da água em equilíbrio com esse vapor,  $L_v$  ( $\text{J kg}^{-1}$ ) é o calor latente de evaporação da água e  $T_e$  (K) e  $T_l$  (K) são as temperaturas absolutas na estufa e no laboratório, respectivamente. O valor de  $L_v$  depende da temperatura no laboratório e pode ser calculado, no domínio entre 0 e 45 °C, como

$$L_v = 2,501 \cdot 10^6 - 2372t_l \quad [3.79]$$

onde  $t_l$  (°C) é a temperatura no laboratório.

A Tabela 3.3 apresenta valores calculados pela Eq. [3.78] para algumas combinações de temperatura e umidade relativa do ar no laboratório, considerando a temperatura na estufa como 105 °C. Observe que os potenciais se tornam mais negativos conforme a temperatura e a umidade relativa diminuem, pois essas condições correspondem a baixas pressões de vapor no laboratório. Observe ainda que na escala pF ( $pF = \log_{10}(-h)$  para  $h$  em cm), os valores da Tabela 3.3 estão todos entre 6,8 e 7,0.

Tabela 3.3 - Potencial matricial da água ( $h$ , em  $10^3$  m) em amostras em equilíbrio com ar de estufa a 105 °C para algumas combinações de temperatura e umidade relativa no laboratório.

Temperatura	Umidade relativa					
	30%	40%	50%	60%	70%	80%
15 °C	-100	-95	-91	-88	-85	-82
18 °C	-96	-91	-87	-84	-81	-79
21 °C	-93	-88	-84	-80	-78	-75
24 °C	-89	-84	-80	-77	-74	-72
27 °C	-86	-81	-77	-74	-71	-69
30 °C	-83	-78	-74	-70	-68	-65

O entendimento de que a água numa amostra seca em estufa possui um potencial finito, da ordem de  $-75 \cdot 10^3$  m o que equivale a -7.500 atm., faz perceber que o teor de água que denominamos de “zero” e que medimos pela secagem em estufa,

corresponde a esse mesmo potencial. Por esse motivo, quando se determina uma curva de retenção em equipamento de laboratório, além dos pontos observados na faixa comum entre 0 e -150 m de tensão, tem-se ainda o ponto de teor de água “zero” ao potencial da estufa. Essa percepção deixa claro também que o teor de água residual, quando obtido por ajuste de uma equação, é um mero fator de ajuste matemático sem maior significado físico. Claramente não é o verdadeiro valor do teor de água para potenciais muito negativos.

O ajuste das equações que representam as curvas de retenção é feito geralmente sem considerar o ponto correspondente ao potencial da estufa. O resultado é uma curva ajustada como a linha verde apresentada na Figura 3.35. Essa curva se ajusta bem aos pontos observados na faixa da disponibilidade hídrica para as plantas, mas passa muito longe do teor de água “zero” que corresponde ao potencial da estufa. Se incluirmos o ponto da estufa no ajuste, como foi o caso para a linha vermelha da mesma figura, o ajuste para os pontos de altas tensões tende a piorar. De fato, as equações vistas nos itens anteriores não são adequadas, normalmente, para ajustar tanto a faixa de potenciais observada nos equipamentos laboratoriais (e de maior interesse agrônomo) e o ponto de teor “zero” da estufa.

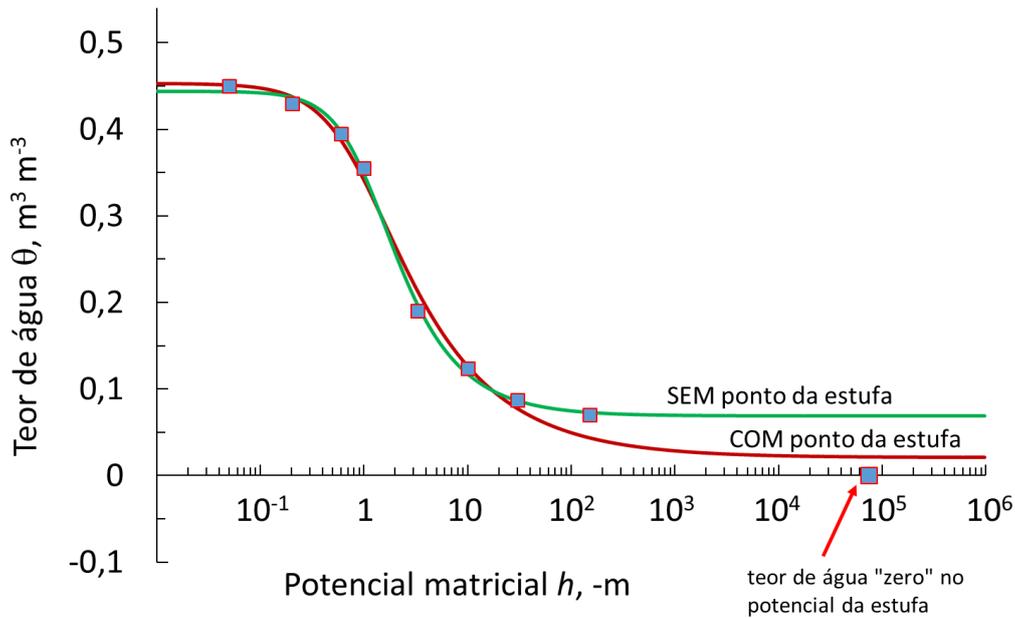


Figura 3.35 - Exemplo de ajuste da equação de Van Genuchten (1980) a valores de retenção observados, sem e com a inclusão do teor de água “zero” que corresponde ao potencial da estufa.

Vários autores desenvolveram modelos para a curva de retenção contemplando o teor de água “zero” da estufa, por exemplo Ross et al. (1991), Zhang (2011) e Inforsato et al. (2020). O modelo de Inforsato et al. (2020) é especialmente interessante, pois permite uma melhoria do ajuste da parte seca da curva, mantendo os parâmetros originais da equação ajustada sem utilizar esse ponto. Esses autores consideraram que o ajuste da faixa “comum” de 0 a -150 m se refere à água retida por capilaridade, enquanto a água retida na parte mais seca, até e além do potencial da estufa, se refere ao processo de adsorção. Assim, propuseram usar um modelo comum, p.e. de Van Genuchten, Brooks & Corey, ou Groenevelt & Grant para calcular o componente de capilaridade ( $\Gamma_{cap}$ ,  $m^3 m^{-3}$ ) e subtrair um termo que corresponde ao efeito da adsorção ( $\Gamma_{ads}$ ,  $m^3 m^{-3}$ ) conforme

$$\theta(h) = \Gamma_{cap}(h) + \theta_0 \Gamma_{ads}(h) \quad [3.80]$$

onde  $\theta_0$  é o teor de água correspondente ao potencial da estufa calculado pelo modelo comum e  $\Gamma_{ads}$  é dado em função de  $h$  por

$$\Gamma_{ads}(h) = \frac{1}{\log \frac{h_a}{h_0}} \left\{ \log \frac{h}{h_a} + b \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\log \frac{h_a}{h}}{b} \right) \right] \right\} \quad [3.81]$$

onde  $h_0$  (m) é o potencial da estufa (na qual  $\Gamma_{ads} \approx -1$ ),  $h_a$  (m) é o potencial matricial no qual o fenômeno da retenção muda de predominantemente capilar para adsortivo e  $b$  é um parâmetro que suaviza a transição. A Figura 3.36 mostra um exemplo da aplicação da Eq. [3.80], com o modelo original da curva ajustado aos pontos observados, desconsiderando o ponto de teor de água “zero” da estufa (linha verde) e o modelo estendido de Inforsato et al. (2020) com os mesmos parâmetros de ajuste (linha azul). Os parâmetros  $h_a$  e  $b$  podem ser usados para otimizar o ajuste. Sugere-se consultar a publicação original para maiores detalhes.

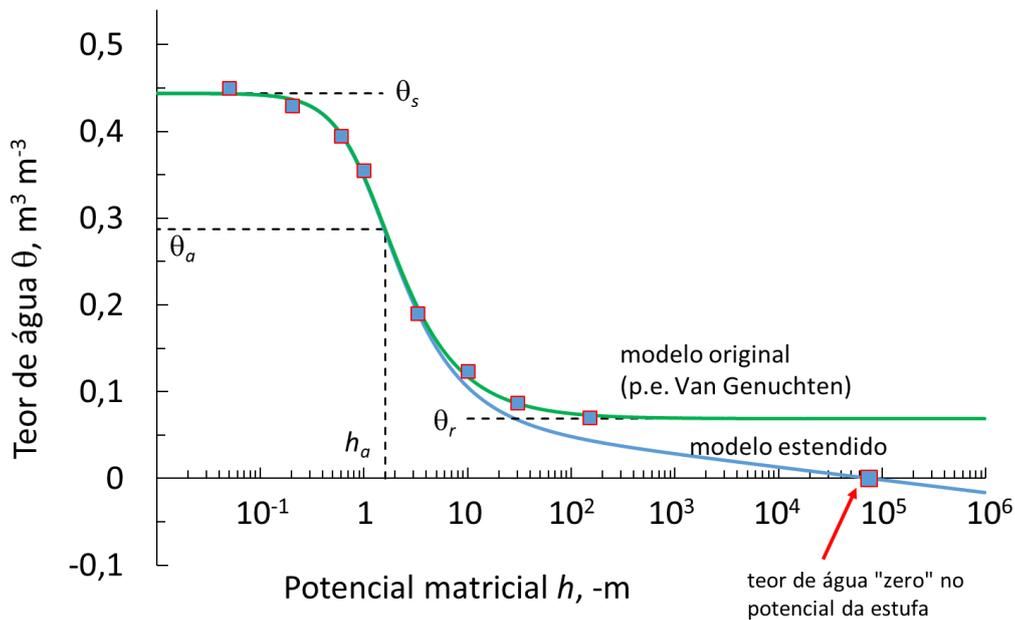


Figura 3.36 - Exemplo de um modelo original da curva de retenção ajustada aos valores observados, desconsiderando o teor de água “zero” da estufa (linha verde) e o modelo estendido de Inforsato et al. (2020) (Eq. [3.80]) com os mesmos parâmetros de ajuste (linha azul).

Fato interessante é que o modelo de Inforsato et al. (2020) prevê teores de água negativos para potenciais além do potencial da estufa. Qual é o significado disso? Esses valores negativos refletem o fato de o teor de água a esses potenciais ser menor que o teor de água em equilíbrio com a estufa. Ou seja, mesmo seca a estufa, ainda existe uma quantidade mínima de água na amostra de solo. Nesse contexto devemos lembrar que qualquer valor de teor de água que utilizamos está sempre referente ao zero arbitrário que corresponde ao teor de água em equilíbrio com o ar da estufa a 105 °C.

### 3.9.5 Curvas de retenção multimodais

A maior parte dos ajustes realizados com dados de retenção obtidos em laboratório na faixa de potenciais entre a saturação e o ponto de murcha permanente (0 a -150 m) resultam em valores positivos para  $\theta_r$ . Ao mesmo tempo, é certo que o teor de água é por definição igual a zero no potencial da estufa. Para contornar essa aparente contradição, pode-se utilizar a adaptação da equação de retenção de Van Genuchten (1980), a Eq. [3.80] de Inforsato et al. (2020), conforme apresentado no Item 3.9.4.

Uma outra forma de resolver o mesmo problema é pela definição de uma equação multimodal, isto é, uma equação que permite mais pontos de inflexão ao invés de somente um único ponto de inflexão como é o caso na equação comum. Uma equação assim, à semelhança da Eq. [3.43] de Van Genuchten (1980) foi proposta por Durner (1994) conforme

$$\Theta = \sum_{i=1}^k w_i \left[ 1 + (\alpha_i |h|)^{n_i} \right]^{-m_i} \quad [3.82]$$

onde  $k$  é o número de 'subsistemas', igual ao número de pontos de inflexão,  $w_i$  é o fator de ponderação de cada subsistema, sendo que sua somatória deve ser igual a 1:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad [3.83]$$

Observe que a Eq. [3.82] é uma somatória de  $k$  expressões análogas à equação de retenção de Van Genuchten (1980), cada uma multiplicada por um fator de ponderação  $w_i$ . Os parâmetros  $\alpha_i$  ( $m^{-1}$ ),  $n_i$  e  $m_i$  são semelhantes ao  $\alpha$ ,  $n$  e  $m$  da Eq. [3.43] original, mas definidas para cada subsistema  $i$ . Usando os mesmos valores que no exemplo da Figura 3.36 (dados que incluem o teor de água "zero" no potencial da estufa), a Eq. [3.82] com  $k = 2$  (bimodal) e  $m_i = 1 - 1/n_i$  foi ajustada, com resultado

apresentado na Figura 3.37. Observe o ajuste muito superior da equação bimodal de Durner (1994). Contudo, essa superioridade vai às custas de um número maior de parâmetros empíricos (quatro na equação monomodal original versus sete na equação bimodal).

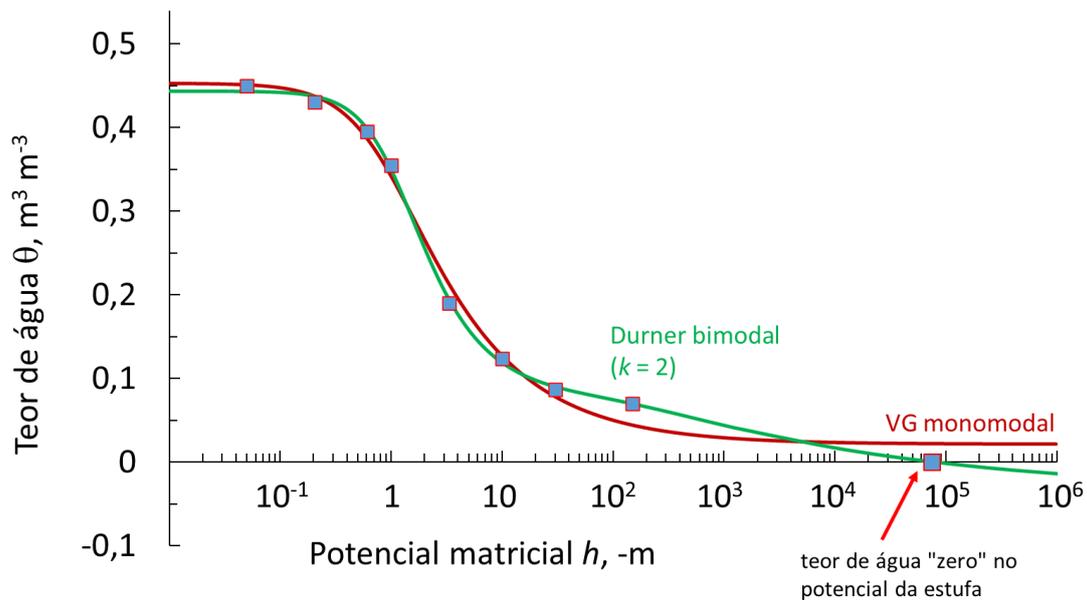


Figura 3.37 - Exemplo de um ajuste do modelo original de Van Genuchten (1980), Eq. [3.43] – VG monomodal e a equação de Durner, Eq. [3.82] com  $k = 2$  (bimodal) a dados que incluem o teor de água "zero" no potencial da estufa.

A Equação de Durner (1994) pode também ser ajustada a conjuntos de dados com bimodalidade (ou multimodalidade) em outras faixas de potenciais ou raios dos poros. Para melhor ilustrar a equação, utilizamos aqui o exemplo do próprio trabalho de Durner (1994) para uma curva bimodal composta por dois subsistemas, o primeiro com  $w_1 = 0,6$ ,  $\alpha_1 = 0,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n_1 = 1,4$  e  $m_1 = 1 - 1/n_1$ , o segundo com  $w_2 = 0,4$ ,  $\alpha_2 = 10 \text{ m}^{-1}$ ,  $n_2 = 2,2$  e  $m_2 = 1 - 1/n_2$ . A Figura 3.38 mostra as curvas de retenção correspondentes e também a decomposição nos dois subsistemas. Observe que o subsistema com o menor valor de  $\alpha$  (subsistema 1) predomina nas tensões mais negativas, enquanto o subsistema 2, com  $\alpha$  maior, é predominante na parte inicial (mais úmida) da curva.

Na mesma figura apresenta-se também a densidade de tamanho de poro ( $\omega$ ) calculada pela Eq. [3.38], junto com um eixo com alguns valores de raios de poro que correspondem aos potenciais de acordo com a Eq. [3.32].

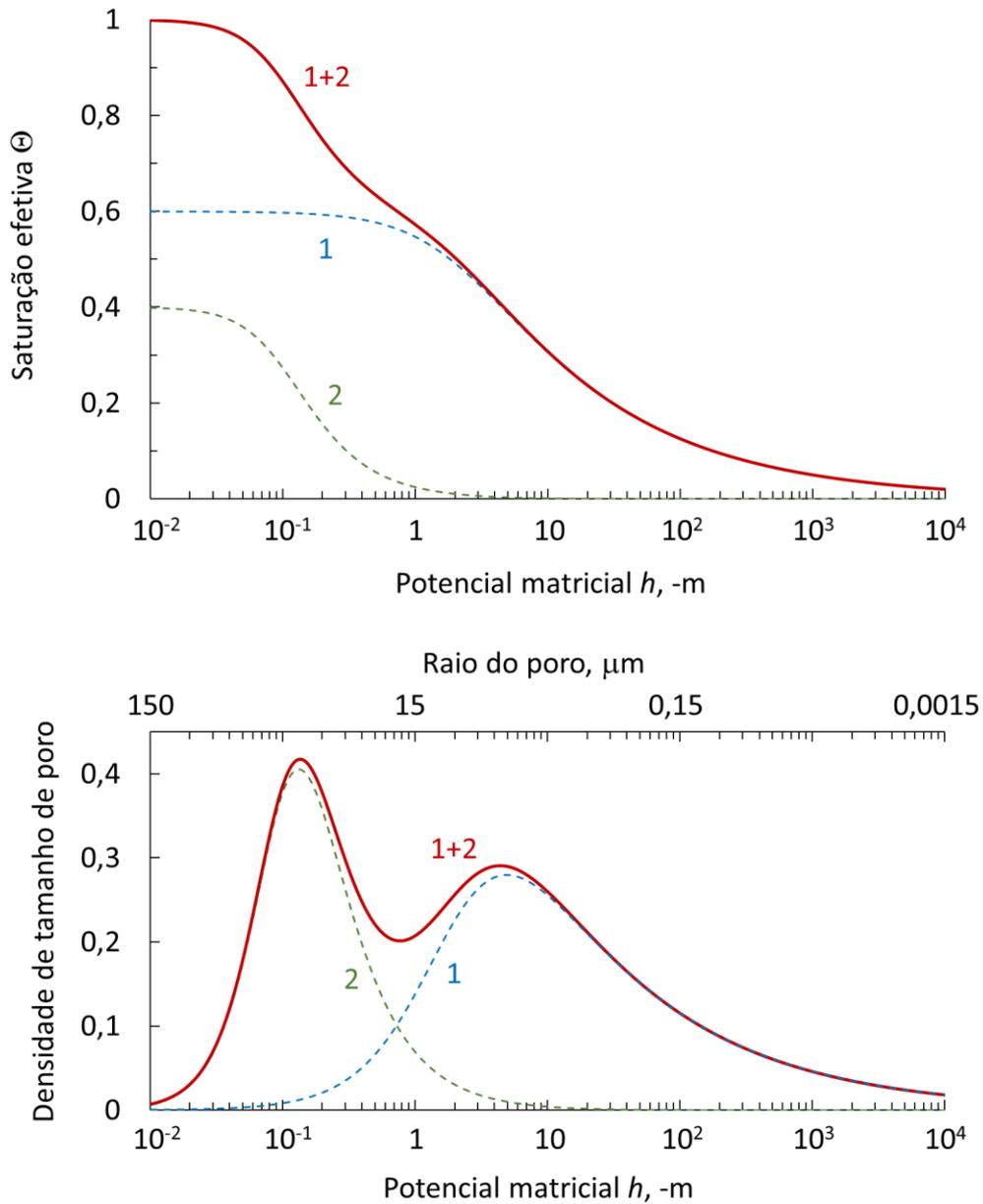


Figura 3.38 - Exemplo de uma curva de retenção bimodal e a correspondente densidade de tamanho de poros representadas pela a equação de Durner, Eq. [3.82] com  $k = 2$ . Exemplo apresentado em Durner (1994), subsistema 1 com  $w_1 = 0,6$ ,  $\alpha_1 = 0,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n_1 = 1,4$  e  $m_1 = 1 - 1/n_1$  e subsistema 2 com  $w_2 = 0,4$ ,  $\alpha_2 = 10 \text{ m}^{-1}$ ,  $n_2 = 2,2$  e  $m_2 = 1 - 1/n_2$ .

# 4 A equação da continuidade

---

## 4.1 Introdução

Qualquer tópico abordado na física do solo se relaciona com o movimento (ou fluxo) de matéria (água, gases, solutos ou mesmo sólidos) ou de energia. Fluxo de matéria ou de energia se refere a uma quantidade por unidade de tempo. Um volume de água por hora, um mol de solutos por segundo, ou uma quantidade de energia por dia, todos são exemplos de fluxos. O símbolo normalmente utilizado para indicar um fluxo é a letra  $Q$ . O fluxo ocorre dentro de um certo domínio de espaço. Expressando o fluxo por unidade de área da seção transversal pela qual ele ocorre, obtém-se uma grandeza chamada *densidade de fluxo*,  $q$  (Figura 4.1). Evidentemente, a unidade da densidade de fluxo é a unidade do fluxo dividida pela unidade de área. A Tabela 4.1 dá um resumo das unidades para fluxo e densidade de fluxo.

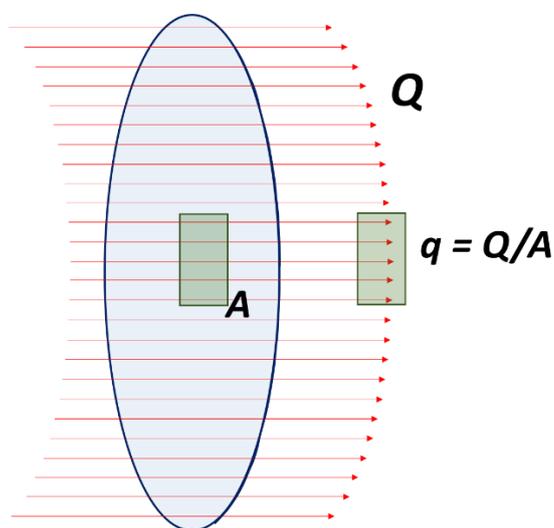


Figura 4.1 - Representação esquemática de um fluxo  $Q$ , uma unidade de área  $A$  e a densidade de fluxo  $q = Q/A$ .

Tabela 4.1 - Unidades de fluxo e densidade de fluxo para diferentes agentes.

Objeto	Unidade	Unidade do fluxo $Q$	Unidade da densidade de fluxo $q$
Água, matéria (a base de volume)	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup> = m s <sup>-1</sup>
Água, matéria (a base de massa)	kg	kg s <sup>-1</sup>	kg s <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup>
Soluto, gás	mol	mol s <sup>-1</sup>	mol s <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup>
Energia térmica (calor)	J	J s <sup>-1</sup> = W	W m <sup>-2</sup>

A *equação da continuidade* descreve a relação entre a variação da densidade de fluxo de um componente de matéria ou energia no espaço e do teor do mesmo componente no tempo. A equação se baseia na lei física da conservação de massa (para o caso de teores de matéria) ou de energia (no caso de problemas relacionados com calor e temperatura).

Nesse capítulo, a equação da continuidade será apresentada para o caso do fluxo de água e respectivo teor de água ( $\theta$ ) em m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>. Assim, a densidade de fluxo  $q$  correspondente terá a unidade m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> m<sup>-2</sup> = m s<sup>-1</sup>. Sua utilização específica será apresentada nos capítulos que tratam do movimento da água e suas versões para o caso de fluxo de gases e de calor no solo serão tratadas nos Capítulos 7 e 8, respectivamente.

## 4.2 Regime de fluxo paralelo

O fluxo paralelo é aquele que ocorre sem convergência ou divergência. Isso ocorre nos casos mais comuns de fluxo estudados na física do solo, como por exemplo o fluxo vertical de componentes no solo. A Figura 4.2 mostra um volume  $V$  com dimensões  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$  e teor de água  $\theta$ , portanto

$$V = dx dy dz \quad [4.1]$$

$$V_a = V\theta = \theta dx dy dz \quad [4.2]$$

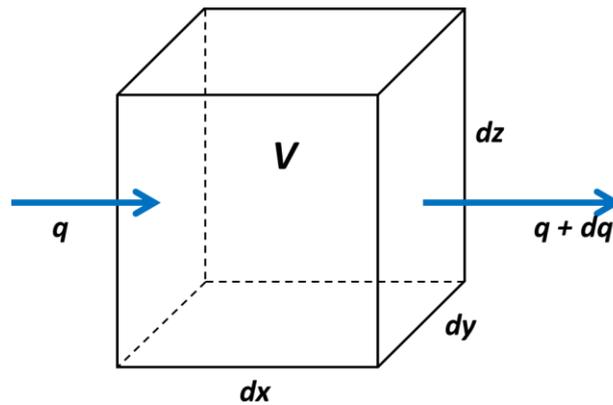


Figura 4.2 - Representação esquemática do fluxo paralelo para dedução da equação de continuidade correspondente (Eq. [4.8]).

No volume entra uma densidade de fluxo de água  $q_e$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{s}^{-1} = \text{m s}^{-1}$ ) (face esquerda do volume na Figura 4.2). Assim, o volume de água que entra ( $V_e$ ,  $\text{m}^3$ ) no volume  $V$ , pela face esquerda, equivale a

$$V_e = q_e dt dy dz \quad [4.3]$$

A densidade de fluxo varia ao longo da direção  $x$  com a taxa  $dq/dx$ . Dessa forma, a densidade de fluxo que sai pela face direita equivale a

$$q_s = q_e + \frac{dq}{dx} dx \quad [4.4]$$

e o volume de água que sai ( $V_s$ ,  $\text{m}^3$ ) é igual a

$$V_s = q_s dt dy dz = \left( q_e + \frac{dq}{dx} dx \right) dt dy dz \quad [4.5]$$

A combinação das Eqs. [4.3] e [4.5] resulta em

$$\frac{V_e - V_s}{dt} = \frac{dV_a}{dt} = \left( -\frac{dq}{dx} dx \right) dy dz = -\frac{dq}{dx} V \quad [4.6]$$

ou

$$\frac{dV_a}{V dt} = -\frac{dq}{dx} \quad [4.7]$$

Pela definição do teor de água  $\theta$  (e pela Eq. 4.2),  $\theta = V_a / V$  e a Eq. [4.7] pode ser reescrita como

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{dq}{dx} \quad [4.8]$$

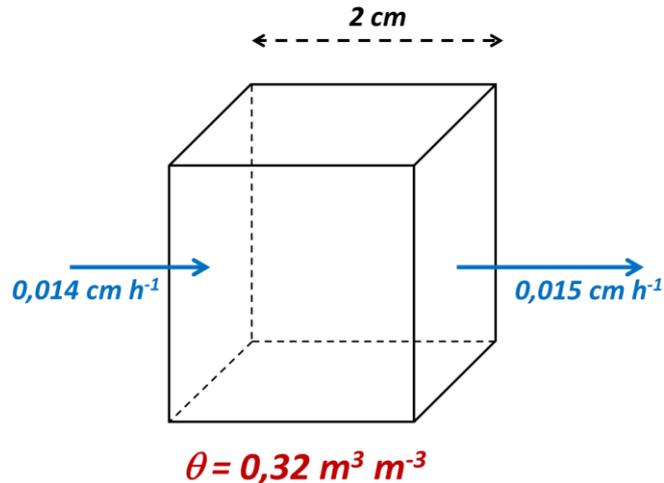
Eq. [4.8] é a *equação da continuidade*, ou equação de conservação de massa, para um fluxo paralelo. Pode parecer estranho que a equação afirma que uma grandeza (o teor de água) varia no tempo conforme outra (a densidade de fluxo) varia no espaço. Mais especificamente, quando a densidade de fluxo aumenta no espaço, o teor de água diminuirá no tempo (pois há o sinal negativo no membro direito da equação). Por outro lado, o encontrado é intuitivo: quando a densidade de fluxo aumenta no espaço, mais água sai do volume do que entra, por unidade de tempo. Assim, o conteúdo (ou teor) de água no volume irá diminuir no tempo.

Uma consequência importante da equação da continuidade diz respeito ao *equilíbrio dinâmico*, definido como uma condição em que o teor de água não varia no tempo. Pela equação, um equilíbrio assim somente pode existir se a densidade de fluxo não varia no espaço, em outras palavras, se a densidade de fluxo for igual em qualquer ponto do sistema em estudo.

#### EXERCÍCIO 4.1

Observe a figura abaixo com fluxos horizontais entrando e saindo de um volume de solo de comprimento de 2 cm. O teor de água inicial é  $0,32 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Se as densidades de fluxo se mantiverem constantes, qual será o teor de água no volume depois de um dia?

[Resposta:  $0,308 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ].



#### EXERCÍCIO 4.2

Defina a condição de equilíbrio dinâmico para o fluxo de água de duas formas: (a) em termos da densidade de fluxo de água e (b) em termos do teor de água. Um caso especial de equilíbrio é o equilíbrio estático. Como esse seria definido em termos da densidade de fluxo?

### 4.3 Regime de fluxo axissimétrico

Um fluxo em geometria axissimétrica é um fluxo convergente em direção de um centro linear cilíndrico ou divergente a partir desse centro. Um exemplo da área de física do solo onde essa geometria se aplica é o fluxo da água em direção à raiz de uma planta.

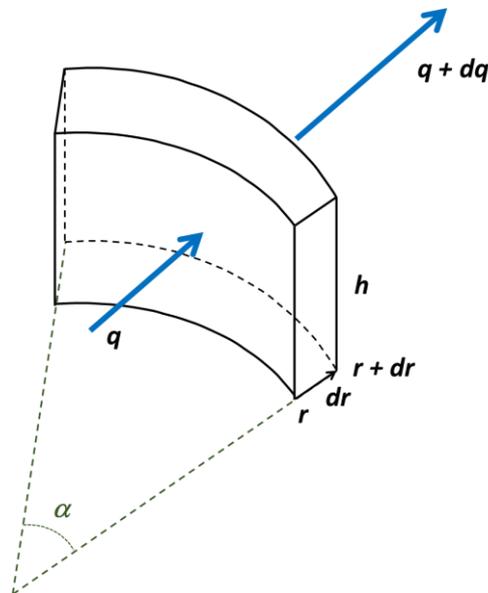


Figura 4.3 - Representação esquemática do fluxo axissimétrico para dedução da equação de continuidade correspondente (Eq. [4.18]).

Observe a Figura 4.3 com o objetivo de deduzir a equação de continuidade para o fluxo axissimétrico. O ângulo de abertura, indicado por  $\alpha$ , é medido em radianos. Verifique que nesse caso temos uma superfície interna de área  $r\alpha h$  sujeita a uma densidade de fluxo de  $q$ . Sendo assim, a massa de água que entra no volume de controle ( $m_e$ , kg) por unidade de tempo  $dt$  vale

$$\frac{m_e}{dt} = qr\alpha h\rho_a \quad [4.9]$$

Analogamente, a superfície externa mede  $(r+dr)\alpha h$  e está sujeita a uma densidade de fluxo de  $q + dq$ . Portanto, a massa de água que sai ( $m_s$ , kg) por unidade de tempo  $dt$  vale

$$\frac{m_s}{dt} = (q + dq)(r + dr)\alpha h\rho_a \quad [4.10]$$

Por definição, a massa da água no segmento de solo representada na figura é função do teor de água  $\theta$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) do volume do segmento  $V$  ( $\text{m}^3$ ) e da densidade da água  $\rho_a$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) conforme

$$m = V\theta\rho_a \quad [4.11]$$

onde o volume do segmento  $V$  pode ser calculado por

$$V = r\alpha h dr \quad [4.12]$$

Em função da Eq. [4.11], a variação do teor de água e da massa no tempo se relacionam como

$$dm = Vd\theta\rho_a \Rightarrow \frac{dm}{\rho_a V dt} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta|_{t+dt} - \theta|_t}{dt} \quad [4.13]$$

Ao mesmo tempo, as Eqs. [4.9] e [4.10] permitem deduzir que

$$\frac{m_e - m_s}{dt} = \frac{dm}{dt} = (-qdr - rdq)\alpha h\rho_a \quad [4.14]$$

Assim, pela combinação das Eqs. [4.14] e [4.12]

$$\frac{dm}{\rho_a V dt} = -\frac{q}{r} - \frac{dq}{dr} \quad [4.15]$$

Combinando as Eqs. [4.13] e [4.15] obtém-se

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{q}{r} - \frac{dq}{dr} = -\frac{1}{r} \left[ q + \frac{rdq}{dr} \right] \quad [4.16]$$

Lembrando que, pela regra do produto,

$$\frac{drq}{dr} = \frac{qdr + rdq}{dr} = q + \frac{rdq}{dr} \quad [4.17]$$

obtém-se para o fluxo axissimétrico:

---


$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{drq}{dr} \quad [4.18]$$

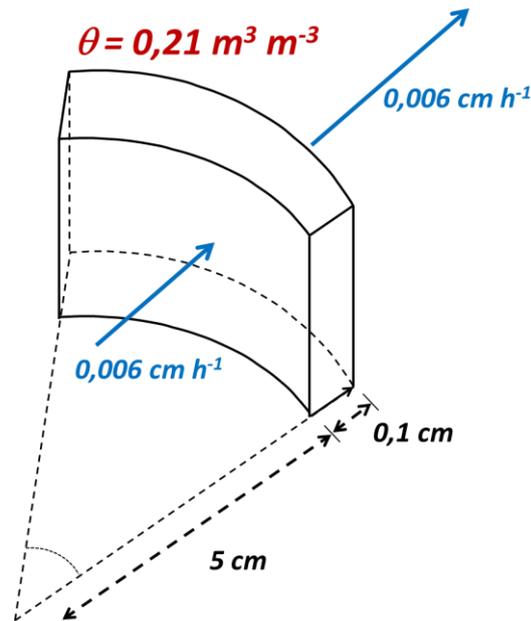

---

**EXERCÍCIO 4.3**

Observe a figura abaixo com densidades de fluxo de  $0,006 \text{ cm h}^{-1}$  entrando e saindo de um volume de solo de comprimento de  $0,1 \text{ cm}$ , em geometria axissimétrica. O teor de água inicial é  $0,21 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

- Se os valores se mantiverem constantes, qual será o teor de água no volume depois de um dia? Considere  $r$  igual a  $5 \text{ cm}$ . *[Resposta:  $0,181 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ].*
- Mantendo o fluxo de entrada em  $0,006 \text{ cm h}^{-1}$ , qual deveria ser o fluxo de saída para caracterizar o equilíbrio dinâmico? *[Resposta:  $0,00588 \text{ cm h}^{-1}$ ].*

**DICA:** Para resolver esse problema é mais fácil usar a primeira parte da Eq. [4.16].

**4.4 Regime de fluxo esférico**

Um fluxo em geometria esférica é um fluxo convergente em direção a ponto central de uma esfera ou divergente a partir desse ponto. Essa geometria ocorre sempre que haja uma fonte ou sumidouro puntiforme. Um exemplo dessa geometria na física do solo é a aeração de um agregado esférico.

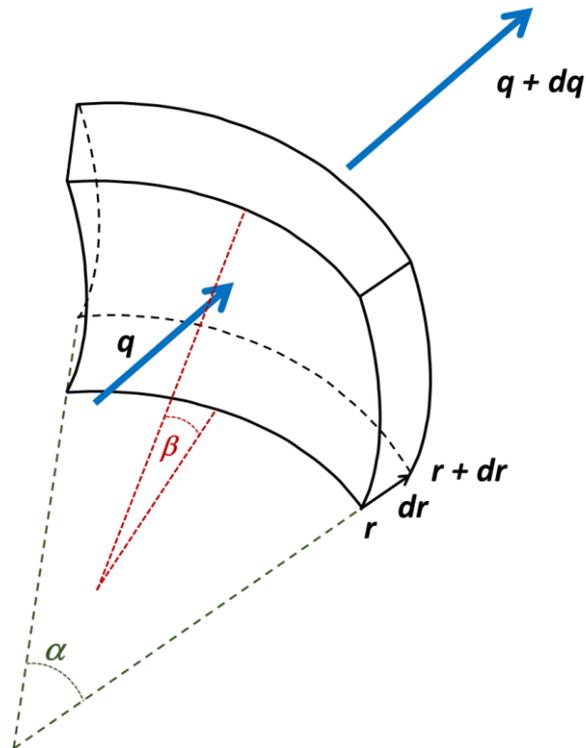


Figura 4.4 - Representação esquemática do fluxo esférico para dedução da equação de continuidade correspondente (Eq. [4.27]).

Observe a Figura 4.4 com o objetivo de deduzir a equação de continuidade para o fluxo em geometria esférica. Nesse caso temos uma superfície interna de área  $r^2\alpha\beta$  sujeita a uma densidade de fluxo de  $q$ . Sendo assim, a massa de água que entra no volume de controle ( $m_e$ , kg) por unidade de tempo  $dt$  vale

$$\frac{m_e}{dt} = qr^2\alpha\beta\rho_a \quad [4.19]$$

Analogamente, a superfície externa mede  $(r+dr)^2\alpha\beta$  e está sujeita a uma densidade de fluxo de  $q + dq$ . Portanto, a massa de água que sai ( $m_s$ , kg) por unidade de tempo  $dt$  vale

$$\frac{m_s}{dt} = (q + dq)(r + dr)^2\alpha\beta\rho_a \quad [4.20]$$

O volume do segmento  $V$  pode ser calculado por

$$V = r^2\alpha\beta dr \quad [4.21]$$

Como demonstrado no item anterior (Eq. [4.13])

$$\frac{dm}{\rho_a V dt} = \frac{\theta|_{t+dt} - \theta|_t}{dt} \quad [4.22]$$

Ao mesmo tempo, as Eqs. [4.19] e [4.20] permitem deduzir que

$$\frac{m_e - m_s}{dt} = \frac{dm}{dt} = (-2qrd r - r^2 dq) \alpha \beta \rho_a \quad [4.23]$$

Assim, pela combinação das Eqs. [4.23] e [4.21]

$$\frac{dm}{\rho_a V dt} = -\frac{2q}{r} - \frac{dq}{dr} \quad [4.24]$$

Combinando as Eqs. [4.22] e [4.24] obtém-se

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2q}{r} - \frac{dq}{dr} = -\frac{1}{r^2} \left[ 2qr + \frac{r^2 dq}{dr} \right] \quad [4.25]$$

Lembrando que, pela regra do produto,

$$\frac{dr^2 q}{dr} = \frac{q dr^2 + r^2 dq}{dr} = \frac{2qrd r + r^2 dq}{dr} = 2qr + \frac{r^2 dq}{dr} \quad [4.26]$$

obtém-se para o fluxo radial:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr^2 q}{dr} \quad [4.27]$$



# 5 Movimento da água no solo

---

## 5.1 Introdução

O entendimento das leis que regem o movimento da água no solo é de importância óbvia para todos aqueles que querem se aprofundar na física do solo. São duas as leis fundamentais que descrevem esse movimento e que serão tratadas nesse capítulo. A primeira, que pode ser aplicada em escala de poros individuais, é a lei de Poiseuille, cujo coeficiente empírico é a *viscosidade* do fluido. A segunda, com aplicação em escala de amostra de solo, horizonte ou unidade estrutural, é a lei de Darcy com a *condutividade hidráulica* do solo como coeficiente empírico.

## 5.2 Fluxo laminar e viscosidade

O movimento da água pelo espaço poroso do solo ocorre a velocidades baixas. Essas condições favorecem um *fluxo laminar*. Fluxo laminar é aquele esquematizado na Figura 5.1, onde lâminas do fluido se movem, uma em relação à outra, mas todas na mesma direção. Quando ocorre o fenômeno da *turbulência*, o fluxo deixa de ser laminar e diferentes porções do fluido se movem em diferentes direções. Para avaliar se o fluxo é laminar ou turbulento para um fluido de densidade  $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) e viscosidade  $\eta$  ( $\text{Pa s}$ ) se movendo a uma velocidade média  $v$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) através de um tubo cilíndrico de raio  $R$  pode se utilizar o número de Reynolds  $N_R$ , um número adimensional dado por

$$N_R = \frac{2R\rho v}{\eta} \quad [5.1]$$

Estabeleceu-se, empiricamente, que para  $N_R$  menor que 2000 o fluxo será laminar. Um  $N_R$  maior que 3500 corresponde a um fluxo turbulento. Valores de  $N_R$  entre 2000 e 3500 podem estar associados tanto a um fluxo laminar ou turbulento.

Para o movimento da água no solo,  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa s}$  e  $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ . Um poro muito largo no solo (favorecendo um  $N_R$  maior) tem um raio da ordem de  $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ . Substituindo esses valores na Eq. [5.1] obtém-se  $N_R = 2000 v$ . Assim, para satisfazer à

condição  $N_R < 2000$  (fluxo laminar), a velocidade  $v$  da água no maior poro do solo teria que ser menor que  $1 \text{ m s}^{-1}$ . Num poro com raio dez vezes menor, essa velocidade poderia ser ainda 10 vezes maior. Percebe-se, intuitivamente, que a água não se move no solo a velocidades dessa ordem, sendo considerado plausível o fato de o movimento da água no solo ocorrer em regime laminar.

Durante o movimento laminar de um fluido através de um tubo cilíndrico, a velocidade do fluido é função da posição no tubo. Na parede, a velocidade é zero, enquanto no meio do tubo a velocidade será máxima,  $v_{max}$ . Essa situação está representada na Figura 5.1 para um tubo de raio  $R$ , onde a velocidade diminui com a distância  $r$  do centro do tubo conforme

$$v = v_{max} - \frac{v_{max}}{R} r = v_{max} \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \quad [5.2]$$

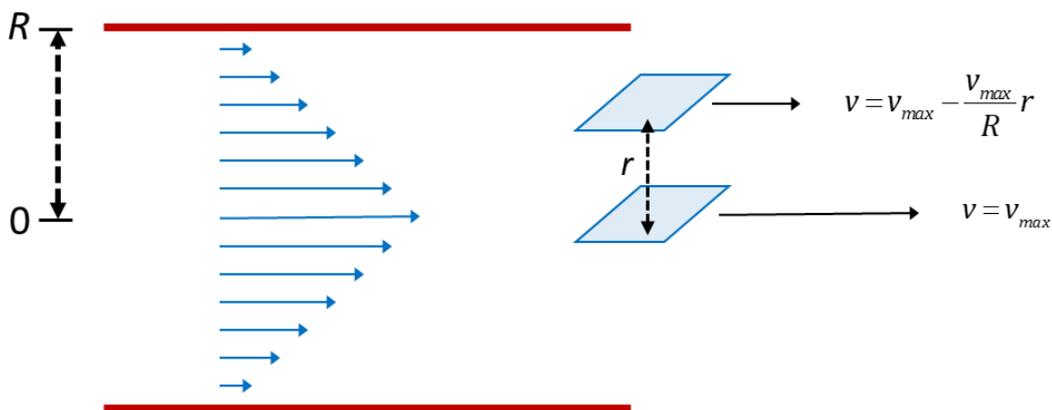


Figura 5.1 - Perfil de velocidade de um fluido Newtoniano em movimento laminar através de um tubo cilíndrico de raio  $R$ . O destaque mostra duas lâminas paralelas do fluido separadas por uma distância  $r$  e suas respectivas velocidades.

Comparando duas lâminas que se movem a diferentes distâncias  $r$  do centro, portanto com diferentes velocidades, ocorre um movimento de moléculas entre essas duas lâminas devido ao seu movimento aleatório. Assim, moléculas da lâmina com menor velocidade migrarão para a lâmina de maior velocidade e vice-versa. Essa troca de moléculas resultará numa perda da velocidade do fluido, a não ser que ela seja compensada por uma força externa. Essa força  $F$ , necessária para manter constante o

perfil de velocidades do fluido, é proporcional à área de contato entre as duas lâminas,  $A$  e o gradiente de velocidade, portanto

$$F \propto A \frac{dv}{dr} \quad [5.3]$$

A constante de proporcionalidade dessa equação se chama *viscosidade* ( $\eta$ , N s m<sup>-2</sup> ou Pa s). Como  $dv/dr$  é um valor negativo (da Eq. [5.2] segue que  $dv/dr = -v_{max}/R$ ) escreve-se

$$F = -\eta A \frac{dv}{dr} \quad [5.4]$$

A viscosidade  $\eta$  é uma propriedade do fluido. A Tabela 5.1 mostra a viscosidade de alguns fluidos a 20 °C. Observe especialmente a viscosidade da água, a mais importante na física do solo, que é igual a 0,001 Pa s a 20 °C. Na mesma tabela, observe que a viscosidade de gases é da ordem de 50 a 100 vezes menor que a da água.

A viscosidade diminui com o aumento da temperatura. Para o domínio de temperaturas entre 2 e 50 °C a viscosidade da água em Pa s pode ser aproximada por

$$\eta_{\text{água}} = -7,14 \cdot 10^{-6} t^3 + 9,65 \cdot 10^{-4} t^2 - 0,055 t + 1,77 \quad [5.5]$$

onde  $t$  representa a temperatura em °C.

Tabela 5.1 - Viscosidade de alguns fluidos a 20 °C.

	Fluido	Viscosidade $\eta$ (10 <sup>-3</sup> Pa s)
Líquidos	Acetona	0,33
	Água	1,00
	Benzeno	0,65
	Etanol	1,20
	Glicerol	1500
	Mercúrio	1,55
Gases	Ar atmosférico	0,0171
	Oxigênio	0,0189
	Propano	0,0076

### 5.3 A Lei de Poiseuille

Observe agora a Figura 5.2, mostrando um esquema do fluxo de um fluido através de um tubo cilíndrico de comprimento  $L$  e raio  $R$  em regime laminar. Destaca-se

na figura uma lâmina cilíndrica de raio  $r$  e espessura  $dr$ . A área dessa lâmina é igual a  $2\pi rL$  e tomando como base a Eq. [5.4] obtém-se

$$F = -\eta(2\pi rL) \frac{dv}{dr} \quad [5.6]$$

Lembrando que pressão é força dividida por área ( $P=F/A$ ), portanto  $F=PA$ , verifica-se que

$$P(\pi r^2) = -\eta(2\pi rL) \frac{dv}{dr} \quad [5.7]$$

e separando as variáveis

$$dv = -\frac{P}{2\eta L} r dr \quad [5.8]$$

A integração da Eq. [5.8] entre  $r = R$  (onde  $v = 0$ ) e  $r = r$  (onde  $v = v$ ) resulta em

$$\int_0^v dv = -\frac{P}{2\eta L} \int_R^r r dr \quad [5.9]$$

cuja solução é

$$v = \frac{P}{4\eta L} (R^2 - r^2) \quad [5.10]$$

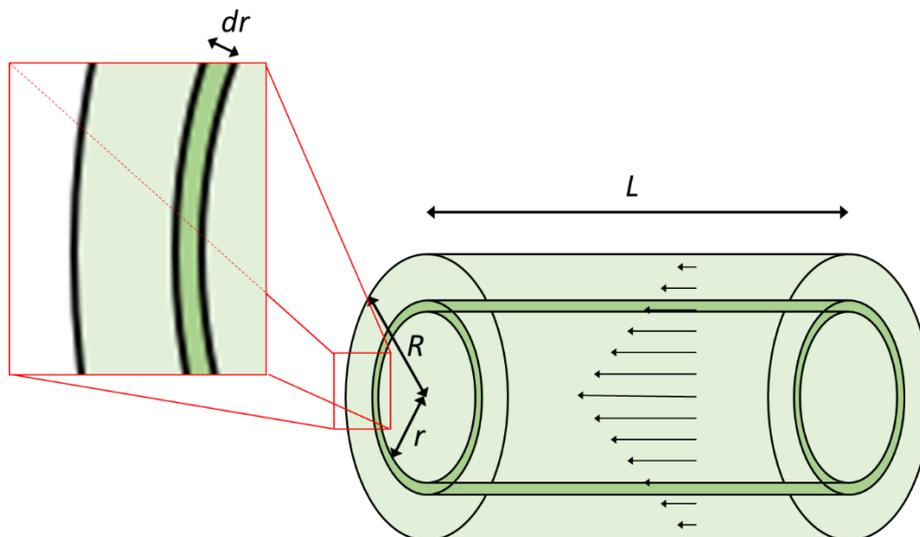


Figura 5.2 - Ilustração esquemática do movimento laminar de um fluido através de um cilindro de comprimento  $L$  e raio  $R$ . O destaque mostra o segmento cilíndrico de espessura  $dr$  utilizado na dedução – detalhes no texto.

O fluxo  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ) do fluido através do tubo será igual a

$$Q = \int_0^R v d(\pi r^2) = \int_0^R 2\pi r v dr \quad [5.11]$$

e substituindo a Eq. [5.10] na Eq. [5.11] obtém-se

$$Q = \frac{2\pi P}{4\eta L} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr \quad [5.12]$$

que resulta na Lei de Poiseuille:

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P}{L} R^4 \quad [5.13]$$

A Lei de Poiseuille (Eq. [5.13]) demonstra que o fluxo  $Q$  (o volume por unidade de tempo) de um fluido em regime laminar através de um tubo cilíndrico de raio  $R$  é proporcional ao raio (ou diâmetro) elevado à quarta potência.

Considerando ainda que a área  $A$  ( $\text{m}^2$ ) do tubo é igual a  $\pi R^2$ , a Lei de Poiseuille pode também ser escrita como

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{R^2}{8\eta} \frac{P}{L} \quad [5.14]$$

onde  $q$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é a densidade de fluxo da água no tubo, equivalente à velocidade média. Em palavras, essa lei diz que a densidade de fluxo da água é proporcional ao quadrado do raio ou do diâmetro, inversamente proporcional à viscosidade do fluido e proporcional também ao gradiente de pressão dado por  $P/L$ .

**EXERCÍCIO 5.1**

O feixe de capilares cilíndricos do Exercício 3.7, com comprimento dos capilares de 10 cm, é submetido a uma diferença de pressão entre suas extremidades é de 0,01 Pa. Para essas condições, completar a tabela para calcular o fluxo através dos capilares, seguindo as instruções abaixo da tabela. Considerar a viscosidade  $\eta = 0,001 \text{ Pa s}$ .

Número de capilares	Raio (m)	Fluxo por capilar (ml d <sup>-1</sup> )	Velocidade média no capilar (mm h <sup>-1</sup> )	Fluxo em todos os capilares (ml d <sup>-1</sup> )	Fluxo acumulado (ml d <sup>-1</sup> )	Fluxo relativo
256.000	$1 \cdot 10^{-5}$	$3,39 \cdot 10^{-12}$	$4,50 \cdot 10^{-5}$	$8,69 \cdot 10^{-7}$	$8,69 \cdot 10^{-7}$	$5,48 \cdot 10^{-5}$
38.400	$2 \cdot 10^{-5}$	$5,43 \cdot 10^{-11}$		$6,95 \cdot 10^{-6}$	$7,82 \cdot 10^{-6}$	
16.000	$5 \cdot 10^{-5}$					
3.200	$1 \cdot 10^{-4}$					
288	$2 \cdot 10^{-4}$					
80	$6 \cdot 10^{-4}$					
28	$8 \cdot 10^{-4}$					
8	$1 \cdot 10^{-3}$					$0,171$
1	$2 \cdot 10^{-3}$					

- Calcular o fluxo por capilar, para cada classe (utilizando a Lei de Poiseuille, Eq. [5.13]).
- Calcular a velocidade média da água no capilar de cada classe dividindo o fluxo pela área da seção transversal.
- Calcular o fluxo em todos os capilares de cada classe (multiplicando o número de capilares e o fluxo por capilar).
- Calcular o fluxo acumulado de todos os capilares da classe e das classes menores.
- Calcular o fluxo relativo para cada classe (a fração do fluxo total que ocorre através de cada classe).
- Imagine que o feixe de capilares da tabela representa um solo e que o solo passar por um processo de compactação, perdendo somente os dois poros de maior raio (de  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ). Qual será a redução relativa do volume total dos capilares? E qual será a redução relativa do fluxo de água que passa pelos capilares? O que você conclui desse resultado?

## 5.4 A Lei de Darcy para o movimento da água no solo saturado

### 5.4.1 Desenvolvimento

A Lei de Poiseuille (Eqs. [5.13] e [5.14]) é analítica e possui como parâmetro empírico a viscosidade  $\eta$ . No caso da física do solo, ela pode servir para entender os princípios básicos do fluxo laminar da água pelo solo, isto é, que poros de maior diâmetro conduzem a água com muito mais facilidade que os de menor diâmetro. No entanto, ela não serve para o cálculo do movimento da água no solo, pelo fato de o solo possuir um sistema poroso com geometria altamente complexa que não pode ser quantificada no detalhe exigido pela Lei de Poiseuille.

Para quantificar o movimento da água no solo, outras relações, de natureza mais empírica, foram estabelecidas. A mais conhecida delas é a *Lei de Darcy*, que pode ser aplicada para o solo saturado, isto é, o solo sem ar em que todos os poros contêm água e  $\theta = \theta_s = \alpha$ . Darcy estabeleceu sua lei através de uma série de experimentos com filtros de areia, conforme desenho esquemático na Figura 5.3. Na configuração experimental, mede-se o volume de água  $V$  ( $\text{m}^3$ ) que num intervalo de tempo passa por uma coluna de material poroso (areia, material de solo) de comprimento  $L$  e área da seção transversal  $A$ , aplicando se uma pressão maior ( $H_1$ ) de um lado do que ( $H_2$ ) no outro, resultando numa diferença de potencial de pressão entre saída e entrada de  $H = H_2 - H_1$ . Observe que o sinal de  $H$  (m) será negativo.

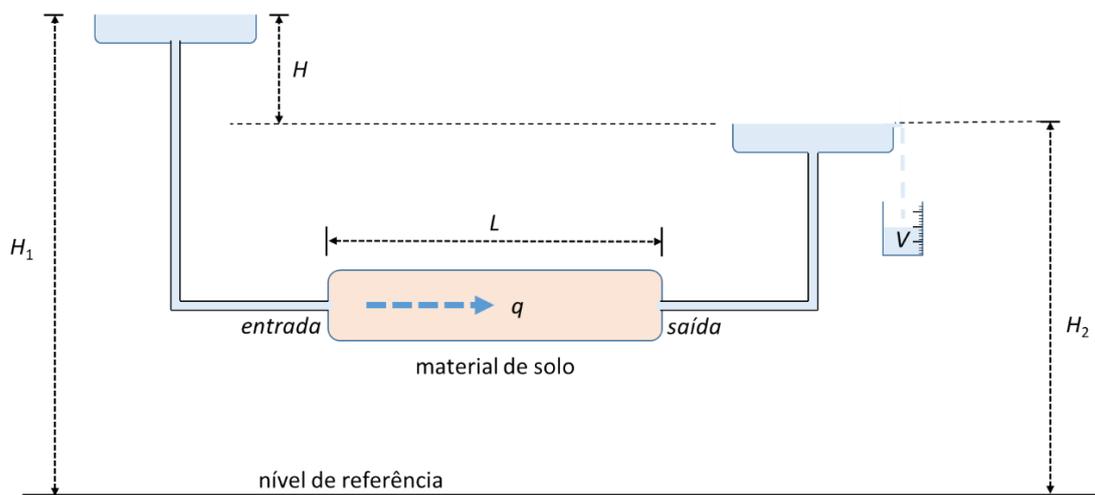


Figura 5.3 - Desenho esquemático do experimento de Darcy para a medição do fluxo  $Q = V / t$  através de uma coluna de material poroso de comprimento  $L$  e área da seção transversal  $A$ , com uma diferença de pressão entre entrada e saída de  $H = H_2 - H_1$ .

Repetindo-se o experimento, variando as configurações geométricas ( $L$ ,  $A$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ), Darcy observou que:

1. O fluxo  $Q$  é diretamente proporcional à diferença do potencial de pressão  $H$ , não variando com o valor absoluto das alturas  $H_1$  ou  $H_2$ .
2. O fluxo  $Q$  é diretamente proporcional à área da seção transversal  $A$ .
3. O fluxo  $Q$  é inversamente proporcional ao comprimento  $L$  da coluna, ou seja, quanto mais comprida a coluna, menor o fluxo através dela.

Em função dessas observações, conclui-se que

$$Q \sim \frac{AH}{L} \quad [5.15]$$

e, transformando essa proporcionalidade numa igualdade

$$Q = -K \frac{AH}{L} \quad [5.16]$$

ou

$$q = \frac{Q}{A} = -K \frac{H}{L} \quad [5.17]$$

onde o parâmetro de proporcionalidade  $K$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é a *condutividade hidráulica* e  $q$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é a *densidade de fluxo* da água. O sinal negativo na equação compensa o fato de o valor de  $H$  ser negativo.

Algumas observações podem ser feitas sobre a Eq. [5.17]. Em primeiro lugar, ela resultou de experimentos sob pressão de água e, dessa forma, pode se supor que o material poroso (material de solo) se encontrava saturado com água. Sendo assim, a condutividade hidráulica,  $K$  da Eq. [5.17], é a condutividade hidráulica do solo em condições saturadas. Como será visto no Item 5.6, a condutividade hidráulica do solo é altamente dependente do teor de água e denomina-se sua condutividade hidráulica em condições saturadas de  $K_s$ , condutividade hidráulica do solo saturado.

Outro detalhe é que, para simplificação, na Figura 5.3 a coluna de solo foi colocada em posição horizontal, ou seja, o potencial gravitacional na sua entrada e saída é igual. Numa situação em que a coluna estivesse posicionada inclinada ou mesmo vertical, haveria uma diferença de potencial gravitacional entre saída e entrada, que se somaria à diferença de potencial de pressão, situação ilustrada na Figura 5.4. Observe-se nessa figura que o potencial de pressão na entrada é igual a  $h_1$ , enquanto o potencial gravitacional nesse ponto ( $z_1$ ) é igual a  $H_1 - h_1$ . Da mesma forma, na saída o potencial de pressão é igual a  $h_2$  e potencial gravitacional  $z_2$  é igual a  $H_2 - h_2$ . O potencial total nos dois pontos será igual ao gravitacional mais o de pressão, ou seja, na entrada  $h_1 + (H_1 - h_1) = H_1$  e na saída, analogamente,  $H_2$ . Conclui-se que a diferença  $H = H_2 - H_1$  que aparece na Eq. [5.17], nada mais é que a diferença de potencial total e que o quociente  $H/L$  daquela equação representa o *gradiente do potencial total*.

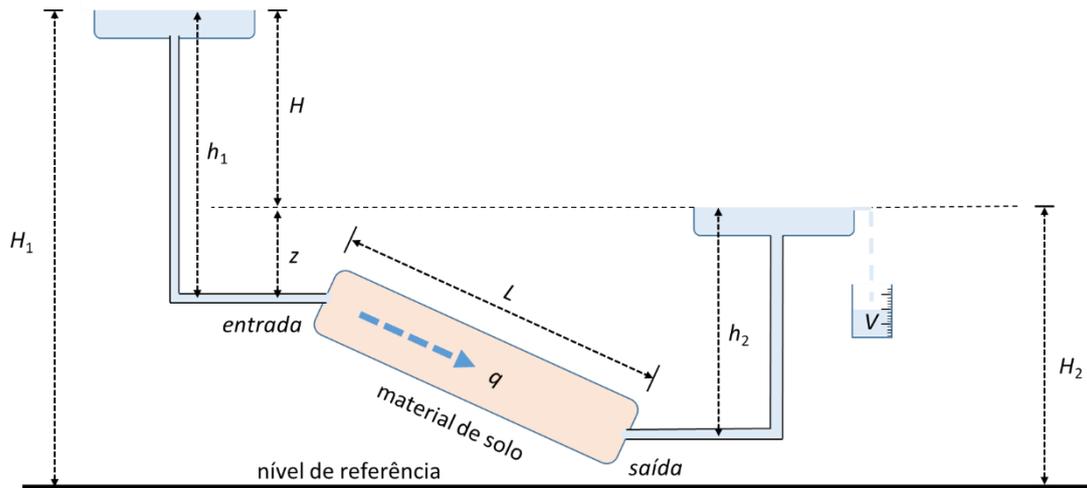


Figura 5.4 - Desenho esquemático do experimento de Darcy para a medição do fluxo  $Q = V / t$  através de uma coluna de material poroso em posição inclinada.

#### 5.4.2 Formulação da Lei de Darcy

Com base nas considerações acima, a Lei de Darcy na sua forma mais generalizada pode ser escrita como

$$q = -K_s \frac{dH}{dx} = -K_s \nabla H \quad [5.18]$$

A Lei de Darcy data de 1856 e foi um dos destaques de seu livro de mais de 600 páginas publicado em 1856 (Figura 5.5). Ao invés da utilização da condutividade hidráulica, a Lei de Darcy pode também ser escrita utilizando a resistência hidráulica saturada ( $R_{Hs}$ ,  $s^{-1}$ ), definida como a distância ( $\Delta x$ , m), por exemplo a espessura de uma camada de solo, dividida pela sua condutividade hidráulica saturada:

$$R_{Hs} = \frac{\Delta x}{K_s} \quad [5.19]$$

Pela substituição da Eq. [5.19] na [5.18] obtém-se:

$$q = -\frac{\Delta H}{R_{Hs}} \quad [5.20]$$

A Eq. [5.20] pode ser usada para a resolução de problemas que envolvem o fluxo através de duas ou mais camadas em série. Nesse caso, a resistência hidráulica das camadas pode ser somada para se obter a resistência total (a prova dessa aditividade

pode ser encontrada no Item 8.3 (Eqs. [8.9] a [8.15], onde será demonstrada para o caso do fluxo de energia térmica, calor).

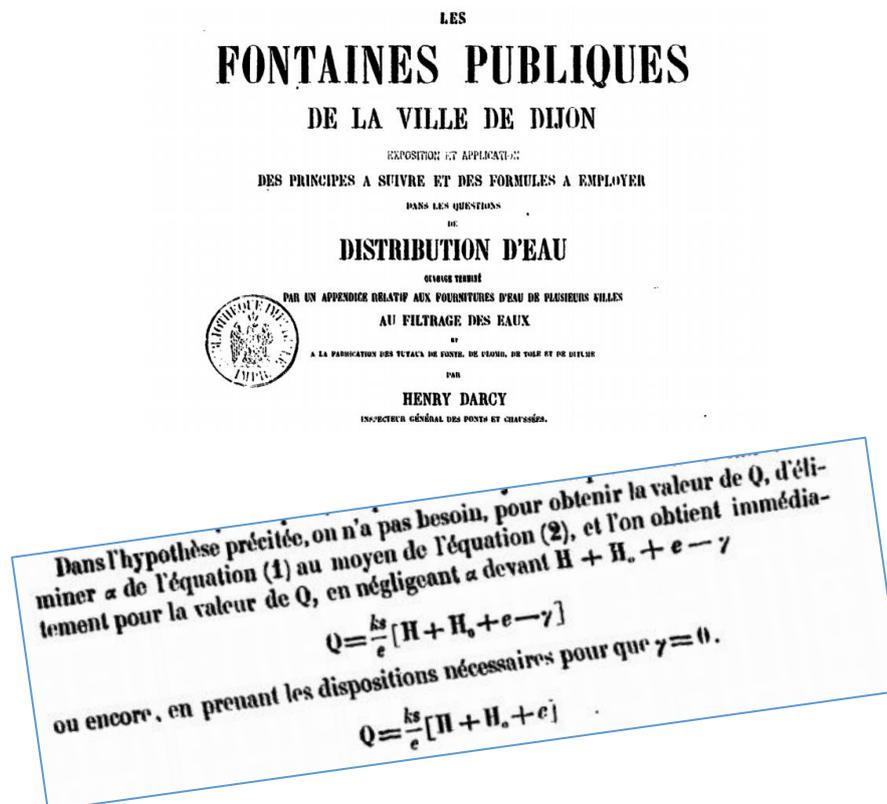


Figura 5.5 - Capa do livro de Henry Darcy (1856), “Les fontaines publiques de la ville de Dijon”. No destaque a primeira versão de sua Lei que consta na página 577 do livro.

A Lei de Darcy, Eq. [5.18], pode ser comparada à Lei de Poiseuille, Eq. [5.14]. O gradiente de potencial total  $\nabla H$  da Lei de Darcy equivale ao gradiente de pressão  $P/L$  da Lei de Poiseuille. Assim, a condutividade hidráulica saturada  $K_s$  equivale ao termo  $R^2/8\eta$  da Lei de Poiseuille, em outras palavras, ela é determinada pelos raios dos poros e pela viscosidade da água. Essa ideia pode ser elaborada e serve de base a algumas teorias na física do solo, de Childs & Collis-George (1950) e de Mualem (1976), a serem tratadas mais adiante nesse capítulo.

### **EXERCÍCIO 5.2**

Além dos raios dos poros, a qual outra característica do espaço poroso a condutividade hidráulica é muito sensível?

**EXERCÍCIO 5.3**

Uma coluna contém 50 cm de areia com uma condutividade hidráulica de  $100 \text{ cm d}^{-1}$ . A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície. No lado inferior encontra-se uma abertura (dreno).

- Fazer um desenho esquemático do experimento, determinando o valor dos potenciais no lado superior e no dreno, na condição de abertura fechada e aberta (considere a referência gravitacional na superfície do solo).
- Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna com o dreno aberto.  
(Resposta:  $120 \text{ cm d}^{-1}$ )
- A coluna é colocada em posição horizontal. Mantém-se a pressão de 10 cm de água no lado da entrada de água. Quanto será a densidade de fluxo?  
(Resposta:  $20 \text{ cm d}^{-1}$ )

**EXERCÍCIO 5.4**

A mesma coluna do Exercício 5.3 é preenchida com 15 cm de silte ( $K = 10 \text{ cm d}^{-1}$ ) e, acima do silte, 35 cm de areia com  $K = 100 \text{ cm d}^{-1}$ . A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície.

- Calcular a resistência hidráulica da coluna (Resposta:  $1,85 \text{ d}$ )
- Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna (Resposta:  $32,4 \text{ cm d}^{-1}$ )
- Determinar o potencial total  $H$  e o potencial de pressão  $h$  na interface areia-silte (Resposta:  $H = -1,35 \text{ cm}$ ,  $h = 33,65 \text{ cm}$ )

**DICA:** Com a densidade de fluxo calculada no item b. e a resistência hidráulica de uma das camadas, calcular o  $\Delta H$  na respectiva camada pela Eq. [5.20]. Esse valor permite calcular o valor de  $H$  na interface (e por conseguinte,  $h$ ).

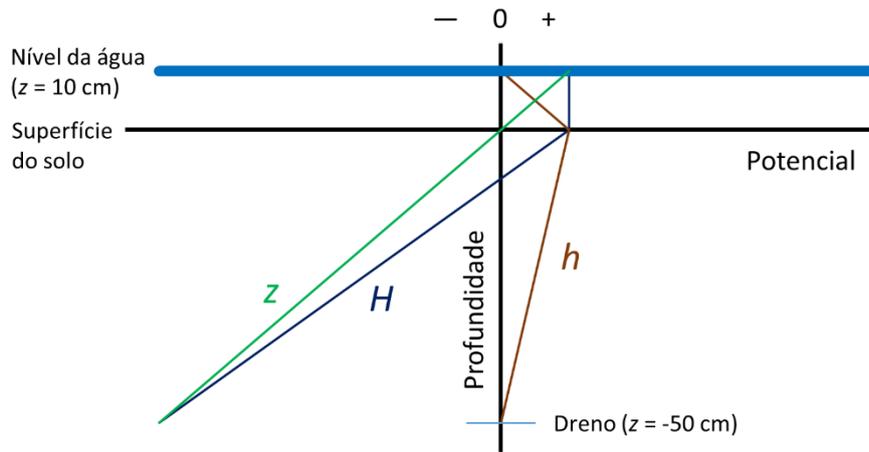
- Elaborar um gráfico representando os potenciais gravitacional, de pressão e total em função da profundidade na coluna.

**EXERCÍCIO 5.5**

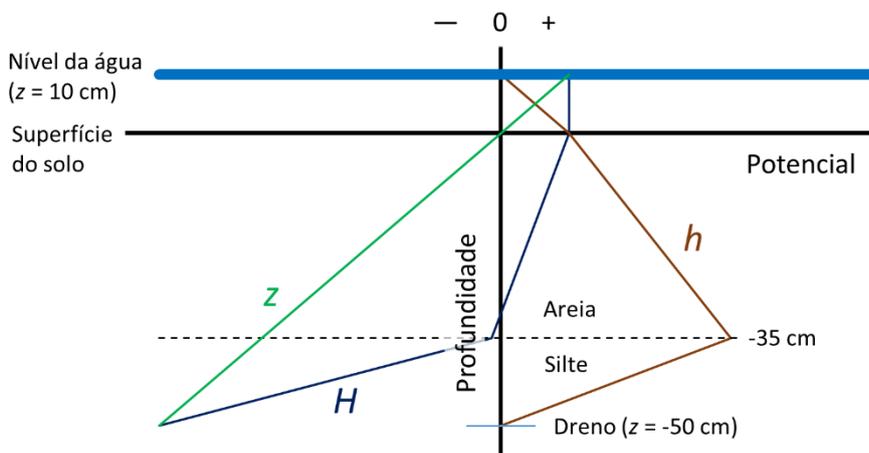
Repetir o Exercício 5.4 com as camadas de solo invertidas (silte acima da areia). O que conclui sobre os potenciais na interface silte-areia?

**Observação:** esse exercício demonstra porque é impossível saturar, por inundação (de cima para baixo) uma camada de solo com  $K_s$  maior abaixo de uma com  $K_s$  menor.

Exercício 5.3



Exercício 5.4



Exercício 5.5

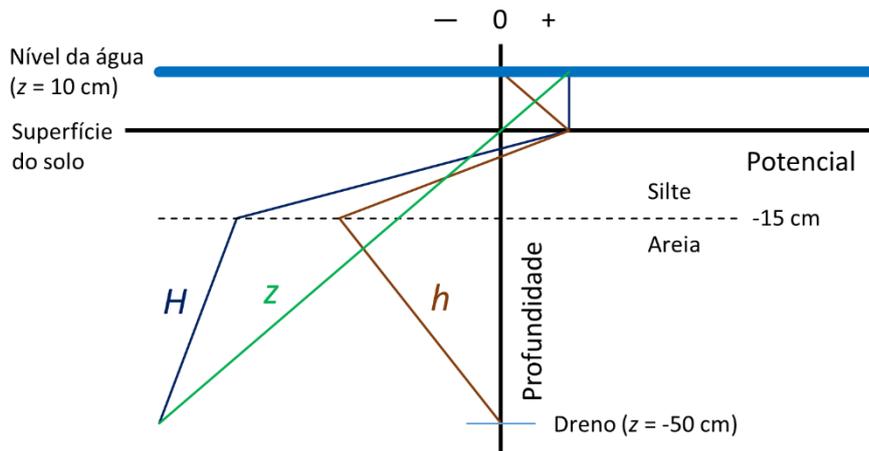


Figura 5.6 - Diagramas de potencial referentes às colunas de solo descritas nos Exercícios 5.3, 5.4 e 5.5.

**EXERCÍCIO 5.6**

A temperatura do sistema solo-água tem influência na condutividade hidráulica do solo? De que forma?

**EXERCÍCIO 5.7**

Um solo ( $K_s = 15 \text{ mm h}^{-1}$ ) apresenta uma camada compactada com  $K_s = 1,5 \text{ mm h}^{-1}$  entre 10 e 15 cm de profundidade.

- Suponha que, durante uma chuva, o solo acima da camada compactada saturou com água; suponha um potencial matricial de -100 cm abaixo da camada compactada. Qual será nessas condições a densidade de fluxo de água através da camada compactada? Desenhar o perfil de potenciais para essa situação  
(Resposta:  $2,87 \text{ cm h}^{-1}$ )
- Responda a mesma pergunta para o caso em que a camada compactada se encontrar numa profundidade maior, entre 25 e 30 cm (Resposta:  $2,6 \text{ cm h}^{-1}$ )
- Em suas palavras, por que a densidade de fluxo calculada no item a. é maior que no item b.?

**EXERCÍCIO 5.8**

Calcular a condutividade hidráulica do sistema de capilares do Exercício 5.1.

(Resposta:  $0,262 \text{ cm s}^{-1}$ ).

**DICA:** Calcular o gradiente em m/m e utilizar a Eq. [5.18]

### 5.4.3 A condutividade hidráulica saturada

A condutividade hidráulica do solo saturado, chamada também simplesmente de condutividade hidráulica saturada ( $K_s$ ) é uma propriedade do solo saturado cuja determinação é necessária no contexto da utilização da Lei de Darcy, ou seja, em estudos que envolvem o movimento da água no solo saturado. É uma propriedade do solo muito importante, por exemplo para o dimensionamento de projetos de irrigação e drenagem, ou para a estimativa da infiltrabilidade da água no solo (Item 5.12). Sua importância se estende ao solo não-saturado, pois em muitos casos a condutividade hidráulica do solo não-saturado é expressa relativa à do solo saturado, como será visto mais adiante (Item 5.6).

A condutividade hidráulica é uma propriedade que depende fortemente do arranjo geométrico das partículas sólidas do solo e do espaço poroso resultante. Sendo assim, quando sua determinação é feita em amostras, essas devem ter sua estrutura natural preservada. Amostras assim, coletadas em anéis concêntricos de alguns centímetros de altura e de diâmetro, são chamadas também amostras indeformadas.

Tendo em vista a Lei de Poiseuille, pela qual se sabe que a densidade de fluxo através de poros com maior diâmetro é maior que em poros de menor diâmetro e

proporcional à razão entre os diâmetros ao quadrado (Eq. [5.13]), percebe-se que  $K_s$  é uma propriedade que apresenta uma alta variabilidade entre amostras, especialmente quando essas são pequenas. A presença de um poro grande numa amostra pode alterar totalmente seu  $K_s$ , o que leva a concluir que, na verdade, o REV (Item 1.7) para essa propriedade é, muitas vezes, maior que as amostras pequenas que são usadas. Assim, pode se considerar a coleta e análise de amostras maiores, ou deve-se cuidar para fazer as determinações num número maior de repetições. Nesse caso, o número comum de três repetições é muito pequeno e deve-se pensar em pelo menos seis, mas preferencialmente dez ou mais amostras para repetir as determinações e obter uma noção do valor verdadeiro da propriedade.

A forma mais clássica de fazer a determinação é pela utilização de um *permeâmetro*, instrumento que replica o próprio experimento de Darcy. Como o objetivo é determinar a condutividade hidráulica saturada, o primeiro cuidado é com a completa saturação da amostra com água, antes de iniciar as medições. Especialmente em amostras que contêm um maior teor de argila possivelmente dispersiva, a saturação deve ser feita com uma solução de 0,05 M de  $\text{CuSO}_4$ . O uso de água destilada, um dispersante, é contraindicado. A saturação deve ser feita lentamente por capilaridade, podendo-se optar pelo uso de água desaerada (veja também no Item 3.5.9) e/ou realizar a saturação sob um leve vácuo.

Depois de saturada, a amostra é colocada no permeâmetro, podendo ser o permeâmetro de carga constante ou o permeâmetro de carga variável. Ambos possuem geometrias que se derivam do experimento de Darcy (Figuras 5.3 e 5.4). No permeâmetro de carga constante (Figura 5.7) mantém-se uma lâmina de água (carga) constante de altura  $h$  relativamente pequena na superfície da amostra saturada. Isso pode ser feito usando um frasco de Mariotte, ou então pela alimentação de água em excesso com saída por um ladrão. Pelo esquema da Figura 5.7, verifique que o potencial gravitacional  $z$  na base da amostra é zero, e na face superior  $z = L$ . O potencial de pressão  $h$  na base também é zero (pois está em contato direto com a  $P_{atm}$ ) e na face superior  $h = h$ . Assim, na base o potencial total  $H$  é igual a  $0 + 0 = 0$  e na face superior  $H = h + L$ . O gradiente de potencial total fica então igual a

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{h+L}{L} \quad [5.21]$$

Coleta-se um volume de água  $V$  ( $\text{m}^3$ ) num tempo  $\Delta t$  (s), portanto o fluxo  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ) será  $Q = V / \Delta t$  e a densidade de fluxo  $q$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) pode ser calculada como

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{V}{\pi R^2 \Delta t} \quad [5.22]$$

onde  $r$  (m) é o raio da amostra de solo. Reescrevendo a Lei de Darcy (Eq. [5.18]) explicitando  $K_s$  obtém-se

$$K_s = -\frac{q}{dH/dx} \quad [5.23]$$

e substituindo as Eqs. [5.21] e [5.22] na Eq. [5.23] obtém se a seguinte expressão para calcular  $K_s$  a partir de dados de observação no permeâmetro de carga constante:

$$K_s = \frac{VL}{\pi R^2 (h+L) \Delta t} \quad [5.24]$$

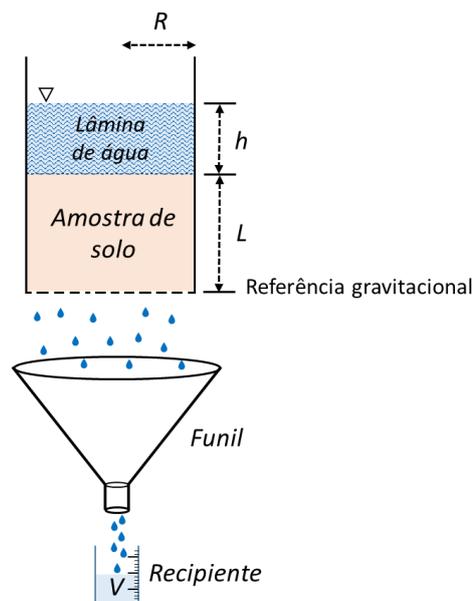


Figura 5.7 - O permeâmetro de carga constante.

#### EXERCÍCIO 5.9

Um permeâmetro de carga constante tem as seguintes dimensões:  $R = 5$  cm,  $L = 5$  cm,  $h = 2$  cm. Em 5 min coletaram-se 31 ml de água. Qual é a condutividade hidráulica da amostra, em  $\text{cm d}^{-1}$ ? [Resposta: 81,2  $\text{cm d}^{-1}$ ]

Como a carga hidráulica no permeâmetro de carga constante é pequena, da ordem de alguns centímetros, ele é mais recomendado para determinações em

amostras com uma condutividade hidráulica saturada maior do que 0,10 a 0,20 m d<sup>-1</sup>. Em amostras com uma condutividade hidráulica menor, o volume coletado pode ficar muito pequeno e a determinação pode se torna sensível a erros de medição, ou mesmo à evaporação da água coletada.

**EXERCÍCIO 5.10**

Um permeâmetro de carga constante tem as seguintes dimensões:  $R = 4$  cm,  $L = 5$  cm,  $h = 1,5$  cm. A condutividade hidráulica da amostra é 4,5 cm d<sup>-1</sup>. A taxa de evaporação é 2 mm d<sup>-1</sup> e o raio do bquer onde se coleta a água é de 5 cm. Qual fração da água que percola pela amostra é perdida por evaporação da água coletada no bquer?

(Resposta: 0,053 ou 5,3%)

**DICA:** Reescreva a Eq. [5.24] para calcular o volume coletado por tempo ( $V/\Delta t$ ) e compare com o volume de água evaporado do bquer por tempo.

Em solos com condutividade hidráulica menor, recomenda-se a utilização de um *permeâmetro de carga decrescente* (ou: variável). Esse instrumento permite determinar o valor de  $K_s$  por princípio semelhante, isto é, aplicando-se diretamente a Lei de Darcy e o desenho experimental correspondente. Ele é especialmente útil em amostras com condutividade hidráulica reduzida, pois nele se pode aplicar uma carga bem maior e realizar uma leitura mais precisa em menos tempo. O desenho do permeâmetro de carga decrescente é parecido com o de carga constante, porém, a alimentação com água é feita conforme mostra a Figura 5.8, por meio de um dispositivo de raio inferior ( $r$ ) à da amostra ( $R$ ) no qual o nível da água decresce de  $h_1$  a  $h_2$  acima da face superior da amostra. Cronometra-se o tempo que o nível da água precisa para descer da posição  $h_1$  ( $t_1$ ) a  $h_2$  ( $t_2$ ).

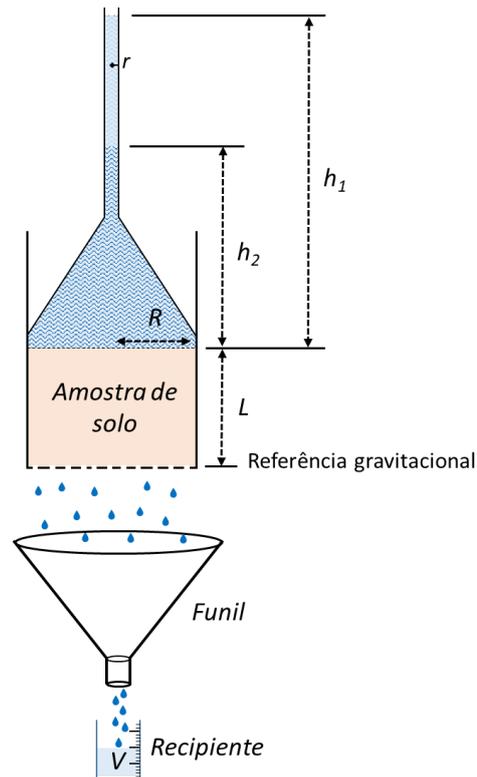


Figura 5.8 - O permeâmetro de carga decrescente.

Para deduzir uma equação que permite calcular o  $K_s$  da amostra com base na leitura no permeâmetro de carga decrescente, verifica-se primeiro que a densidade de fluxo de água através da amostra durante o experimento não será constante, isto é, ele irá diminuir com o tempo conforme diminui a carga hidráulica e o potencial de pressão na face superior da amostra. Sendo assim, o problema deve ser abordado como diferencial, e, analogamente à Eq. [5.22] tem-se

$$q = \frac{dV}{\pi R^2 dt} \quad [5.25]$$

ao mesmo tempo que se percebe que o volume percolado tem uma relação com a velocidade com que o nível da água decresce no tubo de raio menor  $r$ , de forma que

$$dV = -\pi r^2 dh \quad [5.26]$$

onde o sinal negativo representa o fato que o volume percolado aumenta conforme a altura vai diminuindo. Combinando as Eqs. [5.25] e [5.26] resulta em

$$q = -\frac{r^2}{R^2} \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{R^2}{r^2} dt = -\frac{dh}{q} \quad [5.27]$$

O gradiente de potencial total através da amostra pode ser calculado usando a mesma expressão deduzida para o permeâmetro de carga constante (Eq. [5.21]), como

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{h+L}{L} \quad [5.28]$$

e o fluxo  $q$  através da amostra pode ser calculado pela Lei de Darcy como

$$q = K_s \frac{h+L}{L} \quad [5.29]$$

Substituindo a Eq. [5.29] na [5.27] resulta em

$$\frac{K_s R^2}{L r^2} dt = -\frac{dh}{h+L} \quad [5.30]$$

Essa equação diferencial pode ser resolvida pela integração dos seus membros, considerando que  $h = h_1$  em  $t = t_1$  e  $h = h_2$  em  $t = t_2$  conforme

$$\frac{K_s R^2}{L r^2} \int_{t_1}^{t_2} dt = -\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h+L} \quad [5.31]$$

resultando em

$$\frac{K_s R^2}{L r^2} (t_2 - t_1) = \ln \frac{h_1 + L}{h_2 + L} \quad [5.32]$$

Assim, fazendo  $\Delta t = t_2 - t_1$  e explicitando  $K_s$ , encontra-se para o permeâmetro de carga decrescente que

$$K_s = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \frac{L}{\Delta t} \ln \left(\frac{h_1 + L}{h_2 + L}\right) \quad [5.33]$$

### EXERCÍCIO 5.11

Um permeâmetro de carga decrescente tem as seguintes dimensões:  $R = 5$  cm,  $r = 0,5$  cm,  $L = 5$  cm,  $h_1 = 18$  cm,  $h_2 = 10$  cm. O tempo de leitura foi 5 min 50 s. Qual é a condutividade hidráulica da amostra, em  $\text{cm d}^{-1}$ ? *[Resposta: 5,3  $\text{cm d}^{-1}$ ]*

## 5.5 A Lei de Buckingham-Darcy para o movimento da água no solo não-saturado

A Lei de Darcy, Eq. [5.18] apresentada no item anterior, foi desenvolvida e tem sua aplicação restrita para uma condição de solo saturado. A maior parte dos processos que se estudam no contexto da física do solo, no entanto, ocorrem em condições não-saturadas. A modelagem ou descrição quantitativa dos processos nessas condições envolve uma gama de complexidades adicionais, incluindo o caráter transiente desses processos, bem como as inter-relações entre o teor de água, seu estado energético (potencial) e a condutividade hidráulica do solo.

Em relação a uma equação geral para o fluxo no solo não-saturado, análoga à Lei de Darcy (Eq. [5.18]) apresentada para o fluxo no solo saturado, algumas considerações devem ser feitas para o seu desenvolvimento. Menciona-se aqui um pioneiro no estudo das propriedades hidráulicas de solos não-saturados e de seu equacionamento, o físico norte-americano Edgar Buckingham (1867-1940), que em 1907 publicou seu trabalho "*Studies on the movement of soil moisture*" (Buckingham, 1907).

A primeira diferença entre a condição saturada e não-saturada se refere ao valor da condutividade hidráulica, que deixa de ter seu valor constante  $K_s$  e passa a ter um valor que depende do teor de água e do potencial matricial da água, denominado de  $K(\theta)$ ,  $K(h)$  ou simplesmente  $K$ . Buckingham (1907) teceu considerações a respeito da relação entre condutividade hidráulica e teor de água, como mostra a Figura 5.9. A dependência da condutividade hidráulica do estado hídrico do solo é o principal fator da alta complexidade das relações hídricas do solo. Em comparação, a condutividade *térmica* do solo não possui, praticamente, dependência da temperatura e difusividade *gasosa* ou *iônica* do solo não depende do teor do gás ou íon. Assim, o tratamento físico-teórico dos fluxos de solutos, gases ou da energia térmica no solo é muito mais simples, ocupando muito menos páginas em livros-texto, que a teoria que fundamenta a dinâmica da água.

A segunda diferença entre fluxo no solo saturado e não-saturado se refere à substituição do potencial de pressão, inexistente no solo não-saturado, pelo potencial

matricial  $h$ , função do teor de água. Sendo assim, a Lei de Buckingham-Darcy, análoga da Lei de Darcy para a densidade de fluxo de água num solo não saturado é escrita como

$$q = -K(\theta, h) \frac{dH}{dx} = -K(\theta, h) \nabla H \quad [5.34]$$

onde  $H = h(\theta) + z$ , sendo  $h(\theta)$  o potencial matricial, função do teor de água.

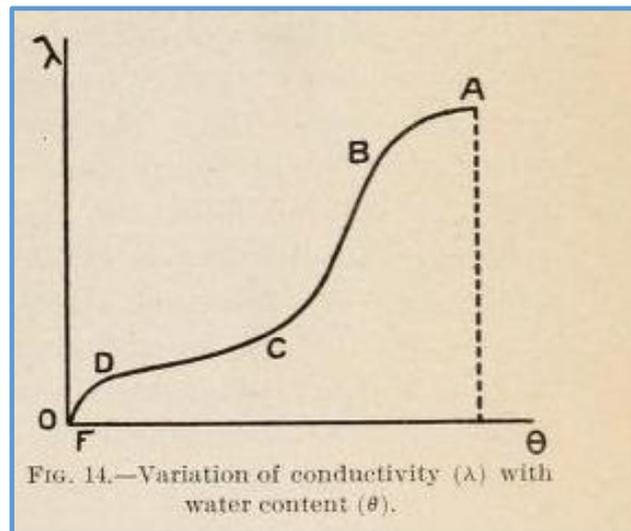


Figura 5.9 - Figura original da publicação de Buckingham (1907) mostrando a relação entre condutividade hidráulica (chamada de *condutividade capilar*,  $\lambda$ ) e o teor de água  $\theta$ .

O termo  $dH/dx$  da Eq. [5.34] pode ser desmembrado conforme

$$q = -K \frac{dH}{dx} = -K \left[ \frac{dh}{dx} + \frac{dz}{dx} \right] \quad [5.35]$$

Para o fluxo horizontal, o termo  $dz/dx$  equivale a zero e a Eq. [5.34] simplifica para

$$q = -K \frac{dH}{dx} = -K \left[ \frac{dh}{dx} \right] \text{ (fluxo horizontal)} \quad [5.36]$$

Para o fluxo vertical, o termo  $dz/dx$  equivale a -1 e a Eq. [5.34] se torna

$$q = -K \frac{dH}{dx} = -K \left[ \frac{dh}{dx} - 1 \right] \text{ (fluxo vertical)} \quad [5.37]$$

**EXERCÍCIO 5.12**

A partir das Eqs. [5.36] e [5.37], deduza equações gerais para as condições de um solo homogêneo em que não há gradiente de teor de água, no caso de

- a. fluxo horizontal
- b. fluxo vertical

## 5.6 A condutividade hidráulica do solo não-saturado

### 5.6.1 Introdução

No Item 5.4.3 definiu-se a condutividade hidráulica do solo saturado com água, identificada geralmente por  $K_s$  e geralmente, quando se utiliza a distância (m, cm) como unidade de potencial, expressa em unidades de distância por tempo, como  $m\ s^{-1}$ ,  $m\ d^{-1}$ ,  $cm\ h^{-1}$ , etc. A equação de Buckingham-Darcy (Eq. [5.34]) incorpora a grandeza condutividade hidráulica  $K$ , função do teor de água e do potencial matricial da água e representada por  $K(\theta)$ ,  $K(h)$ ,  $K(\theta, h)$ , ou simplesmente  $K$ . No Item 5.11, alguns métodos para a determinação da função  $K(\theta, h)$  serão apresentados. Sua medição é, no entanto, raramente feita e nesse item serão discutidas algumas formas de estimá-la.

O valor máximo da condutividade hidráulica do solo é atingido quando todos os seus poros contêm água e participam do movimento. Essa condição denominamos de saturada e o valor correspondente de condutividade hidráulica é a condutividade hidráulica do solo saturado, abreviada como  $K_s$ . Qualquer valor de  $K$  correspondente a uma condição de não-saturação será, portanto, menor que  $K_s$ , pois em condições de não-saturação, alguns poros deixaram de estar disponíveis para o fluxo da água.

A relação entre a condutividade hidráulica e o teor de água não é simplesmente linearmente proporcional. Sabemos que os primeiros poros que deixam de conter água quando um solo seca, seja por drenagem, por evaporação ou por transpiração, são os maiores poros. Esses maiores poros correspondem, de acordo com a Lei de Poiseuille, aos melhores condutores de água. Assim, quando um solo perde uma fração pequena de sua água, sua condutividade hidráulica diminui fortemente. Isso porque a fração pequena de água corresponde aos principais canais (macroporos) que conduziam água na condição saturada. Em consequência, a condutividade hidráulica é uma propriedade com fortíssima dependência não-linear do teor de água.

*Como podemos prever de que forma (ou quanto) a condutividade hidráulica decresce conforme o teor de água diminui? Para responder essa questão precisamos*

de informações detalhadas sobre a geometria do espaço poroso, isto é, os tamanhos (diâmetros, raios) de todos os poros, bem como a continuidade e a conectividade desses poros. A curva de retenção, ou mais especificamente sua derivada, a capacidade hídrica conforme apresentada na Figura 3.32 para a equação de Van Genuchten (1980) contém, de fato, a informação completa sobre os raios dos poros do solo. Assim, um dos desafios da física do solo tem sido correlacionar a propriedade de retenção com a da condutividade hidráulica. É evidente que a correlação não poderá ser conclusiva, pois a curva de retenção não contém informação sobre a continuidade e a conectividade dos poros, duas propriedades geométricas importantes para a condutividade hidráulica. A ideia é, no entanto, que o conhecimento da propriedade de retenção de um solo poderá subsidiar ou auxiliar, quantitativamente, na determinação de sua função condutividade hidráulica.

Restam, como incógnitos, a continuidade e a conectividade dos poros. A *continuidade* diz respeito ao comprimento de poros individuais. Enquanto podemos concluir, pela curva de retenção, que determinada fração do volume de uma amostra é composta por poros com determinado diâmetro, essa informação não permite dizer que se trata de um poro contínuo, ou, por exemplo, de 100 pequenos pedacinhos de poros. É evidente que a condutividade hidráulica do sistema será muito diferente (maior) no caso de se tratar de um poro contínuo. A *conectividade* se refere à forma pela qual os poros estão conectados e se existem pontos de maior resistência nessas conexões. Além da geometria do sistema poroso em si, a conectividade depende também do teor de água do solo. Conforme mais poros perdem sua água, a conectividade entre os poros que ainda contêm água tende a diminuir.

Os modelos mais conhecidos para descrever a relação entre a retenção e a condutividade hidráulica são os de Childs & Collis-George (1950), Burdine (1953) e Mualem (1976). Como ambas, continuidade e conectividade, são difíceis de serem distinguidas experimentalmente, nesses modelos atribui-se um coeficiente empírico denominado de coeficiente de continuidade-conectividade para contabilizar esses efeitos, não dedutíveis da curva de retenção, da geometria porosa na condutividade hidráulica.

**EXERCÍCIO 5.13**

- a. Em suas palavras, como o conhecimento da propriedade de retenção pode auxiliar na predição da condutividade hidráulica?
- b. Quais fatores determinantes da condutividade hidráulica não estão contemplados pela curva de retenção?

**5.6.2 O Modelo de Childs & Collis-George**

Uma das primeiras tentativas de correlacionar quantitativamente a retenção e a condutividade hidráulica de um solo foi feita por Childs & Collis-George (1950). Embora o modelo que eles desenvolveram não tenha muita utilização prática atualmente, o desenvolvimento teórico serviu como ponto de partida para teorias posteriores, especialmente a de Mualem (1976), que se tornaram muito importantes na física do solo moderna.

O modelo de Childs & Collis-George (1950) é baseado diretamente na Lei de Poiseuille. Embora seja impossível analisar a condutividade de uma amostra de solo analiticamente pela Lei de Poiseuille aplicada aos seus poros individuais, podemos aproximar a condutividade agrupando os poros em classes de diâmetros ou raios, calcular o fluxo através de cada classe e somar as classes para obter a contribuição de cada uma na condutividade do sistema e, enfim, obter a relação entre condutividade hidráulica e teor de água. É essa ideia elaborada por Childs & Collis-George (1950).

Subdivide-se inicialmente a faixa de teores de água do solo em  $m$  classes, cada uma abrangendo um  $\Delta\theta$  e com um teor de água médio de  $\bar{\theta}$ , que corresponde a um potencial matricial médio  $\bar{h}$  (Figura 5.10). Segundo a equação da capilaridade (Eq. 3.31), para cada classe  $j$  assim definida, o raio médio de seus poros  $R_j$  (m) pode ser calculado por

$$R_j = \frac{2\sigma}{\rho_d g \bar{h}_j} \quad [5.38]$$

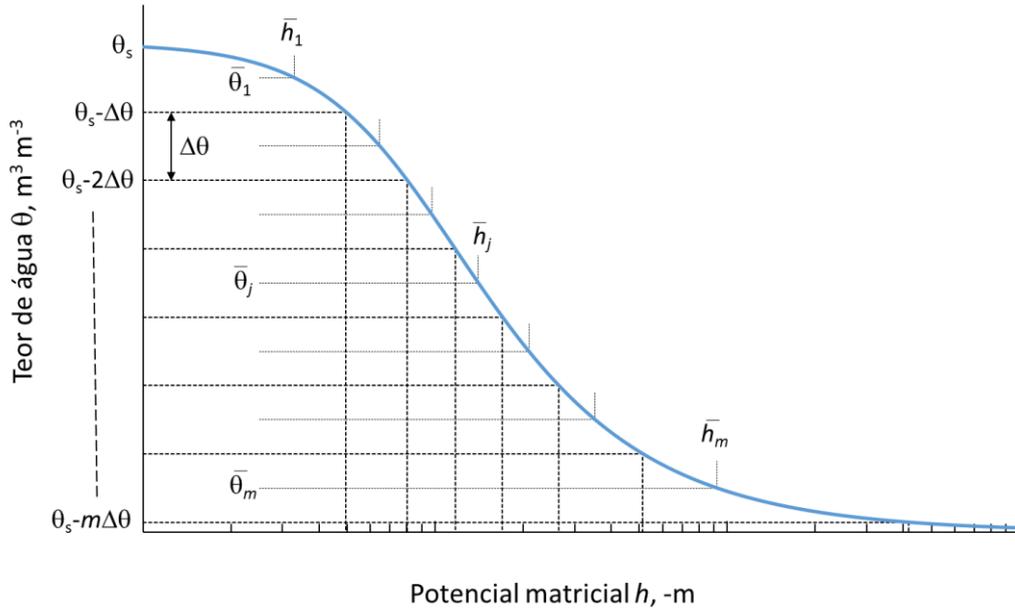


Figura 5.10 - Ilustração do método de Childs & Collis-George (1950) para a determinação da condutividade hidráulica do solo não-saturado, mostrando a curva de retenção de um solo com subdivisão em  $m$  intervalos de  $\Delta\theta$ , identificando  $\bar{\theta}$  e  $\bar{h}$  para cada intervalo.

Partindo da Lei de Poiseuille (Eq. [5.13]), substituindo nela a pressão  $P$  (Pa) por  $\Delta H$  (m), sendo  $P = \rho_a g \Delta H$ , obtém-se para um capilar:

$$Q = \frac{\pi \rho_a g}{8\eta} \frac{\Delta H}{L_c} R^4 \tag{5.39}$$

onde  $L_c$  (m) é o comprimento do capilar. O fluxo através do sistema pode agora ser descrito somando-se o fluxo através de todas as classes de poros, de 1 a  $p$ , conforme

$$Q = \sum_{j=1}^m N_j Q_j = \frac{\pi \rho_a g}{8\eta} \frac{\Delta H}{L_c} \sum_{j=1}^m N_j R_j^4 \tag{5.40}$$

onde  $N_j$  é o número de poros na classe  $j$ . Dividindo ambos os membros da Eq. [5.40] pela área  $A$  (m<sup>2</sup>) obtém-se uma expressão para a densidade de fluxo  $q$  (m s<sup>-1</sup>) =  $Q / A$ :

$$q = \frac{\pi \rho_a g}{8\eta} \frac{\Delta H}{L_c} \sum_{j=1}^m n_j R_j^4 \tag{5.41}$$

onde  $n_j$  (m<sup>-2</sup>) é o número de poros por unidade de área da seção transversal na classe  $j$ ,  $n_j = N_j / A$ . Considerando que cada classe de poros contém  $n_j$  capilares de raio  $r_j$  por

unidade de área de seção transversal e como cada capilar tem uma área transversal igual a  $\pi R_j^2$ , deduz-se que

$$n_j = \frac{\Delta\theta}{\pi R_j^2} \quad [5.42]$$

A combinação das Eqs. [5.41] e [5.42] resulta em

$$q = \frac{\rho_a g}{8\eta} \frac{\Delta H}{L_c} \Delta\theta \sum_{j=1}^m R_j^2 \quad [5.43]$$

e substituindo  $R_j$  pela Eq. [5.38]

$$q = \frac{\rho_a g}{8\eta} \frac{\Delta H}{L_c} \Delta\theta \sum_{j=1}^m \left( \frac{2\sigma}{\rho_a g \bar{h}_j} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\eta \rho_a g} \Delta\theta \sum_{j=1}^m \frac{1}{\bar{h}_j^2} \frac{\Delta H}{L_c} \quad [5.44]$$

Devido à tortuosidade da geometria porosa, o comprimento do capilar  $L_c$  é maior que a distância  $L$ , em linha reta, percorrida pela água. Sendo assim, define-se um fator de tortuosidade  $\xi$  (letra grega “ksi”) conforme

$$\xi = \frac{L_c}{L} \quad [5.45]$$

ou seja,  $\xi$  é um valor entre 0 e 1. Inserindo a Eq. [5.45] na [5.44] resulta em

$$q = \frac{\xi \sigma^2 \Delta\theta}{2\eta \rho_a g} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\bar{h}_j^2} \frac{\Delta H}{L} \quad [5.46]$$

Comparando a Eq. [5.46] com a Lei de Darcy (Eq. [5.18]), observa-se que o  $K_s$  daquela equação pode ser equacionada como

$$K_s = \frac{\xi \sigma^2 \Delta\theta}{2\eta \rho_a g} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\bar{h}_j^2} \quad [5.47]$$

#### EXERCÍCIO 5.14

Demonstrar a coerência dimensional da Eq. [5.47].

Conforme o solo vai secando, menos classes de poros estarão preenchidas com água e participarão do movimento. Assim, para uma condição das  $d$  maiores classes de poros dessaturadas obtém-se para o respectivo valor de  $K$ :

$$K = \frac{\xi \sigma^2 \Delta\theta}{2\eta \rho_a g} \sum_{j=1+d}^m \frac{1}{\bar{h}_j^2} \quad [5.48]$$

que é a expressão geral do modelo de Childs & Collis-George (1950) para a condutividade hidráulica. Dependendo da resolução, isto é, do tamanho que se escolhe para  $\Delta\theta$  e, conseqüentemente, do número  $m$  de classes que se definem, a Eq. [5.48] permite o cálculo da condutividade hidráulica para um número grande de teores de água ou níveis de saturação.

Um dos problemas para a aplicação da Eq. [5.48] é que ela contém a tortuosidade  $\xi$ , que não pode ser medida diretamente. Contudo, ela pode ser calculada a partir da medição independente do  $K_s$ , utilizando por exemplo um permeâmetro. Reescrevendo a Eq. [5.47] verifica-se que, para a condição saturada

$$\xi = K_s \frac{2\eta\rho_a g}{\sigma^2 \Delta\theta} \frac{1}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{\bar{h}_j^2}} \quad [5.49]$$

Outro problema é que, mesmo encontrando  $\xi$  pela Eq. [5.49], ela não necessariamente tem o mesmo valor para todas as classes de poros. De fato, o mais correto seria a definição de um  $\xi_j$  em função da classe. Isso, no entanto, dificultaria a parametrização da equação, fazendo necessário a obtenção de valores medidos da condutividade hidráulica não somente do solo saturado, mas para outros teores de água também.

**EXERCÍCIO 5.15**

Observe os dados de retenção de água, de condutividade hidráulica saturada  $K_s$  e valores de ajuste à equação de Van Genuchten para dois solos, um de textura média, o outro de textura arenosa.

Textura média		Textura arenosa	
$\theta$	$h$ (cm)	$\theta$	$h$ (cm)
0,48	-1	0,51	-1
0,43	-20	0,46	-3
0,38	-40	0,41	-6
0,33	-70	0,36	-11
0,28	-160	0,31	-27
0,23	-500	0,26	-60
		0,21	-140

Parâmetros das equações de Van Genuchten (1980)			
$\alpha$	0,0380 cm <sup>-1</sup>	$\alpha$	0,2840 cm <sup>-1</sup>
$n$	1,6447	$n$	1,2885
$\theta_r$	0,187	$\theta_r$	0,057
$\theta_s$	0,480	$\theta_s$	0,510
$K_s$	1,06 cm h <sup>-1</sup>	$K_s$	20,0 cm h <sup>-1</sup>

Nessa questão, considere

$\sigma$  (tensão superficial) = 0,072 J m<sup>-2</sup> e  $\eta$  (viscosidade) = 1·10<sup>-3</sup> Pa s.

- Com base na equação de Childs & Collis-George e o valor de  $K_s$  dado, faça uma estimativa da tortuosidade  $\xi$  (Eq. [5.49]). Calcular a média do potencial de cada faixa como média geométrica\*. (Resposta:  $\xi_{\text{textura média}} = 4,31 \cdot 10^{-4}$ ;  $\xi_{\text{argiloso}} = 1,03 \cdot 10^{-3}$ )
- Conhecido o valor de  $\xi$ , calcular os valores de  $K$  para os teores de água da tabela pela equação de Childs & Collis-George (Eq. [5.48]) (Resposta: por exemplo, para a última faixa de teor de água,  $K_{\text{textura média}} = 2,56 \cdot 10^{-4}$  cm/h;  $K_{\text{argiloso}} = 5,83 \cdot 10^{-3}$  cm/h)
- Calcular os valores de  $K$  para as mesmas umidades pela equação de Van Genuchten (Eq. [5.67]), utilizando  $l = 0,5$
- Fazer gráficos da relação  $K-\theta$  para ambos os solos; comentar os resultados.
- Montar uma planilha (ou utilizar um outro software) para otimizar o valor de  $l$  para os dados calculados.

\* A média geométrica de dois valores é a raiz do produto. Essa média é mais adequada que a média comum (aritmética) quando se trata de valores com distribuição log-normal, como é o caso do potencial e da condutividade hidráulica, por exemplo.

**5.6.3 O Modelo de Mualem**

O modelo de Mualem (1976) foi desenvolvido a partir do conceito do modelo de Childs & Collis-George (1950) (Item 5.6.2). Definindo a *condutividade hidráulica relativa*  $K_r$  como

$$K_r = \frac{K}{K_s} \quad [5.50]$$

e substituindo nessa equação as expressões obtidas pelo método de Childs & Collis-George (1950) para  $K$  (Eq. [5.48]) e  $K_s$  (Eq. [5.47]) verifica-se que

$$K_r = \frac{\sum_{j=1}^l \frac{1}{h_j^2}}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{h_j^2}} \quad [5.51]$$

Para aumentar o grau de liberdade dessa equação, entre outros para poder compensar pela dependência do fator de tortuosidade do grau de saturação  $\Theta$ , Mualem (1976) supôs que o fator de tortuosidade tem uma relação com  $\Theta$  elevado a uma potência  $l$  e assim deduziu a equação 14 do trabalho dele que se transcreve aqui como

$$K_r = \Theta^l \left[ \frac{\int_0^\theta \frac{1}{|h|} d\theta}{\int_0^{\theta_s} \frac{1}{|h|} d\theta} \right]^2 \quad [5.52]$$

Para resolver as integrais da Eq. [5.52], a relação entre  $\theta$  e  $h$ , a curva de retenção, deve ser conhecida e equacionada. Nos próximos itens veremos o desenvolvimento da Eq. [5.52] de Mualem (1976) no contexto das três equações para a retenção vistas no Capítulo 3, as equações de Brooks & Corey (1964), de Van Genuchten (1980) e de Groenevelt & Grant (2004).

#### **EXERCÍCIO 5.16**

Em relação aos modelos de Childs & Collis-George (1950) e de Mualem (1976), como o fator de tortuosidade ( $\xi$ ) presente no modelo de Childs & Collis-George (1950) foi contemplado na Eq. [5.52] de Mualem (1976)?

#### **5.6.4 O Modelo de Brooks & Corey - Mualem**

A Eq. [5.52] pode ser desenvolvida em combinação com uma equação específica da retenção da água. Seguindo o mesmo exemplo utilizado por Mualem (1976), combinamos a Eq. [5.52] com a equação de Brooks & Corey (1964), a Eq. [3.68], cuja inversa é a Eq. [3.69]:

$$h = h_b \left( \frac{\theta_s - \theta_r}{\theta - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \Rightarrow \frac{1}{h} = \frac{1}{h_b} \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \quad [5.53]$$

e cuja integral indefinida em relação a  $\theta$  é

$$\int \frac{1}{h} d\theta = \frac{1}{h_b} \int \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda}} d\theta = \frac{\lambda(\theta_s - \theta_r)}{(\lambda + 1)h_b} \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda} + 1} = \frac{\lambda(\theta_s - \theta_r)}{(\lambda + 1)h_b} \Theta^{\frac{1}{\lambda} + 1} \quad [5.54]$$

Inserindo essa Eq. [5.54] na [5.52], aplicando os respectivos limites de integração (observe que para  $\theta = \theta_s$ ,  $\Theta = 1$ ) verifica-se que

$$K_r(\Theta) = \Theta^l \left[ \Theta^{\frac{1}{\lambda} + 1} \right]^2 = \Theta^{l + \frac{2}{\lambda} + 2} \quad [5.55]$$

que é a mesma equação apresentada como equação 16 no trabalho de Mualem (1976). Por substituição da relação  $\Theta(h)$  de Brooks & Corey (Eq. [3.67]) obtém-se para  $|h| > |h_b|$  (compare com a equação 17 no trabalho de Mualem (1976)):

$$K_r(h) = \left( \frac{h_b}{h} \right)^{\lambda(l+2)+2} \quad [5.56]$$

enquanto para  $|h| \leq |h_b|$

$$K_r(h) = 1 \quad [5.57]$$

Baseado em dados de retenção e de condutividade hidráulica disponíveis de 45 solos, provenientes majoritariamente dos Estados Unidos e de Israel, Mualem (1976) realizou um procedimento de otimização no qual concluiu que o melhor valor para  $l$  seria  $l = 0,5$ . É importante frisar que esse valor foi obtido tomando como base um número restrito de solos. Determinações do valor de  $l$ , quando feitas, resultam comumente em valores muito diferentes, na faixa de -6 a +6.

Um valor maior para  $l$  resultará num decréscimo mais rápido da condutividade hidráulica com a redução do teor de água, pois derivando a Eq. [5.55] em relação a  $\Theta$  obtemos

$$\frac{dK_r}{d\Theta} = \left( l + \frac{2}{\lambda} + 2 \right) \Theta^{l + \frac{2}{\lambda} + 1} \quad [5.58]$$

conforme também mostra a Figura 5.11. Essa figura mostra também que a relação  $K_r(h)$  conforme Brooks & Corey – Mualem, quando representada numa escala bilogarítmica, resulta numa linha reta a partir do valor de  $h_b$ .

**EXERCÍCIO 5.17**

- Explique por que nos referimos à Eq. [5.55] como a equação da condutividade hidráulica de Brooks & Corey – Mualem? Qual é a contribuição de Brooks & Corey e qual de Mualem?
- Qual é o efeito de um valor maior de  $l$  na curva de condutividade hidráulica resultante? Esse efeito é mais expressivo no solo mais úmido ou mais seco?
- Em que solo você espera um valor maior de  $l$ , num solo arenoso ou num solo argiloso?

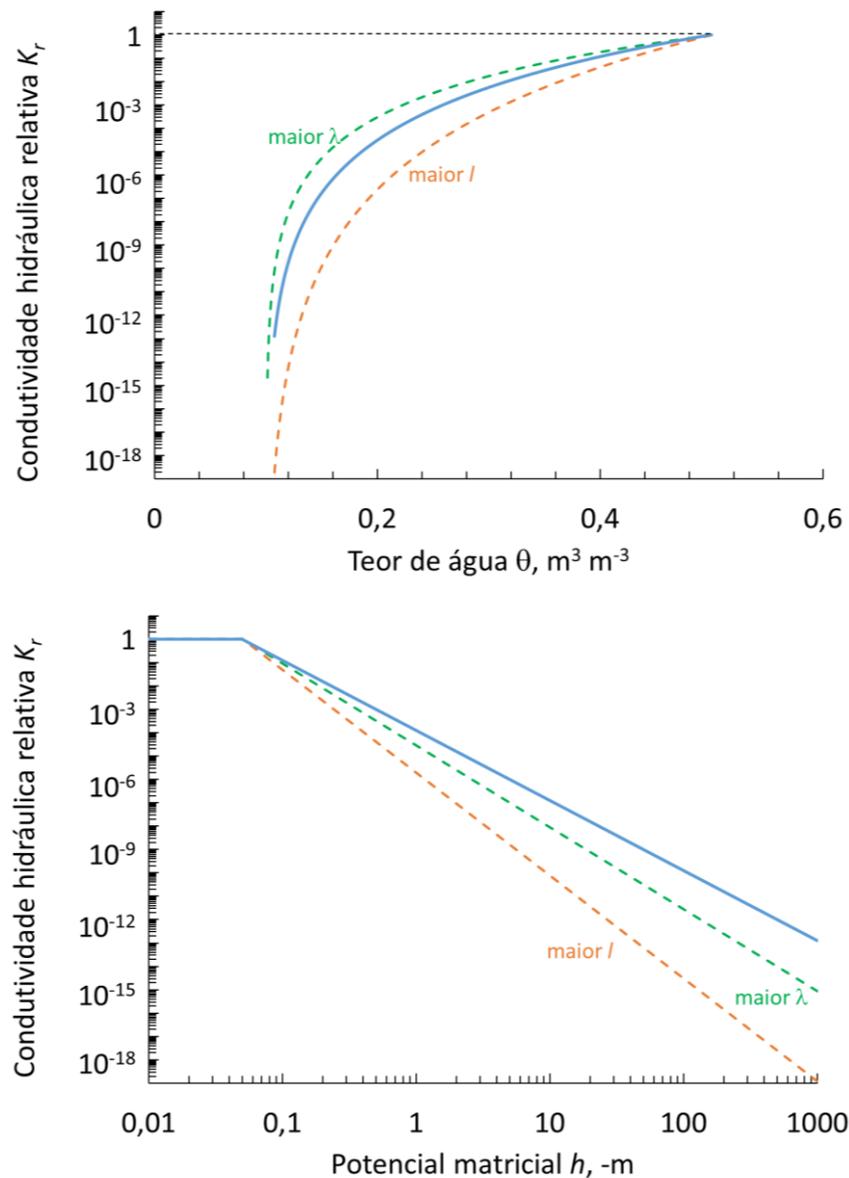


Figura 5.11 - Curva de condutividade hidráulica relativa  $K_r(\theta)$  e  $K_r(h)$  segundo as equações de Brooks & Corey - Mualem (Eqs. [5.55] e [5.56]) com  $|h_b| = 0,05$  m,  $\lambda = 0,4$  e  $l = 0,5$ . A curva “maior  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = 4$ ; a curva “maior  $\lambda$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\lambda = 0,6$ .

### 5.6.5 O Modelo de Van Genuchten - Mualem

A publicação de Van Genuchten (1980) é muito citada por introduzir a Eq. [3.43] para a retenção da água no solo apresentada no Item 3.9.1 e que corresponde à equação 3 do trabalho original. Contudo, o objetivo do trabalho não foi esse. O objetivo foi encontrar uma equação para a condutividade hidráulica, conforme expressa o próprio título: “A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils”.

Usando a Eq. [5.52] desenvolvida por Mualem (1976), Van Genuchten (1980) postula que equações da forma como a Eq. [3.43] são convenientes para o desenvolvimento. Invertendo a equação obtém-se a expressão correspondente para  $h(\Theta)$  conforme

$$|h| = \frac{\left[ \Theta^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \quad [5.59]$$

que, substituindo na Eq. [5.52], resulta em

$$K_r = \Theta^l \left[ \frac{\int_0^{\Theta} \left[ \Theta^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} d\Theta}{\int_0^1 \left[ \Theta^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} d\Theta} \right]^2 \quad [5.60]$$

Observe que na Eq. [5.60] consta o parâmetro  $l$  que, no trabalho de Van Genuchten (1980), foi substituído por  $\frac{1}{2} = 0,5$ . É fácil demonstrar que

$$\left[ \Theta^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \frac{1}{\Theta^{\frac{1}{m}}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \frac{1 - \Theta^{\frac{1}{m}}}{\Theta^{\frac{1}{m}}} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \frac{\Theta^{\frac{1}{m}}}{1 - \Theta^{\frac{1}{m}}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad [5.61]$$

e substituindo na Eq. [5.60] obtém-se, análogo às equações 4 e 5 do trabalho de Van Genuchten (1980):

$$K_r = \Theta' \frac{\left[ \int_0^\Theta \frac{\Theta^{\frac{1}{m}}}{1 - \Theta^{\frac{1}{m}}} d\Theta \right]^{\frac{1}{n}}}{\left[ \int_0^1 \frac{\Theta^{\frac{1}{m}}}{1 - \Theta^{\frac{1}{m}}} d\Theta \right]^{\frac{1}{n}}} = \Theta' \left[ \frac{f(\Theta)}{f(1)} \right]^2 \quad [5.62]$$

onde

$$f(\Theta) = \int_0^\Theta \frac{\Theta^{\frac{1}{m}}}{1 - \Theta^{\frac{1}{m}}} d\Theta \quad [5.63]$$

O próximo passo do desenvolvimento matemático consiste de uma permuta de parâmetro, substituindo-se os termos  $\Theta^{1/m}$  por  $y$ . Fazendo isso,  $\Theta = y^m$  e  $d\Theta/dy = my^{m-1}$  ou  $d\Theta = my^{m-1}dy$  e a Eq. [5.63] se torna

$$f(\Theta) = \int_0^{\Theta^{1/m}} \left[ \frac{y}{1-y} \right]^{\frac{1}{n}} my^{m-1} dy = m \int_0^{\Theta^{1/m}} y^{m-1+\frac{1}{n}} (1-y)^{-\frac{1}{n}} dy \quad [5.64]$$

que corresponde à equação 6 do trabalho de Van Genuchten (1980). Soluções para a integral da Eq. [5.64] existem para os casos em que  $m - 1 + 1/n$  é um número inteiro  $\geq 0$ . O caso mais simples que resulta em zero, a chamada *restrição de Mualem*, ocorre para  $m = 1 - 1/n$  e para esse caso, conforme a equação 7 de Van Genuchten (1980),

$$f(\Theta) = 1 - \left( 1 - \Theta^{\frac{1}{m}} \right)^m \quad [5.65]$$

Substituindo a solução da Eq. [5.65] na Eq. [5.62] obtém-se a expressão de Van Genuchten – Mualem para a condutividade hidráulica relativa

$$K_r = \Theta' \left[ 1 - \left( 1 - \Theta^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad [5.66]$$

Substituindo  $K = K_r K_s$  (Eq. [5.50]), a mesma equação pode também ser escrita como

$$K(\Theta) = K_s \Theta' \left[ 1 - \left( 1 - \Theta^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 = K_s \Theta' \left[ 1 - \left( 1 - \Theta^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1 - \frac{1}{n}} \right]^2 \quad [5.67]$$

Substituindo a Eq. [3.46] na Eq. [5.67] resulta na relação  $K(h)$  correspondente:

$$K(h) = K_s \left[ 1 + (\alpha|h|^n) \right]^{\frac{(1-n)}{n}} \left[ 1 - \left( \frac{(\alpha|h|^n)}{[1 + (\alpha|h|^n)]} \right)^{1 - \frac{1}{n}} \right]^2 \quad [5.68]$$

A Figura 5.12 ilustra as Eqs. [5.67] e [5.68] para alguns conjuntos específicos de parâmetros.

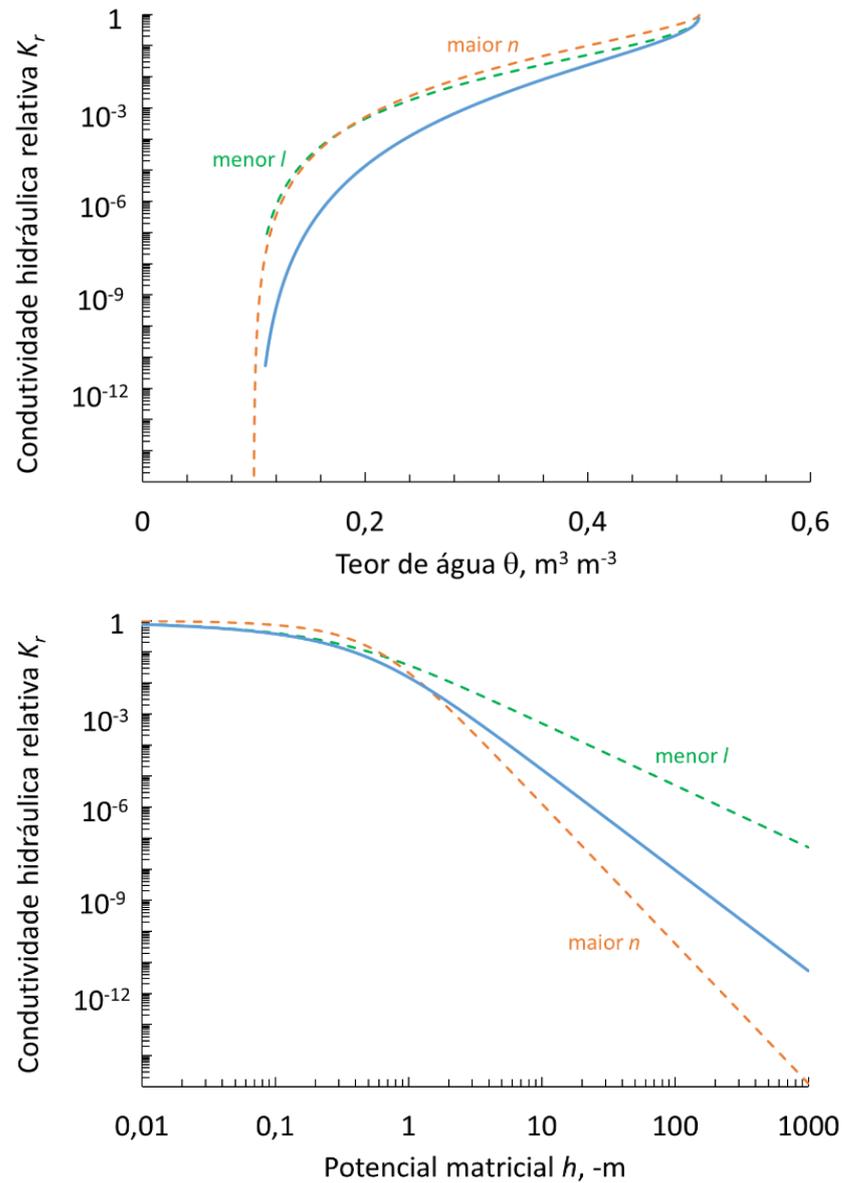


Figura 5.12 - Curva de condutividade hidráulica relativa  $K_r(\Theta)$  e  $K_r(h)$  segundo as equações de Van Genuchten - Mualem (Eqs. [5.67] e [5.68]) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,5$  e  $l = 0,5$ . A curva “menor  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = -2$ ; a curva “maior  $n$ ” representa os mesmos parâmetros com  $n = 2$ .

Utilizando o sistema de equações de Van Genuchten (1980), que consiste da equação de retenção ( $\Theta(h)$ , Eq. [3.43]) e a da condutividade hidráulica ( $K(h)$ , Eq. [5.68]), tem-se a vantagem de reduzir o número de parâmetros empíricos para a descrição de ambas as propriedades hidráulicas, pois as equações têm um parâmetro, o  $n$ , em comum. Observe que o significado comum desse parâmetro não é somente estatístico,

mas embasado na teoria de Mualem (1976) acoplada à equação de Van Genuchten (1980), conforme demonstrado.

Na prática, determinar a relação  $\Theta(h)$ , a curva de retenção, é mais simples e rotineira que a medição da condutividade hidráulica do solo não saturado,  $K(h)$ . Assim, o que ocorre muito na prática, é que valores de retenção são obtidos, por exemplo em equipamento de placa porosa. Uma equação de retenção, frequentemente a de Van Genuchten (Eq. [3.43]) é ajustada aos valores medidos, resultando numa estimativa dos parâmetros  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$  e  $n$ . Desses, o  $n$  é então empregado na Eq. [5.67] ou [5.68]. Enquanto o valor de  $K_s$  pode ser medido, ainda falta o parâmetro  $l$  para definir a relação  $K(\Theta)$  ou  $K(h)$ . Para resolver o problema, supõe-se geralmente  $l = 0,5$ , valor sugerido por Mualem (1976). Devemos lembrar que a estimativa  $l = 0,5$  se baseou num número relativamente pequeno de solos para quais existiam medições tanto de  $\Theta(h)$  e de  $K(h)$  e que o mais correto é determinar o valor de  $l$  para cada solo experimentalmente por um método de laboratório ou campo (alguns métodos são apresentados no Item 5.11).

### EXERCÍCIO 5.18

Têm-se os dados de retenção e condutividade hidráulica apresentados na tabela abaixo. Calcular os parâmetros do sistema de equações de Van Genuchten correspondentes, utilizando o programa RETC com as seguintes especificações:

Type of problem: *both retention and conductivity data*

Unidades: metro (m) e segundo (s)

Type of model: Van Genuchten  $m = 1 - 1/n$

Estimar ("fitted"): (1) supondo  $l$  fixo ( $l = 0,5$ ) e (2) com todos os parâmetros

Type of conductivity data: Log transform of  $K$  versus pressure head

Retenção		Condutividade	
$h$ , m	$\theta$ , $m^3 m^{-3}$	$h$ , m	$K$ , $m d^{-1}$
0,1	0,4084	0,01	0,035
0,2	0,3945	0,5	0,006
0,4	0,3403	0,7	$1,512 \cdot 10^{-3}$
0,6	0,2688	1	$1,032 \cdot 10^{-3}$
1,1	0,2021	3,3	$2,20 \cdot 10^{-5}$
3,34	0,1621	9,5	$2,00 \cdot 10^{-6}$
10	0,1407		
100	0,1331		

- Fazer gráficos  $h-\theta$ ,  $h-K$  e  $K-\theta$  com o resultado, em escala adequada (verifique quando é desejável usar escala log)
- Comparar os ajustes com  $l = 0,5$  e com  $l$  ajustado usando um índice estatístico (Resposta:  $R^2 = 0.942$  e  $0.994$ , respectivamente)
- Utilizando os parâmetros obtidos com  $l = 0,5$  e com  $l$  ajustado, calcular o valor de  $K$  para  $h = 0,1$  m,  $h = 1$  m e  $h = 10$  m. Comentar as diferenças.

### 5.6.6 O Modelo de Groenevelt & Grant - Mualem

Uma equação para a condutividade hidráulica vinculada à equação de retenção de Groenevelt & Grant (Eq. [3.73]) foi apresentada no trabalho de Grant et al. (2010). Nele se deduz que a condutividade hidráulica relativa  $K_r$  é igual a

$$K_r = \theta_{rel} \left[ \frac{I(\theta_{rel})}{I(1)} \right]^2 \quad [5.69]$$

onde  $\theta_{rel}$  é definido como

$$\theta_{rel} = \frac{\theta}{\theta_s} \quad [5.70]$$

Observe que nos casos em que  $\theta = \theta_r$ ,  $\theta_{rel} = \Theta$ , mas nos casos em que  $\theta_r$  é diferente de zero

$$\theta_{rel} = \Theta + \frac{\theta_r (\theta_s - \theta)}{\theta_s (\theta_s - \theta_r)} \quad [5.71]$$

A função  $I(\theta_{rel})$  da Eq. [5.69] é igual a

$$I(\theta_{rel}) = \frac{\theta_s - \theta_r}{\theta_s k} \left[ \Gamma \left( \frac{1}{p} + 1, \left\{ -\ln \left[ \frac{\theta_s}{\theta_s - \theta_r} (1 - \Theta_L) \right] \right\} \right) - \Gamma \left( \frac{1}{p} + 1, \left\{ -\ln \left[ \frac{\theta_s}{\theta_s - \theta_r} (1 - \theta_{rel}) \right] \right\} \right) \right] \quad [5.72]$$

Essa expressão inclui a função gama incompleta  $\Gamma(a, x)$  definida como

$$\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx \quad [5.73]$$

e o parâmetro  $\Theta_L$  definido como a saturação efetiva  $\Theta$  num potencial matricial muito negativo, correspondente ao solo seco a estufa, para qual foi atribuído o potencial de  $-(10^{4,9})$  m.

O parâmetro  $I(1)$  da Eq. [5.69] é definido como  $I(\Theta)$  para  $\Theta = 1$ , ou seja

$$I(1) = \frac{\theta_s - \theta_r}{\theta_s k} \Gamma \left( \frac{1}{p} + 1, \left\{ -\ln \left[ \frac{\theta_s}{\theta_s - \theta_r} (1 - \Theta_L) \right] \right\} \right) \quad [5.74]$$

e assim, pela combinação das Eqs. [5.69], [5.72], [5.74], [3.73] e [5.50] podemos deduzir a seguinte equação para  $K(h)$  no sistema de equações de Groenevelt & Grant (2004):

$$K = K_s \theta_{rel}^l \left[ 1 - \frac{\Gamma \left( \frac{1}{p} + 1, \left( \frac{k}{|h|} \right)^{\frac{p\theta_s}{\theta_s - \theta_r}} \right)}{\Gamma \left( \frac{1}{p} + 1, \left( \frac{k}{|h_L|} \right)^{\frac{p\theta_s}{\theta_s - \theta_r}} \right)} \right]^2 \quad [5.75]$$

Embora as Eqs. [5.69] e [5.75] sejam de natureza mais complexa, sua inserção numa planilha eletrônica ou num algoritmo computacional é simples. A Figura 5.13 mostra curvas de condutividade hidráulica relativa em função da saturação efetiva  $\Theta$  e do potencial  $h$  segundo a equação de Groenevelt & Grant (Eqs. [5.69] e [3.73]) para alguns conjuntos de seus parâmetros  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $k$ ,  $p$  e  $l$ .

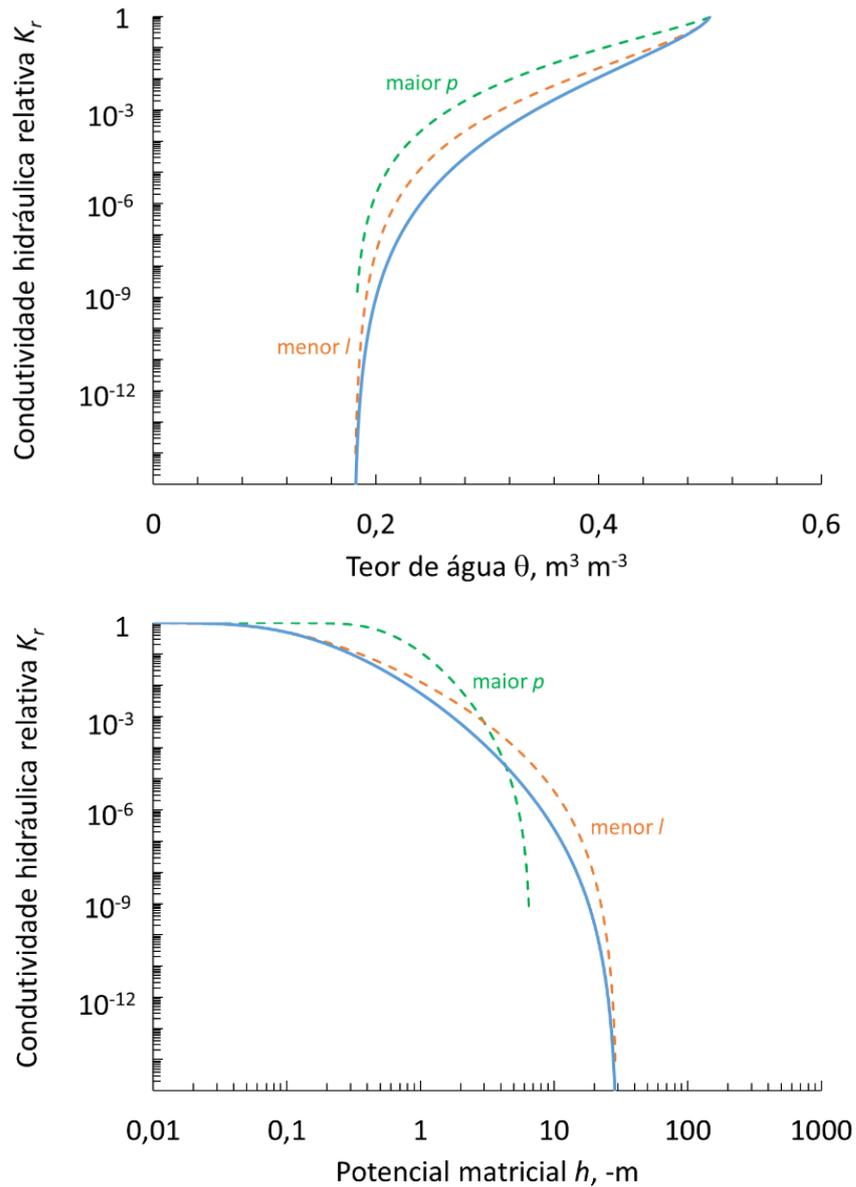


Figura 5.13 - Curva de condutividade hidráulica relativa  $K_r(\Theta)$  e  $K_r(h)$  segundo a equação de Groenevelt & Grant (Eqs. [5.69], [5.75] e [3.73]) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $k = 1,5 \text{ m}$ ,  $p = 0,5$  e  $l = 0,5$ . A curva “menor  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = -2$ ; a curva “maior  $p$ ” representa os mesmos parâmetros com  $p = 1,0$ .

## 5.7 A difusividade hidráulica

A difusão é o movimento de uma substância de um ponto de maior concentração para um ponto de menor concentração. A lei geral que descreve o processo de difusão

de matéria é a Lei de Fick que será tratada no capítulo sobre o movimento de gases, especificamente no Item 7.6.

O movimento da água, descrita pela Lei de Buckingham-Darcy em termos de um gradiente de potencial total, pode também ser expresso em função do gradiente de concentração, onde a concentração da água é igual ao teor de água  $\theta$ , em unidades de volume de água por volume de solo. Esse equacionamento somente é válido quando há ausência de influência gravitacional e quando o meio (solo) onde ocorre o movimento é isotrópico, isto é, suas propriedades hidráulicas não variam com a distância. Satisfeitas essas condições, a expressão para calcular a densidade de fluxo  $q$  em função do gradiente de  $\theta$  pode ser escrita como

$$q = -D_H \frac{d\theta}{dx} \quad [5.76]$$

onde  $D_H$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ) é a *difusividade hidráulica*. Comparando a Eq. [5.76] e a Lei de Buckingham-Darcy (Eq. [5.34]) verifica-se que

$$D_H \frac{d\theta}{dx} = K \frac{dH}{dx} \quad [5.77]$$

Como uma das condições para o uso de  $D_H$  é a ausência de um gradiente gravitacional, como ocorre por exemplo no caso da infiltração horizontal da água,  $dz/dx = 0$  e  $dH/dx$  se torna igual a  $dh/dx$ . Então

$$D_H \frac{d\theta}{dx} = K \frac{dh}{dx} \Leftrightarrow D_H = K \frac{dh}{d\theta} = \frac{K}{C} \quad [5.78]$$

onde  $C$  é a capacidade hídrica, derivada da curva de retenção (Eq. [3.37]). Essas relações podem também ser aplicadas a cenários em que há fluxos através de distâncias pequenas com gradientes matriciais muito grandes, por exemplo ao redor de uma raiz extratora de água (Item 6.3) ou na modelagem da evaporação, próximo à superfície do solo (Item 6.1.3).

Com base na Eq. [5.78], para o sistema de equações de Van Genuchten (1980) a difusividade hidráulica em função da saturação efetiva  $\Theta$  é descrita pela divisão das Eqs. [5.67] e [3.52]:

$$D(\Theta) = \frac{K(\Theta)}{C(\Theta)} = \frac{K_s \Theta'}{\alpha(\theta_s - \theta_r)(n-1)} \frac{\left[ 1 - \left( 1 - \Theta^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right]^2}{\left( \Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1 \right)^{1-\frac{1}{n}} \left[ 1 + \left( \alpha^{1-n} \left[ \Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1 \right] \right) \right]^{\frac{1}{n}-2}} \quad [5.79]$$

A Figura 5.14 mostra exemplos de curvas de difusividade hidráulica conforme a Eq. [5.79]). Observe que o fato de a capacidade hídrica  $C$  a partir da equação de Van Genuchten tender a zero quando o solo se saturar ( $h = 0$ ) representa um problema no cálculo de  $D_H$ , pois como  $D_H = K / C$  (Eq. [5.78]),  $D_H$  tende a infinito nas condições saturadas. Esse fato, que pode ser visualizado no gráfico de  $D_H(\Theta)$  na Figura 5.14, pode causar problemas em rotinas de cálculo numéricos envolvendo a difusividade hidráulica.

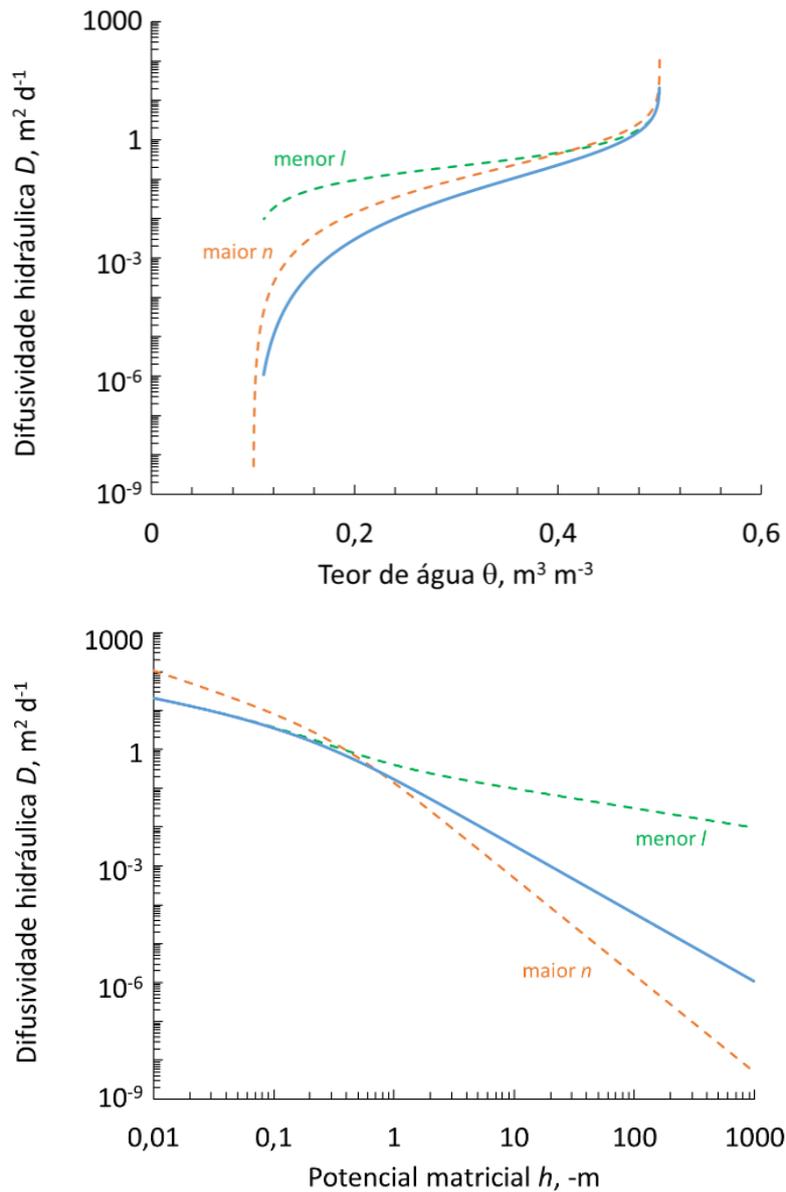


Figura 5.14 - Curva de difusividade hidráulica  $D_H$  em função do teor de água  $\theta$  e do potencial matricial  $h$ , segundo as equações de Van Genuchten - Mualem (Eq. [5.79]) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,5$  e  $l = 0,5$ . A curva “menor  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = -2$ ; a curva “maior  $n$ ” representa os mesmos parâmetros com  $n = 2$ .

### 5.8 O potencial de fluxo matricial

O potencial de fluxo matricial ( $M$ ,  $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) é uma propriedade hidráulica do solo que é muito útil em estudos de movimento da água no solo, especialmente quando esse movimento não envolve um componente gravitacional (fluxo horizontal) ou quando se trata de movimento através de uma distância pequena, como ocorre por exemplo no

caso da extração da água do solo pelas raízes de plantas.  $M$  é definido como a integral da condutividade hidráulica  $K(h)$  através do potencial matricial  $h$ , equivalente à integral da difusividade hidráulica  $D(\theta)$  pelo teor de água  $\theta$ :

$$M = \int_{h_{ref}}^h K(h) dh = \int_{\theta_{ref}}^{\theta} D(\theta) d\theta \quad [5.80]$$

onde  $h_{ref}$  e  $\theta_{ref}$  representam o potencial e teor de água de referência, respectivamente, escolhidos arbitrariamente. A Figura 5.15 ilustra a Eq. [5.80]. Observe que  $M$  será positivo para  $\theta > \theta_{ref}$  ou  $h > h_{ref}$ , o que corresponde a  $|h| < |h_{ref}|$ , como na figura.  $M$  será negativo quando  $\theta < \theta_{ref}$  ou  $h < h_{ref}$  e obviamente  $M$  será igual a zero quando  $\theta = \theta_{ref}$  ou  $h = h_{ref}$ , como pode ser visto na Figura 5.16.

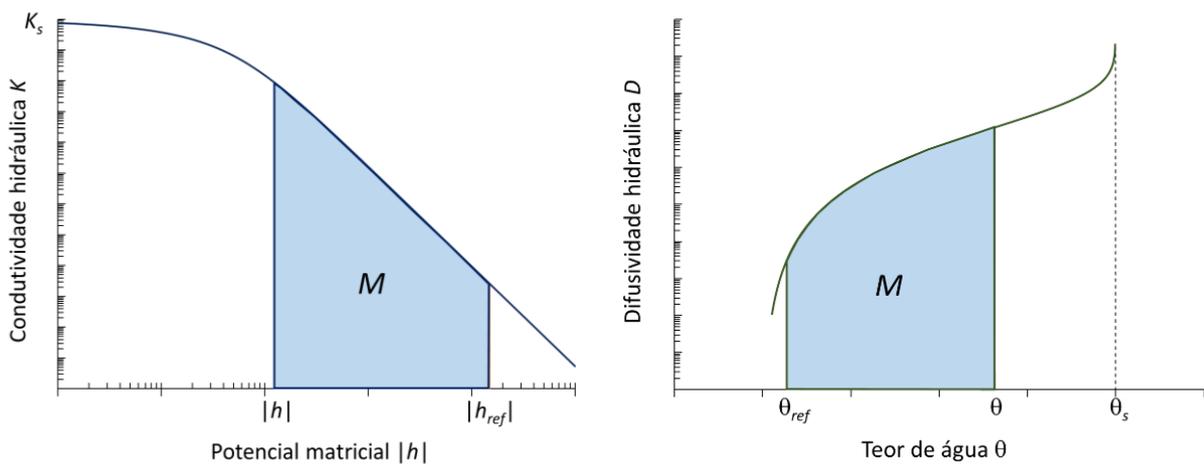


Figura 5.15 - Potencial de Fluxo Matricial  $M$  representada conforme a Eq. [5.80], como integral da condutividade hidráulica  $K(h)$  ou da difusividade hidráulica  $D(\theta)$  entre um potencial ( $h_{ref}$ ) ou teor de água ( $\theta_{ref}$ ) de referência e o valor de  $h$  ou  $\theta$  de interesse.

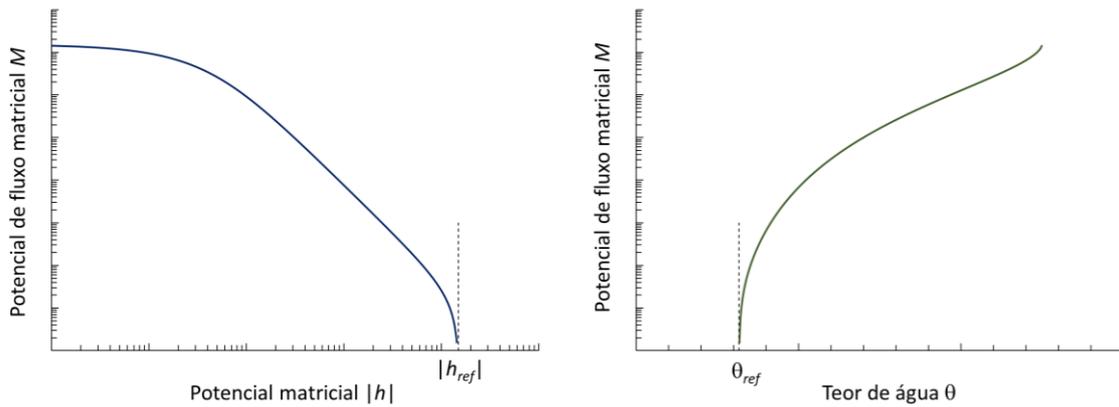


Figura 5.16 - Gráfico exemplar do Potencial de Fluxo Matricial  $M$  em função de potencial matricial ( $h$ ) ou teor de água ( $\theta$ ).

É importante verificar que, de posse da relação  $K(h)$ , o potencial de fluxo matricial  $M$  pode sempre ser obtido por integração analítica ou numérica. Da mesma forma que, para determinado solo, um valor de  $\theta$  se relaciona com um  $h$  e um  $K$  com um  $\theta$  ou  $h$ , cada valor de  $\theta$  ou  $h$  corresponde também a um valor do potencial de fluxo matricial  $M$ .

A utilidade do  $M$  está na sua ligação íntima com a densidade de fluxo da água no solo, descrita pela equação de Buckingham-Darcy (Eq. [5.34]). Para o fluxo horizontal, também denominado *fluxo matricial* (pois esse fluxo se origina somente nas forças matriciais, sem influência da gravitação, tem-se (Eq. [5.36])

$$q = -K \left[ \frac{dh}{dx} \right] \tag{5.81}$$

Da Eq. [5.80], derivando ambos os lados em relação a  $h$ , obtém-se

$$\frac{dM}{dh} = \frac{d \int_{h_{ref}}^h K dh}{dh} = \frac{K dh}{dh} = K \tag{5.82}$$

de onde segue que

$$dM = K dh \tag{5.83}$$

Inserindo a Eq. [5.83] na Eq. [5.81] obtém-se

$$q = -\frac{dM}{dx} \tag{5.84}$$

ou seja, a densidade de fluxo da água é igual ao gradiente do potencial de fluxo matricial. Essa transformação da equação de Buckingham-Darcy inserindo o potencial de fluxo matricial é frequentemente aplicada na física do solo, por exemplo em Raats (1977), Warrick e Amoozgar-Fard (1977), Pullan (1990), Elrick e Reynolds (1992) e De Jong Van Lier et al. (2006, 2009, 2013). Ela é análoga à transformada de Kirchhoff em estudos de fluxo de energia térmica. Como na dedução se utilizou a Eq. [5.36], válida para fluxo horizontal, a Eq. [5.84] também só pode ser utilizada em problemas onde o componente gravitacional é desprezível. Isso é o caso quando ocorrem gradientes matriciais muito grandes, como na proximidade de uma raiz extraindo água do solo. Por essa razão,  $M$  tem um papel importante na modelagem da extração radicular, como será detalhado no Item 6.3.

#### $M$ na Equação de Van Genuchten

Para o sistema de equações de Van Genuchten (1980), uma expressão simples para o potencial de fluxo matricial não está disponível pois não existe uma forma de integrar, analiticamente, a relação  $K(h)$  correspondente (Eq. [5.68]). No entanto, De Jong Van Lier et al. (2009) apresentaram uma série convergente como solução para  $M$  no caso das equações de Van Genuchten (1980). Considerando somente os primeiros quatro termos da série, que resultou em desvios maiores somente muito próximo à saturação, a solução encontrada foi

$$M(\Theta) = \frac{m(1-m)K_s}{2\alpha[\phi+1]} \left[ \Lambda(\Theta) - \Lambda(\Theta_{ref}) \right] \quad [5.85]$$

onde  $\Theta_{ref}$  é a saturação efetiva correspondente ao potencial matricial  $h_{ref}$  (ou seja, o valor arbitrário de  $\Theta$  onde  $M$  será igual a zero). Nessa equação,

$$\phi = m(l+1) \quad [5.86]$$

e

$$\Lambda(\Theta) = \Theta^{\frac{1+\phi}{m}} \left\{ \begin{array}{l} (1+m) \left[ \begin{array}{l} 1 + \frac{\Theta^{\frac{1}{m}} (1+\phi)(2+m)}{3(2+\phi)} \\ 1 + \frac{\Theta^{\frac{1}{m}} (2+\phi)(3+m)}{4(3+\phi)} \end{array} \right] \\ (1-m) \left[ \begin{array}{l} 1 + \frac{\Theta^{\frac{1}{m}} (1+\phi)(2-m)}{3(2+\phi)} \\ 1 + \frac{\Theta^{\frac{1}{m}} (2+\phi)(3-m)}{4(3+\phi)} \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad [5.87]$$

A Eq. [5.87] pode ser reescrita como

$$\Lambda(\Theta) = 2m\Theta^{\alpha_1} + [(1+m)B_1 - (1-m)B_3]\Theta^{\alpha_2} + [(1+m)B_1B_2 - (1-m)B_3B_4]\Theta^{\alpha_3} \quad [5.88]$$

onde

$$\begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{1}{m} + l + 1 \\ \alpha_2 = \frac{2}{m} + l + 1 \\ \alpha_3 = \frac{3}{m} + l + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} B_1 = \frac{(1+\phi)(2+m)}{3(2+\phi)} \\ B_2 = \frac{(2+\phi)(3+m)}{4(3+\phi)} \\ B_3 = \frac{(1+\phi)(2-m)}{3(2+\phi)} \\ B_4 = \frac{(2+\phi)(3-m)}{4(3+\phi)} \end{array} \quad [5.89]$$

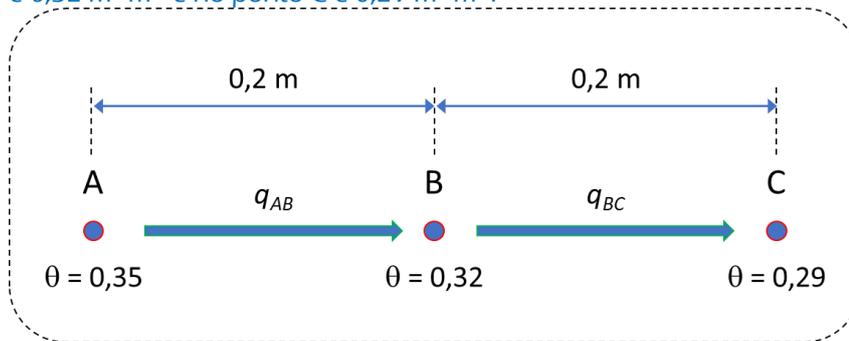
A Eq. [5.85] com substituição de  $\Lambda$  pelas Eqs. [5.87] ou [5.88] pode ser usada numa planilha ou algoritmo computacional para calcular o valor do potencial de fluxo matricial  $M$  de acordo com os parâmetros das equações de Van Genuchten (1980) de retenção e condutividade hidráulica.

**EXERCÍCIO 5.19**

Observe os seguintes dados hidráulicos de um solo (Van Genuchten–Mualem):

$$\begin{aligned} \theta_r &= 0,01 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & K_s &= 9,65 \text{ cm/d} \\ \theta_s &= 0,43 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & l &= 1,20 \\ \alpha &= 2,27 \text{ m}^{-1} & n &= 1,548 \end{aligned}$$

Nesse solo, considere três pontos (A, B e C) na mesma profundidade e em linha reta, sendo a distância entre eles 0,2 m. O teor de água no ponto A é  $0,35 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , no ponto B é  $0,32 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e no ponto C é  $0,29 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .



- Calcular o valor de  $h$ ,  $C$ ,  $K$ ,  $D$  e  $M$  nos pontos A, B e C  
(Algumas respostas:  $h_A=0,3865 \text{ m}$ ;  $C_B=0,181 \text{ m}^{-1}$ ,  $K_C=9,53 \cdot 10^{-4} \text{ m d}^{-1}$ ,  $D_A=2,113 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ d}^{-1}$ ,  $M_B=6,031 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ d}^{-1}$ )
- Calcular a densidade de fluxo entre os pontos A-B e B-C
  - utilizando  $K$  e o gradiente de potencial, Eq. [5.36]  $\{0,00233 \text{ e } 0,00131 \text{ m d}^{-1}\}$
  - utilizando  $D$  e o gradiente de teor de água, Eq. [5.76]  $\{0,00236 \text{ e } 0,00132 \text{ m d}^{-1}\}$
  - utilizando o gradiente de  $M$ , Eq. [5.84]  $\{0,00243 \text{ e } 0,00137 \text{ m d}^{-1}\}$
- Por que as três respostas no item b. foram ligeiramente diferentes? Qual considera a resposta mais correta? Por quê?
- Calcular o teor de água no ponto B depois de 1 dia (utilizando a equação da continuidade).  $\{0,325 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}\}$ .

**M na Equação de Brooks & Corey**

No contexto da equação de Brooks & Corey (1964), uma expressão para  $M$  pode ser facilmente deduzida. Tem-se como ponto de partida a Eq. [5.56], substituindo nela

$$K_r = K / K_s:$$

$$K(h) = K_s \left( \frac{h_b}{h} \right)^{\lambda(l+2)+2} \quad [5.90]$$

Inserindo a Eq. [5.79] na definição de  $M$ , a Eq. [5.80], obtém-se

$$M = K_s \int_{h_{ref}}^h \left( \frac{h_b}{h} \right)^{\lambda(l+2)+2} dh \quad [5.91]$$

que tem como solução para  $M(h)$

$$M = -\frac{K_s h_b}{\lambda(l+2)+1} \left[ \left( \frac{h_b}{h} \right)^{\lambda(l+2)+1} - \left( \frac{h_b}{h_{ref}} \right)^{\lambda(l+2)+1} \right] \quad [5.92]$$

ou, substituindo a Eq. [3.67], para  $M(\Theta)$

$$M = -\frac{K_s h_b}{\lambda(l+2)+1} \left[ \Theta^{(l+2)+\frac{1}{\lambda}} - \left( \frac{h_b}{h_{ref}} \right)^{\lambda(l+2)+1} \right] \quad [5.93]$$

A Figura 5.17 apresenta curvas de potencial de fluxo matricial  $M$  em função de potencial matricial ( $h$ ) e teor de água ( $\theta$ ) calculadas pela Eq. [5.92] com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $h_b = -0,05 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,4$  e  $l = 0,5$ . A curva “maior  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = 4$ ; a curva “maior  $\lambda$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\lambda = 0,6$ .

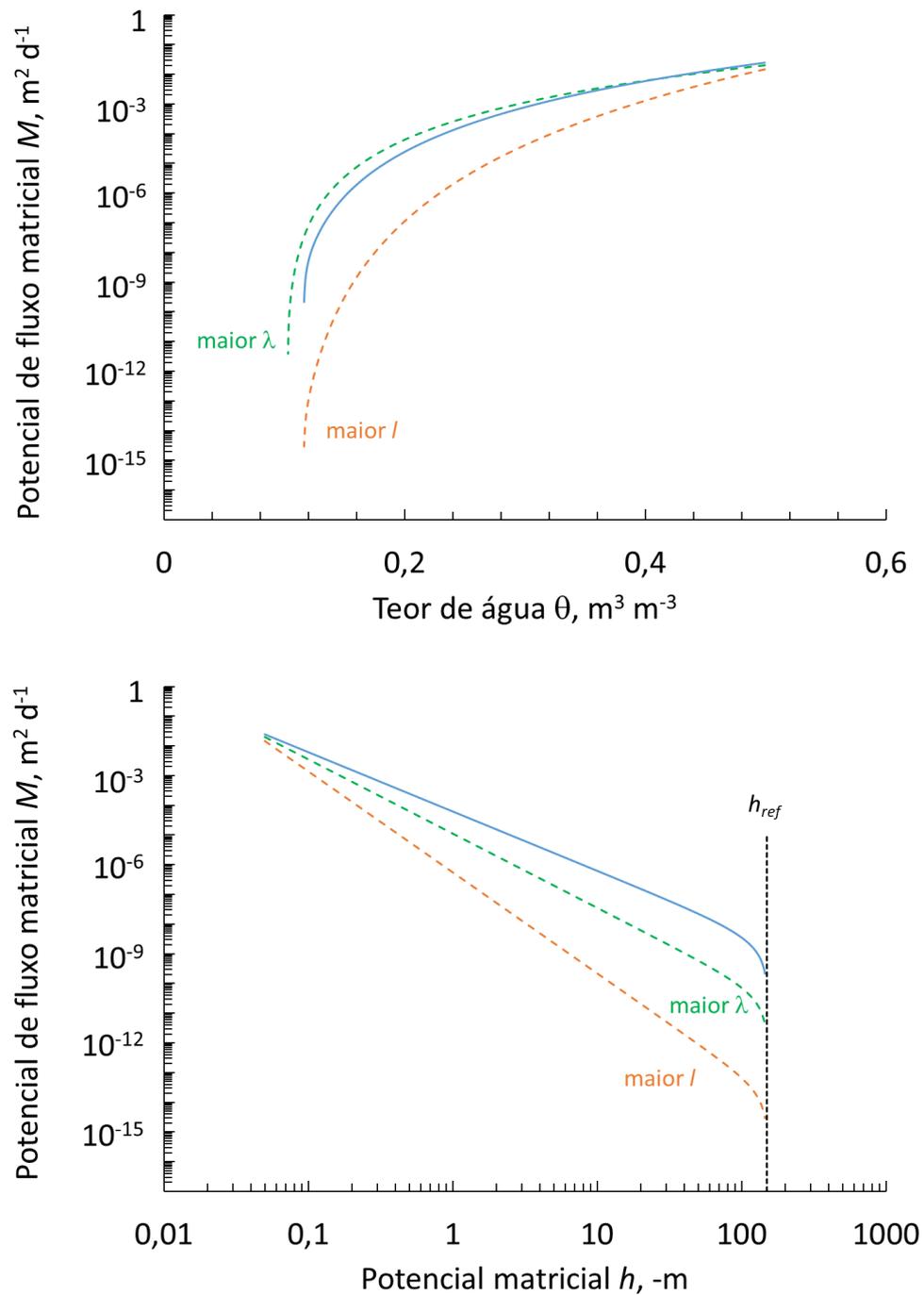


Figura 5.17 - Potencial de Fluxo Matricial  $M$  em função de potencial matricial ( $h$ ) e teor de água ( $\theta$ ) com  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $|h_b| = 0,05 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,4$  e  $l = 0,5$ . A curva “maior  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = 4$ ; a curva “maior  $\lambda$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\lambda = 0,6$ .

### M na Equação de Groenevelt & Grant

A dedução de uma equação analítica para o potencial de fluxo matricial no sistema de equações de Groenevelt & Grant (2004) não parece possível, pois implicaria em integrar uma das Eqs. [5.69] ou [5.75] que contém um quociente de funções gama – sem solução analítica para sua integração.

## 5.9 Restrições paramétricas

Algumas combinações dos parâmetros  $n$  e  $l$  resultam em curvas de condutividade hidráulica com derivadas negativas ( $dK/d\Theta < 0$ ) em alguma faixa de  $\Theta$ , portanto fisicamente inconsistentes, uma vez que se espera que a condutividade hidráulica aumenta conforme o teor de água aumenta.

### 5.9.1 Equação de Brooks & Corey

No caso da equação de Brooks & Corey (1964), uma consequência da Eq. [5.58] é a seguinte restrição paramétrica para garantir uma derivada positiva para a condutividade hidráulica na faixa inteira de  $\Theta$ :

$$l + \frac{2}{\lambda} + 2 > 0 \Leftrightarrow l > -2 - \frac{2}{\lambda} \quad [5.94]$$

Podemos demonstrar que para satisfazer a condição de uma derivada positiva para a difusividade ( $dD_H/d\Theta > 0$ ) a condição a ser satisfeita é

$$l > -1 - \frac{1}{\lambda} \quad l = -2 - \frac{2}{\lambda} \quad [5.95]$$

A Figura 5.19 ilustra o significado das Eqs. [5.94] e [5.95] em termos de combinações dos parâmetros  $\lambda$  e  $l$  permitidas e não-permitidas. Observe que a Eq. [5.95] é a mais restritiva e que valores de  $l$  maiores que -1 levam a um comportamento coerente para qualquer valor do parâmetro  $\lambda$ . Considerando que o parâmetro  $l$  não é menor que -6 em praticamente nenhum solo, para valores de  $n$  abaixo de 1,2 não se esperam restrições. Para valores de  $n$  acima de 1,2, algumas combinações, com  $l$  muito negativo, não são permitidas.

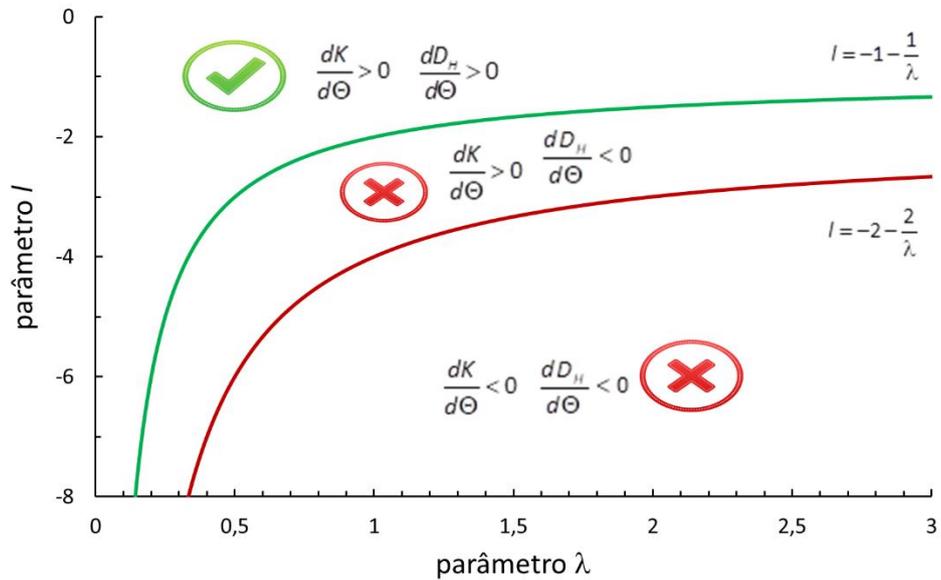


Figura 5.18 - Combinações dos parâmetros  $\lambda$  e  $l$  da curva de condutividade hidráulica segundo as equações de Brooks & Corey - Mualem (Eqs. [5.55] e [5.56]), indicando as combinações permitidas, com  $dK/d\Theta > 0$  e  $dD_H/d\Theta > 0$  na faixa inteira de  $\Theta$  e aquelas que levam a predições fisicamente incoerentes (com  $dK/d\Theta < 0$  e/ou  $dD_H/d\Theta < 0$  em alguma faixa de  $\Theta$ ), delimitadas pelas linhas descritas pelas Eqs. [5.94] e [5.95].

### 5.9.2 Equação de Van Genuchten

Para garantir uma derivada positiva para a condutividade hidráulica na faixa inteira de  $\Theta$ , a seguinte restrição paramétrica deve ser observada (Durner et al., 1999; De Jong Van Lier et al., 2009):

$$l > \frac{-2n}{n-1} \tag{5.96}$$

Da mesma forma, para garantir o aumento da difusividade hidráulica  $D_H$  com o teor de água para toda a faixa de teores, os mesmos autores mostraram que a condição a ser satisfeita é

$$l > \frac{-n}{n-1} \tag{5.97}$$

A Figura 5.19 ilustra a implicação das Eqs. [5.96] e [5.97] em termos de combinações dos parâmetros  $n$  e  $l$  permitidas e não-permitidas. Observe que a Eq. [5.97] é a mais restritiva e que valores de  $l$  maiores que -1 levam a um comportamento

coerente para qualquer valor do parâmetro  $n$ . Considerando que o parâmetro  $l$  não é menor que -6 em praticamente nenhum solo, para valores de  $n$  abaixo de 1,2 não se esperam restrições. Para valores de  $n$  acima de 1,2, algumas combinações, com  $l$  muito negativo, não são permitidas.

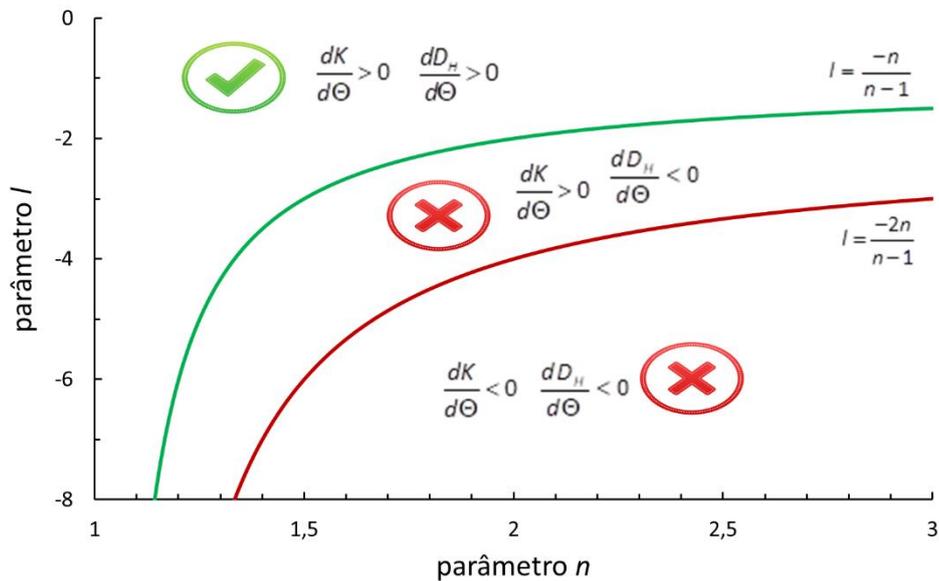


Figura 5.19 - Combinações dos parâmetros  $n$  e  $l$  da curva de condutividade hidráulica segundo as equações de Van Genuchten - Mualem (Eqs. [5.67] e [5.68]), indicando as combinações permitidas, com  $dK/d\Theta > 0$  e  $dD_H/d\Theta > 0$  na faixa inteira de  $\Theta$  e aquelas que levam a previsões fisicamente incoerentes (com  $dK/d\Theta < 0$  e/ou  $dD_H/d\Theta < 0$  em alguma faixa de  $\Theta$ ), delimitadas pelas linhas descritas pelas Eqs. [5.96] e [5.97].

## 5.10 A Equação de Richards

### 5.10.1 Introdução

Combinando a equação de Buckingham-Darcy (Eq. [5.34]) com a equação de continuidade conforme deduzida no Item 4.2, obtém-se a *Equação de Richards*, a mais importante equação na modelagem do movimento da água no solo. Para o caso de fluxo

paralelo (Eq. [4.8]), substituindo a densidade de fluxo  $q$  pela Eq. [5.34] obtém-se a Equação de Richards conforme

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dH}{dx} \right] \quad [5.98]$$

Em muitos estudos na física do solo, o fluxo ocorre na direção vertical, indicada pela coordenada  $z$  e é comum escrever a Equação de Richards para fluxo vertical como

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dH}{dz} \right] = \frac{d}{dz} \left[ K \left( \frac{dh}{dz} + 1 \right) \right] \quad [5.99]$$

Para problemas de fluxo horizontal, às vezes é interessante escrever a Equação de Richards em termos da difusividade hidráulica conforme

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dH}{dx} \right] \text{ fluxo horizontal} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dh}{dx} \right] = \frac{d}{dx} \left[ D_H \frac{d\theta}{dx} \right] \quad [5.100]$$

Observe que as equações acima são muito poderosas, pois elas relacionam o teor de água  $\theta$  e potenciais da água  $H$  com espaço e tempo. Contudo, são equações diferenciais e para aplicá-las precisamos conhecer as relações entre teor da água, potencial matricial e condutividade hidráulica  $\theta$ - $h$ - $K$ , além de definir as condições de contorno na superfície (evaporação e chuva ao longo do tempo) e na face inferior do perfil do solo (drenagem ou ascensão capilar).

A equação de Richards (Eq. [5.99]) considera, implicitamente, a conservação de massa, ou seja, não existem no solo sumidouros ou fontes de água. Para ampliar a abrangência da Eq. [5.99] a condições em que há, por exemplo, a presença de raízes extratoras de água, é comum a inclusão de um termo sumidouro  $S_r$  ( $s^{-1}$ ) de forma que a equação se torna

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dH}{dz} \right] - S_r \quad [5.101]$$

Uma outra transformação que pode ser aplicada à Equação de Richards é a inclusão da capacidade hídrica  $C$  (Item 3.7). Da definição da capacidade hídrica (Eq. [3.37]) segue que

$$C(h)dh = d\theta \quad [5.102]$$

e inserindo a Eq. [5.102] na Eq. [5.101] obtém-se uma versão da equação de Richards contendo somente o potencial  $h$ , sem o teor de água  $\theta$ , conforme

$$C(h) \frac{dh}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dH}{dz} \right] - S_r \quad [5.103]$$

#### EXERCÍCIO 5.20

Interpretar o significado da unidade de  $S_r$  na Eq. [5.101], o inverso do tempo,  $s^{-1}$  no SI. Quando, por exemplo,  $S_r$  for igual a  $0,02 \text{ d}^{-1}$ , o que isso significa?

### 5.10.2 Discretização da equação de Richards

A equação de Richards, por natureza, é uma equação diferencial. Soluções analíticas da equação somente existem para algumas condições de contorno muito específicas, por exemplo para o caso da infiltração sob taxa de chuva constante (Broadbridge & White, 1988) ou sob taxa de chuva ou infiltração variável (Warrick et al., 1991), para casos particulares de drenagem (Warrick et al., 1990) ou para o caso de infiltração ou ascensão capilar com uma tensão constante na superfície (Barry et al., 1993). Além das restrições das condições de contorno, essas soluções ainda exigem solos homogêneos e relações hídricas específicas - função condutividade hidráulica, retenção e teor de água.

Hoje em dia, com recursos computacionais amplamente disponíveis, as soluções numéricas da equação de Richards são acessíveis e práticas, permitindo simulações numa gama de cenários praticamente irrestrita. Essas soluções se apresentam na forma de algoritmos ou programas de computador e alguns dos modelos conhecidos e mais usados são o Hydrus (Šimůnek et al., 2016), mais completo na questão do transporte de solutos e o SWAP (Kroes et al., 2017), mais voltado para a hidrologia ligada à simulação na presença de culturas agrícolas ou outras.

Esses modelos se utilizam de uma discretização da equação diferencial de Richards. A discretização significa a substituição dos diferenciais por diferenças finitas, discretas. Desenvolvemos a seguir um exemplo de discretização *explícita*. Nesse tipo de discretização, fluxos de água e balanços hídricos de subvolumes de um sistema em estudo são calculados. O método explícito é a base para a discretização *implícita*, computacionalmente muito mais eficiente e usada nos modelos mencionados

anteriormente. Alguns exemplos podem ser encontrados em publicações que tratam especificamente do assunto, por exemplo Haverkamp et al. (1977), Celia et al. (1990) e Van Dam & Feddes (2000).

Para exemplificar a discretização explícita reescrevemos inicialmente a Eq. [5.101], aplicando-a para o fluxo vertical e desconsiderando o termo sumidouro  $S_r$ , para simplificar e porque ele não representa uma variável diferencial. Assim obtemos

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{dq}{dz} = -\frac{d\left[K\left(\frac{dh}{dz} + 1\right)\right]}{dz} \quad [5.104]$$

Consideremos agora uma observação no tempo (em  $t_j$ ) do teor de água em três profundidades ( $\theta_{i-1}^j$  em  $z_{i-1}$ ,  $\theta^j$  em  $z_i$  e  $\theta_{i+1}^j$  em  $z_{i+1}$ ), conforme esquematizada na Figura 5.20. A densidade de fluxo  $q_{i,i+1}^j$  é dada pela equação de Buckingham-Darcy (Eq. [5.34]), que pode ser escrita para o fluxo vertical e discretizada conforme

$$q_{i,i+1}^j = -K \frac{dH}{dz} = -K \left( \frac{dh}{dz} + 1 \right) = -K_{i,i+1}^j \left( \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{z_{i+1} - z_i} + 1 \right) \quad [5.105]$$

onde  $z_i$  (m) indica a  $i$ -ésima profundidade de observação. Observe que todos os termos da equação discretizada (Eq. [5.105]) são conhecidos. Somente o termo  $K_{i,i+1}^j$ , representando a média das condutividades hidráulicas entre as profundidades  $i$  e  $i+1$  no tempo  $j$  terá que ser computado. Nesse contexto é importante observar que é comum, no caso de grandezas com uma distribuição log-normal, caso da condutividade hidráulica, calcular a média geométrica ao invés da média aritmética (comum). A média geométrica é, nesse caso, dada por

$$K_{i,i+1}^j = \sqrt{K_i^j K_{i+1}^j} = \sqrt{K(h_i^j) K(h_{i+1}^j)} \quad [5.106]$$

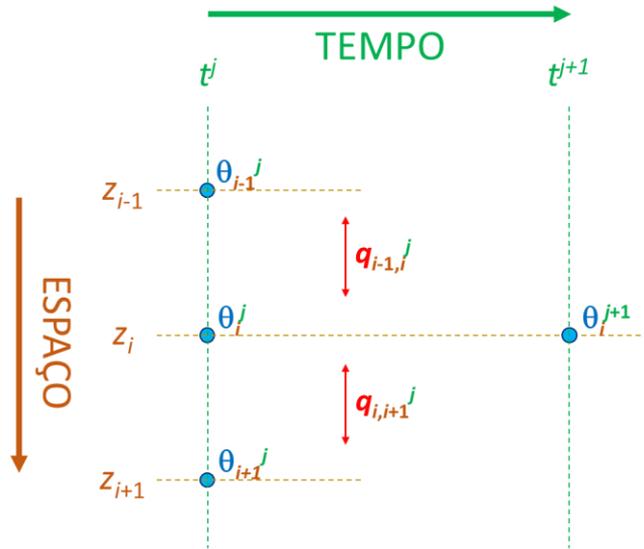


Figura 5.20 - Representação esquemática das observações do teor de água  $\theta$  no tempo  $t$  em três profundidades  $z$ , para a discretização da equação de Richards e cômputo explícito de um teor de água no próximo passo de tempo. As três observações permitem o cálculo das densidades de fluxo  $q$  entre as camadas e a previsão do teor de água na profundidade intermediária.

Substituindo a Eq. [5.105] na Eq. [5.104] obtém-se

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d \left[ \sqrt{K(h_i^j)K(h_{i+1}^j)} \left( \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{z_{i+1} - z_i} + 1 \right) \right]}{dz} \quad [5.107]$$

e a discretização do membro da esquerda em relação a  $dt$  e do membro direito mais uma vez em relação a  $dz$  resulta em

$$\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{t^{j+1} - t^j} = \frac{\sqrt{K(h_{i-1}^j)K(h_i^j)} \left( \frac{h_i^j - h_{i-1}^j}{z_i - z_{i-1}} + 1 \right) - \sqrt{K(h_i^j)K(h_{i+1}^j)} \left( \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{z_{i+1} - z_i} + 1 \right)}{(z_{i+1} - z_{i-1})/2} \quad [5.108]$$

onde  $t^j$  (m) indica o  $j$ -ésimo tempo de observação. A Eq. [5.108] pode ser reescrita explicitando-se  $\theta_i^{t+1}$  conforme

$$\theta_i^{j+1} = \theta_i^j + \frac{\overbrace{\sqrt{K(h_{i-1}^j)K(h_i^j)} \left( \frac{h_i^j - h_{i-1}^j}{z_i - z_{i-1}} + 1 \right)}^{q_{i-1,i}^j} - \overbrace{\sqrt{K(h_i^j)K(h_{i+1}^j)} \left( \frac{h_{i+1}^j - h_i^j}{z_{i+1} - z_i} + 1 \right)}^{q_{i,i+1}^j}}{(z_{i+1} - z_{i-1})/2} (t^{j+1} - t^j) \quad [5.109]$$

A Eq. [5.109] é uma versão discretizada da equação de Richards e nela foram marcadas as partes do numerador que se referem aos fluxos  $q$  entre as camadas. Observe que a equação não contém nenhuma variável diferencial. Por outro lado, ela contém as variáveis discretizadas  $\theta$ ,  $h$ ,  $K$  e  $t$ . A partir dessa equação podemos calcular o teor de água na profundidade intermediária no tempo  $j+1$  a partir da observação do teor de água em três profundidades no tempo  $j$ . Essa forma de usar a equação de Richards discretizada é chamada de cálculo explícito.

A forma de discretizar e a forma de calcular as médias podem variar. Como qualquer discretização de funções não-lineares leva a imprecisões, a escolha dos passos de tempo e de espaço é nesse caso especialmente importante. O exercício abaixo (Exercício 5.21) aplica a Eq. [5.109] e demonstra a importância de um passo de tempo adequado.

#### EXERCÍCIO 5.21

Considere um solo com os seguintes parâmetros da equação de Van Genuchten:

$$\begin{array}{lll} \theta_r = 0,01 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & n = 1,548 & K_s = 0,20 \text{ m d}^{-1} \\ \theta_s = 0,43 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & \alpha = 2,27 \text{ m}^{-1} & l = -1,0 \end{array}$$

Nesse solo foram feitas as seguintes observações do teor de água em três profundidades:

$$\begin{array}{ll} z = 0,1 \text{ m} & \theta = 0,22 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \\ z = 0,2 \text{ m} & \theta = 0,32 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \\ z = 0,3 \text{ m} & \theta = 0,36 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} \end{array}$$

- O fluxo da água nessas condições será ascendente ou descendente?
- Utilizando a Eq. [5.109], elabore uma planilha para calcular o teor de água em  $z = 0,2 \text{ m}$  uma hora depois da observação acima. *[Resposta:  $0,3229 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ]*
- Da mesma forma, calcule o teor de água um dia depois da observação *[Resposta:  $0,3888 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ]*. Compare esse valor com os teores de água observadas nas camadas de cima e de baixo. O valor encontrado parece realista? O que conclui sobre o passo de tempo adequado nesse caso?

**DICA:** calcule os valores de  $h$  e  $K$  nas três profundidades, depois os valores da densidade de fluxo  $q$  entre as camadas.

O Exercício 5.21 demonstra que a escolha de um passo de tempo excessivamente grande pode levar a resultados inconsistentes. Por outro lado, a opção por um passo de tempo muito pequeno também traz desvantagens. Em primeiro lugar, um passo de tempo pequeno aumenta o tempo computacional, deixando um modelo ou algoritmo mais lento. Em segundo lugar, um passo de tempo muito pequeno pode causar problemas com a resolução numérica (precisão) do sistema computacional. Assim, geralmente é interessante usar o maior possível passo de tempo que ainda permita uma

execução correta. Nesse contexto, é interessante mencionar o critério de estabilidade numérica de Von Neumann, definido como

$$\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \geq 2D \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2D} \quad [5.110]$$

onde  $\Delta x$  (m) e  $\Delta t$  (s) são os passos de espaço e de tempo, respectivamente e  $D$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ) é a difusividade, podendo ser aplicado tanto ao fluxo de água (difusividade hidráulica,  $D_H$ ) ou aos fluxos de energia térmica (calor) ou gases mediante o uso das respectivas difusividades térmicas (Capítulo 8) ou gasosas (Capítulo 7). Dada uma discretização no espaço ( $\Delta x$ ), o critério de Von Neumann estabelece os valores permitidos do passo de tempo  $\Delta t$  em função da difusividade do meio para garantir a estabilidade numérica. Observe que uma discretização mais grosseira no espaço resulta numa possível escolha de um passo de tempo maior também, enquanto o passo de tempo deve ser menor para um meio com maior difusividade. Problema adicional na simulação do movimento de água no solo é o fato de o teor de água (e, portanto, a difusividade hidráulica) variar ao longo de um perfil de solo ou do percurso da água, tornando a aplicação da Eq. [5.110] menos trivial.

A Eq. [5.109] permite prever o teor de água numa profundidade para um tempo futuro relativamente próximo a partir da observação do teor de água na respectiva profundidade e duas outras, próximas. Modelos hidrológicos baseados na equação de Richards, como os modelos HYDRUS e SWAP mencionados, fazem simulações dos potenciais e teores de água ao longo do tempo para um perfil de solo inteiro, discretizado até uma profundidade de interesse, normalmente até 1, 2 ou mais metros. Nesse caso, não teremos somente uma, duas ou três profundidades, mas um número muito maior, digamos  $n$  camadas.

A Figura 5.21 visualiza o esquema de teores de água e densidades de fluxo utilizado para o cômputo implícito dos teores de água num próximo passo de tempo. Os teores de água conhecidos no tempo  $t_j$ , junto com a condição de contorno superior  $q_{sup}$  (taxa de infiltração ou de evaporação) e inferior  $q_{inf}$  (taxa de drenagem ou ascensão) permitem o cálculo das densidades de fluxo entre as camadas de solo e a predição do teor de água para as  $n$  camadas num próximo passo de tempo  $t_{j+1}$ . Para isso resolvem-se, a cada passo de tempo,  $n$  equações análogas à Eq. [5.109] para encontrar os  $n$  valores



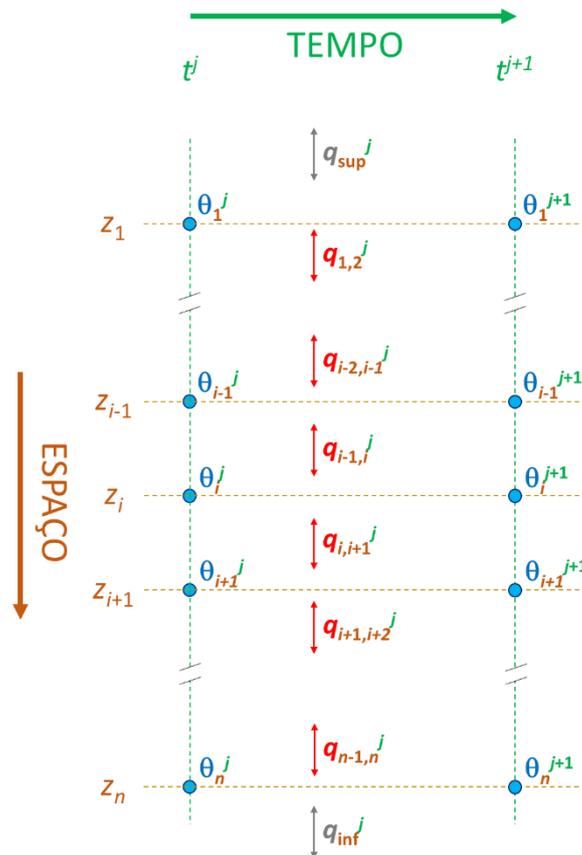


Figura 5.21 - Representação esquemática das observações do teor de água  $\theta$  no tempo  $t$  em  $n$  profundidades, para o cálculo implícito dos teores de água no próximo passo de tempo. As  $n$  observações, junto com o fluxo superior  $q_{sup}$  (infiltração ou evaporação) e inferior  $q_{inf}$  (drenagem ou ascensão) permitem o cálculo das densidades de fluxo  $q$  entre as camadas de solo e a previsão do teor de água para as  $n$  camadas.

## 5.11 Métodos de medição da condutividade hidráulica não-saturada

### 5.11.1 Modelagem inversa com a Equação de Richards

Exceto métodos que visam a medição da condutividade hidráulica do solo não-saturado em condições muito próximas à saturação usando infiltrômetros de campo específicos, os demais métodos se baseiam na medição dos parâmetros de Equação de Richards em condições transientes, isto é, condições em que os teores e potenciais de água mudam ao longo de tempo. De posse desses dados experimentais, a relação  $K(h)$  e/ou  $K(\theta)$  é então deduzida por uma técnica denominada modelagem

inversa. Da mesma maneira pode-se também determinar a propriedade de retenção  $\theta(h)$  do solo, isoladamente ou simultaneamente com a condutividade hidráulica.

A modelagem inversa consiste na utilização de um modelo (algoritmo numérico) para, inversamente, resolver um problema. No caso das propriedades hidráulicas do solo, emprega-se normalmente um modelo numérico que se utiliza de uma discretização da equação de Richards (Item 5.10.2) para simular o processo de redistribuição da água no solo, dadas condições de contorno específicas. O uso “normal” de um modelo assim consiste em informar, ao modelo e na forma de parâmetros de entrada, sobre as condições iniciais e de contorno, bem como as estimativas iniciais das propriedades hidráulicas do solo. A partir dessas informações, o modelo fará a simulação dos teores de água e potenciais matriciais ao longo da profundidade e do tempo (Figura 5.22). O uso “inverso”, como já diz a denominação, consiste no contrário: fornecemos ao modelo dados observados de teor de água e/ou potencial matricial ao longo do tempo e profundidade. Esse conjunto de informações é também chamado de função objetiva. Procuramos agora, por meio do modelo, um conjunto de parâmetros hidráulicos (por exemplo, parâmetros da equação de Van Genuchten) que faz com que a predição do modelo, considerando as condições de contorno, fique o mais próximo da função objetiva (os dados observados). Encontrado um conjunto de parâmetros que permite uma aproximação suficiente da função objetiva, podemos considerar que os parâmetros achados descrevem bem as propriedades hidráulicas do solo em questão.

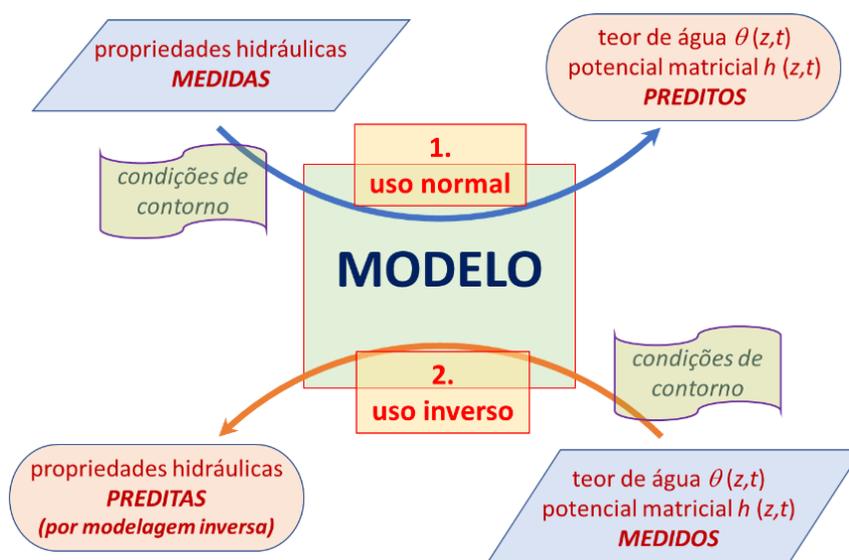


Figura 5.22 - Diagrama mostrando o uso normal e inverso de um modelo hidrológico.

Alguns modelos hidrológicos como o Hydrus (Šimůnek et al., 2016) possuem a opção de modelagem inversa incluída no próprio software. Outros, como o SWAP (Kroes et al., 2017), podem ser utilizados conjuntamente com um software de otimização. O software PEST (Doherty, 2015) é usado frequentemente nesse contexto.

Para permitir uma análise simplificada e reduzir o número de fontes de erros, os experimentos para se obter os dados (a função objetiva) possuem condições de contorno bem definidas e as mais simples possíveis. Os três tipos de condições frequentemente utilizados são

1. Evaporação zero e drenagem livre: *método de drenagem interna*, também chamado de perfil instantâneo (Item 5.11.2);
2. Drenagem zero e evaporação livre: *método de evaporação*, também chamado de método de Wind (Item 5.11.3);
3. Infiltração constante e igual à drenagem: *método do infiltrômetro de gotejamento e método da crosta* (Item 5.11.4).

Esses métodos serão detalhados nos itens a seguir

### **5.11.2 O método de drenagem interna (“perfil instantâneo”)**

O método de drenagem interna é um método que visa a determinação da condutividade hidráulica não-saturada, a função  $K(h)$  ou  $K(\theta)$ , descrita nos trabalhos de Watson (1966), Hillel et al. (1972) e Libardi et al. (1980). O nome, “perfil instantâneo”, tem sua origem nas medições, realizadas ao longo de um perfil de solo e se referindo a condições instantâneas ou transientes e não a condições de equilíbrio. O método é normalmente aplicado a solos no campo, mas pode também ser realizado em colunas no laboratório.

A parte experimental do método consiste na instalação, no campo, de sensores de potencial matricial (tensiômetros) e/ou de teor de água (sensores TDR, FDR ou semelhantes), em algumas profundidades de um solo sem vegetação. Em seguida, uma parcela de solo ao redor dos sensores (normalmente alguns  $m^2$ ) é inundada visando a elevação do teor de água. É difícil obter uma total saturação do solo no campo, mas objetiva-se chegar ao valor máximo possível. Atingida a condição desejada, o fornecimento da água é interrompido e após a infiltração da lâmina excedente, a superfície é coberta com uma lona plástica para eliminar a evaporação. Nos dias que

seguem, o solo irá drenar parte de sua água e as leituras dos sensores são registradas automaticamente ou manualmente de tempo em tempo, conforme as características dos equipamentos.

Sendo assim, observa-se que as condições de contorno do método do perfil instantâneo são: (1) fluxo zero ( $q = 0$ ) na superfície e (2) drenagem livre na face inferior do perfil. As leituras dos sensores resultam em teores e/ou potenciais matriciais da água do solo em algumas profundidades ao longo do tempo experimental. Necessita-se de ambos os valores (teor e potencial). Dispondo somente de um dos dois tipos de sensores, a curva de retenção do solo deve ser determinada separadamente para poder transformar teor de água em potencial ou vice-versa.

Baseado na Equação de Richards (Eq. [5.99]), as leituras permitirão calcular a condutividade hidráulica para as condições hídricas ocorridas durante o experimento. Integrando ambos os membros da Eq. [5.99] entre a superfície ( $z = 0$ ) e a profundidade  $z$  obtém-se

$$\int_0^z \frac{d\theta}{dt} dz = \int_0^z \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dH}{dz} \right] dz = K \frac{dH}{dz} \Big|_z = q_z \quad [5.111]$$

ou, rearranjando

$$K_z = \frac{\int_0^z \frac{d\theta}{dt} dz}{\frac{dH}{dz} \Big|_z} = \frac{dL_{h,0-z}}{dt} \Big|_z \quad [5.112]$$

onde  $L_{h,0-z}$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-2}$ ) é a armazenagem de água no solo entre a superfície ( $z = 0$ ) e a profundidade  $z$ . Utilizando medidas simultâneas do teor de água e de potencial ao longo do perfil de solo durante a redistribuição da água, determinam-se a variação de armazenagem  $L_h$  com o tempo  $t$  e o gradiente de  $H$  ao longo de  $z$ .

Tradicionalmente, pela Eq. [5.112] calculava-se o valor de  $K_z$  nas referidas condições de potencial ou teor de água. Repetindo o procedimento para cada tempo de leitura obtinha-se um conjunto de valores da condutividade hidráulica em condições cada vez mais secas. Esse conjunto de dados pode então ser utilizado para ajustar parâmetros de alguma das equações disponíveis para a relação  $K(h)$  ou  $K(\theta)$ .

Hoje em dia, com a disponibilidade de softwares que permitem a modelagem numérica inversa, esses podem ser usados para a análise dos dados e obtenção dos parâmetros da relação  $K(h)$  ou  $K(\theta)$ .

Como ponto positivo do método de perfil instantâneo cita-se o fato de o experimento ser realizado no campo, sem a necessidade de amostragem. Como desvantagens têm-se o trabalho experimental intensivo e a limitação do método à faixa mais úmida, uma vez que a taxa de drenagem diminui rapidamente e se torna muito lenta a partir de uma determinada condição hídrica ainda relativamente úmida.

Note que as observações feitas pelo método de perfil instantâneo se referem a condições de secagem, não sendo possível obter informações sobre a histerese das relações  $K(h)$  ou  $K(\theta)$  determinadas.

### EXERCÍCIO 5.22

Nesse exercício utilizaremos um conjunto de dados simples para calcular o parâmetro  $\lambda$  da Eq. [5.67] – parâmetro que se refere à relação condutividade hidráulica – teor de água ou potencial matricial. O exercício descreve o procedimento clássico do experimento de drenagem interna. Os interessados podem fazer a mesma estimativa por modelagem inversa usando o modelo Hydrus.

Um solo possui os seguintes parâmetros de retenção da equação de Van Genuchten-Mualem:

$$\begin{aligned} \theta_r &= 0,01 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & n &= 1,548 \\ \theta_s &= 0,43 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3} & \alpha &= 2,27 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

A condutividade hidráulica saturada desse solo é  $K_s = 9,65 \text{ cm/d}$ . Executa-se um experimento de perfil instantâneo para determinar o parâmetro  $\lambda$  da Eq. [5.67]. Ao longo de quatro dias observam-se o potencial matricial (em cm) numa condição coberta com plástico (portanto sem evapotranspiração ou chuva), obtendo os seguintes valores:

Profundidade (cm)	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4
5	-19	-41	-50	-58
15	-17	-34	-43	-50
25	-15	-29	-38	-44
35	-13	-26	-34	-39

- Determinar os valores da condutividade hidráulica nas profundidades e tempos intermediários (10, 20 e 30 cm, entre dias 1 e 2, entre dias 2 e 3 e entre dias 3 e 4).
- Com os valores encontrados, confeccionar um gráfico de  $K$  versus  $h$  e  $K$  versus  $\theta$  para esse solo.
- Verificar o valor de  $\lambda$  (Eq. [5.67]) que melhor se ajusta a essas observações.

### 5.11.3 O método da evaporação

Assim como o método de perfil instantâneo, o método de evaporação, também conhecido como método de Wind (1968), é uma forma experimental de se determinar a relação  $K(h)$  ou  $K(\theta)$  por meio de medições em condições transientes. Em contraste

com o método de perfil instantâneo, o método da evaporação é um método de laboratório onde uma amostra, inicialmente saturada e munida com sensores de teor ou potencial da água em pelo menos duas posições (profundidades) dentro da amostra, seca pela ação da evaporação. Nos dias de hoje, o método de evaporação é o método mais usado em laboratórios de física do solo para a determinação da condutividade hidráulica, podendo ser usado também para simultaneamente determinar a retenção da água em função do potencial matricial (a “curva de retenção”).

O método foi inicialmente proposto por Wind (1968), que empregou um método numérico manual bastante sofisticado. O método evoluiu quando Schindler et al. (1985) propuseram modificações ao método original, medindo a massa total da amostra durante todo o experimento e o potencial matricial em somente duas profundidades. Com isso, foi possível determinar as funções de retenção de água e de condutividade hidráulica simultaneamente. Equipamentos comerciais como o Hyprop da empresa Meter se baseiam nos princípios desse método.

As condições de contorno do método de evaporação são: (1) fluxo zero ( $q = 0$ ) na base da amostra e (2)  $q$  igual à taxa de evaporação na superfície. A taxa de evaporação é determinada pela pesagem da amostra antes de cada leitura, resultando numa variação da massa  $\Delta m$  (kg). A taxa de evaporação  $E$  ( $\text{m s}^{-1}$ ), igual à densidade de fluxo na superfície da amostra, é então calculada conforme

$$E = \frac{\Delta m}{\pi R^2 \Delta t \rho_a} \quad (5.113)$$

onde  $R$  (m) é o raio da amostra (raio interno do anel de amostragem),  $\Delta t$  (s) é o tempo entre as leituras e  $\rho_a$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) é a densidade da água ( $\rho_a = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ ).

Tal como observado para o método de perfil instantâneo, os procedimentos de cálculo propostos por diversos autores para se obter a função  $K(h)$  ou  $K(\theta)$  podem hoje em dia ser substituídos por uma modelagem numérica inversa computacional, necessitando de menos considerações restritivas. A função objetiva dessa modelagem inversa consiste dos valores da taxa de evaporação calculados pela Eq. [5.113] e pelos potenciais ou teores de água medidos em algumas posições verticais na amostra ao longo do tempo.

#### 5.11.4 O método da crosta ou do infiltrômetro de gotejamento

Em contraste aos métodos de perfil instantâneo e de evaporação, uma outra forma de determinar o valor da condutividade hidráulica em determinado teor de água ou potencial é pelo estabelecimento de um equilíbrio dinâmico enquanto ocorre um fluxo gravitacional através de uma amostra ou de uma coluna de solo. Essa densidade de fluxo  $q$  ( $\text{m s}^{-1}$ ), menor ou igual à condutividade hidráulica saturada ( $K_s$ ) do solo, será igual à condutividade hidráulica do solo na condição hídrica que se estabelece. O fluxo pode ser imposto através de uma camada de menor condutividade hidráulica na superfície de uma coluna de solo (método da crosta) ou por meio da alimentação da água na superfície da coluna por gotejamento numa taxa inferior ao  $K_s$ . Em ambos os casos, o estabelecimento do equilíbrio dinâmico pode ser verificado quando a taxa de drenagem se torna igual à taxa de infiltração, ou quando instrumentos de leitura de teor de água ou de potencial instalados na coluna em algumas profundidades indicam todos o mesmo valor que não varia mais com o tempo.

As condições de contorno do método da crosta são (1) fluxo de infiltração constante e menor que  $K_s$  na superfície e (2) drenagem livre na base da coluna, preenchida com um solo “homogêneo”, isto é, com relações  $h$ - $\theta$  (retenção) e  $K$ - $\theta$  (condutividade hidráulica) únicas e iguais para qualquer profundidade da coluna. Nessas condições, um equilíbrio dinâmico se estabelecerá quando e somente quando o teor de água ( $e$ , portanto, o potencial matricial) for igual em todas as profundidades da coluna.

Por definição, o equilíbrio dinâmico ocorre quando, para qualquer  $z$  não há variação no teor de água ( $d\theta/dt = 0$ ). Pela equação da continuidade (Item 4.2), isso implica na nulidade de  $dq/dz$ , ou seja, a densidade de fluxo deve ser igual para qualquer  $z$ . A densidade de fluxo é definida, em função da condutividade hidráulica e gradiente de potencial total, pela equação de Buckingham-Darcy (Eq. 5.34) que pode ser desenvolvida como

$$q = -K \frac{dH}{dz} = -K \left[ \frac{dh}{dz} + \frac{dz}{dz} \right] = -K \left[ \frac{dh}{dz} + 1 \right] \quad [5.114]$$

Como a densidade de fluxo  $q$  será igual para qualquer  $z$ , pela Eq. [5.114]  $K[dh/dz + 1]$  também deve ser igual para qualquer  $z$ . A única situação que satisfaz essa condição é quando  $\theta$  é igual para qualquer profundidade ( $d\theta/dz = 0$ ). Nesse caso,  $K$  e  $h$

também não variam com  $z$ , pois as relações entre estes três parâmetros são iguais para qualquer profundidade. Portanto,  $dh/dz$  será igual a zero e, pela Eq. [5.114],  $q = -K$ .

Assim, aplicando esse conhecimento, estabelece-se um fluxo  $q < K_s$  através da coluna pela aplicação da água por um gotejador, ou por meio de uma crosta ou placa porosa com  $K_s$  menor que a do solo. Espera-se o estabelecimento do equilíbrio dinâmico na coluna, que se evidencia por uma taxa de saída no lado inferior da coluna constante e igual à taxa de aplicação. Estabelecida essa condição, mede-se o teor de água ou o potencial matricial da água na coluna. Esse teor ou potencial corresponde então à condutividade hidráulica  $K$  igual à taxa de aplicação ou drenagem. Repete-se o procedimento com outras taxas de aplicação (alterando a taxa de gotejamento ou trocando a placa porosa ou alterando a crosta), obtendo assim um conjunto de valores de  $K(h)$  ou  $K(\theta)$ .

## 5.12 Infiltração da água no solo

### 5.12.1 Introdução

Define-se por infiltração da água no solo sua entrada (ou absorção) pela superfície. A água que compõe o processo de infiltração é normalmente oriunda da chuva ou da irrigação, mas pode também se originar do derretimento de gelo ou neve, ou de inundação ou run-on.

Quando o solo não possui capacidade para absorver a água na mesma taxa em que ela é fornecida, a fração da água não absorvida se acumula na superfície, formando uma lâmina de água. Embora o solo tenha uma pequena capacidade de armazenagem de água na sua superfície devido à sua rugosidade superficial, essa é de no máximo alguns milímetros de água. Juntando-se mais água, em superfícies com declive, a água acumulada começa a se deslocar por escoamento superficial, formando uma enxurrada ou runoff. A enxurrada possui energia que pode desagregar e transportar sólidos do solo, sendo sua quantificação de grande importância nos estudos de erosão e transporte de sedimentos em escala de parcela agrícola ou de bacia hidrográfica.

Além do efeito erosivo, outra consequência da ocorrência de escoamento superficial é a perda da água, que deixa de infiltrar e fazer parte de um ciclo hidrológico mais prolongado, mas ao invés disso se desloca muito mais rapidamente aos cursos de

água (rios). Dessa forma, o conhecimento dos fatores físicos que determinam a capacidade do solo em absorver a água pela sua superfície, a infiltração, é de grande importância.

### 5.12.2 Definições iniciais

A infiltração é um processo. Uma propriedade do solo associada ao processo da infiltração se chama *infiltrabilidade* ou *capacidade de infiltração*. Outra propriedade intimamente associada ao processo de infiltração é a sorptividade definida no contexto da equação de Philip (1955), Item 5.12.4.

A infiltração somente ocorre quando há água sendo fornecida na superfície de um solo. A infiltração ocorrerá na mesma taxa em que a água é fornecida (condição chamada de *source-limited* ou limitada pela fonte – a chuva ou a irrigação) ou, quando essa taxa (ou intensidade) supera a infiltrabilidade do solo, a taxa será igual à infiltrabilidade com a formação de uma lâmina de água excedente na superfície, eventualmente causando o escoamento superficial. Essa última condição é chamada de *sink-limited* ou limitada pelo sumidouro – o solo.

A taxa de infiltração é indicada pela letra  $i$  e expressa em unidades de distância por tempo, o  $\text{m s}^{-1}$  no SI ou, mais comumente, em  $\text{mm h}^{-1}$  ou  $\text{cm d}^{-1}$ , representando, na verdade, um volume de água por área por tempo ( $\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ). Integrando a taxa de infiltração pelo tempo a partir de um tempo inicial  $t_0$ , obtém-se a lâmina acumulada de infiltração, ou simplesmente a infiltração acumulada  $I$  (m):

$$I = \int_{t_0}^t i dt \quad [5.115]$$

Da mesma forma, pode se entender a taxa de infiltração  $i$  como a variação de  $I$  no tempo, ou seja

$$i = \frac{dI}{dt} \quad [5.116]$$

### 5.12.3 Infiltração horizontal, transformação de Boltzmann e sorptividade

Na natureza, é evidente que a infiltração ocorre normalmente no sentido vertical e envolve, portanto, gradientes de potencial matricial e gravitacional. Para apresentar a teoria da infiltração, no entanto, é mais simples iniciar com a infiltração horizontal, isto

é, sem a presença de um gradiente de potencial gravitacional. O desenvolvimento a seguir coincide em grande parte com o apresentado por Philip (1955).

A equação de Richards (Eq. [5.99]), na coordenada horizontal  $x$ , é escrita como

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dH}{dx} \right] \quad [5.117]$$

No caso de fluxo horizontal, como não há gradiente gravitacional,  $dz = 0$  e  $dH = dh$ , de forma que

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ K \frac{dh}{dx} \right] \quad [5.118]$$

Combinando a Eq. [5.118] com a [5.77], que introduz a difusividade hidráulica  $D_H$ , obtém-se

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ D_H \frac{d\theta}{dx} \right] \quad [5.119]$$

À Eq. [5.119] pode se aplicar uma transformação matemática que na física do solo é conhecida como a *transformação de Boltzmann*. Pela transformação de Boltzmann introduz-se um novo parâmetro  $\lambda$  ( $\text{m s}^{-0.5}$ ) definido como a distância dividida pela raiz quadrada do tempo:

$$\lambda = \frac{x}{\sqrt{t}} \Leftrightarrow x = \lambda \sqrt{t} \Leftrightarrow t = \frac{x^2}{\lambda^2} \quad [5.120]$$

Fazendo isso verifica-se que

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{1}{\sqrt{t}} \Leftrightarrow dx = \sqrt{t} d\lambda \quad [5.121]$$

e

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{-2x^2}{\lambda^3} \Leftrightarrow dt = \frac{-2x^2}{\lambda^3} d\lambda \quad [5.122]$$

Agora, substituindo os termos diferenciais  $dx$  e  $dt$  na Eq. [5.119] pelas respectivas expressões [5.121] e [5.122] obtém-se

$$-\frac{\lambda^3 d\theta}{2x^2 d\lambda} = \frac{d}{\sqrt{t} d\lambda} \left[ D_H \frac{d\theta}{\sqrt{t} d\lambda} \right] \quad [5.123]$$

Pela Eq. [5.120] verifica-se que

$$\sqrt{t} = \frac{x}{\lambda} \quad [5.124]$$

e substituindo essa expressão na Eq. [5.123] resulta em

$$-\frac{\lambda^3 d\theta}{2x^2 d\lambda} = \frac{\lambda d}{xd\lambda} \left[ D_H \frac{\lambda d\theta}{xd\lambda} \right] \quad [5.125]$$

que, eliminando os termos redundantes, simplifica para

$$-\frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left[ D_H \frac{d\theta}{d\lambda} \right] \quad [5.126]$$

A Eq. [5.126] é a *transformada de Boltzmann* da Eq. [5.119] (a Equação de Richards para fluxo horizontal), mas enquanto a Eq. [5.119] é uma equação que contém duas variáveis diferenciais,  $dt$  e  $dx$ , a Eq. [5.126] é uma equação diferencial ordinária de segundo grau, contendo somente uma variável diferencial, o  $d\lambda$ . Observe que as duas equações (Eqs. [5.119] e [5.126]) são fisicamente equivalentes.

Vamos agora entender o significado do parâmetro  $\lambda$  que foi introduzido na dedução da Eq. [5.126]. Quando observamos a infiltração horizontal de água numa coluna transparente com solo inicialmente com teor de água bem baixo  $\theta_0$ , podemos visualmente observar o avanço da frente de umedecimento, que corresponde a um teor de água aproximadamente constante  $\theta_1$ . O avanço dessa frente é inicialmente rápido e sua velocidade decresce com o tempo, de forma que a distância percorrida pela frente de umedecimento é proporcional à raiz do tempo. O parâmetro  $\lambda$ , portanto, representa a razão entre essa distância (denominada de  $x$  na Eq. [5.120]) e a raiz do tempo e é função, somente, de propriedades do meio poroso e do teor de água.

A lâmina acumulada de água  $I$  (m) que horizontalmente infiltrou será igual a

$$I = x(\theta_1 - \theta_0) = \int_{\theta_0}^{\theta_1} x d\theta \quad [5.127]$$

Substituindo  $x$  nessa equação pela Eq. [5.120] obtém-se

$$I = \sqrt{t} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \lambda d\theta = S\sqrt{t} \quad [5.128]$$

onde o parâmetro  $S$  ( $\text{m s}^{-0,5}$ ) é denominado de *sorptividade* e definido por

$$S = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \lambda d\theta = \lambda(\theta_1 - \theta_0) \quad [5.129]$$

Observe que a sorptividade  $S$  é função de propriedades do solo, embutidas no parâmetro  $\lambda$  que, por sua vez, é função do teor de água e dos próprios teores de água inicial e final no processo. Enquanto o teor de água final (atrás da frente de umedecimento) tem um valor bastante constante e próximo à saturação, o teor inicial pode variar entre cenários.

Da Eq. [5.128] verifica-se também que

$$S = \frac{I}{\sqrt{t}} \quad [5.130]$$

ou seja, representando-se a infiltração horizontal acumulada  $I$  versus a raiz do tempo, obtém-se uma reta cuja tangente é igual a  $S$ , conforme ilustra a Figura 5.23A. Com o valor de  $S$  definido, traçam-se as curvas da infiltração horizontal acumulada  $I$  versus o tempo pela Eq. [5.128] (Figura 5.23B).

Pela Eq. [5.128],  $S$  pode ainda ser relacionada com a taxa de infiltração  $i$  (Eq. [5.116]) como

$$i = \frac{S}{2\sqrt{t}} \Leftrightarrow S = 2i\sqrt{t} \quad [5.131]$$

ou, em palavras, a taxa de infiltração horizontal no solo é inversamente proporcional à raiz do tempo. Observe que essa equação não funciona para  $t = 0$ , quando calcularia um valor infinito para a taxa de infiltração. Observe também que para tempos muito grandes a taxa de infiltração horizontal tende a zero. A Figura 5.23C apresenta um exemplo de curvas da taxa de infiltração horizontal  $i$  versus o tempo assim estabelecidas.

Embora a sorptividade  $S$  tenha sido introduzida no contexto da infiltração horizontal, ela é também determinante para a infiltração vertical, conforme será detalhado mais adiante.

#### EXERCÍCIO 5.23

- Explique, em suas palavras, o que é a sorptividade de um solo.
- Qual solo terá uma maior sorptividade, um solo seco ou um solo úmido?
- Ao compactar um solo, sua sorptividade deve aumentar ou diminuir?

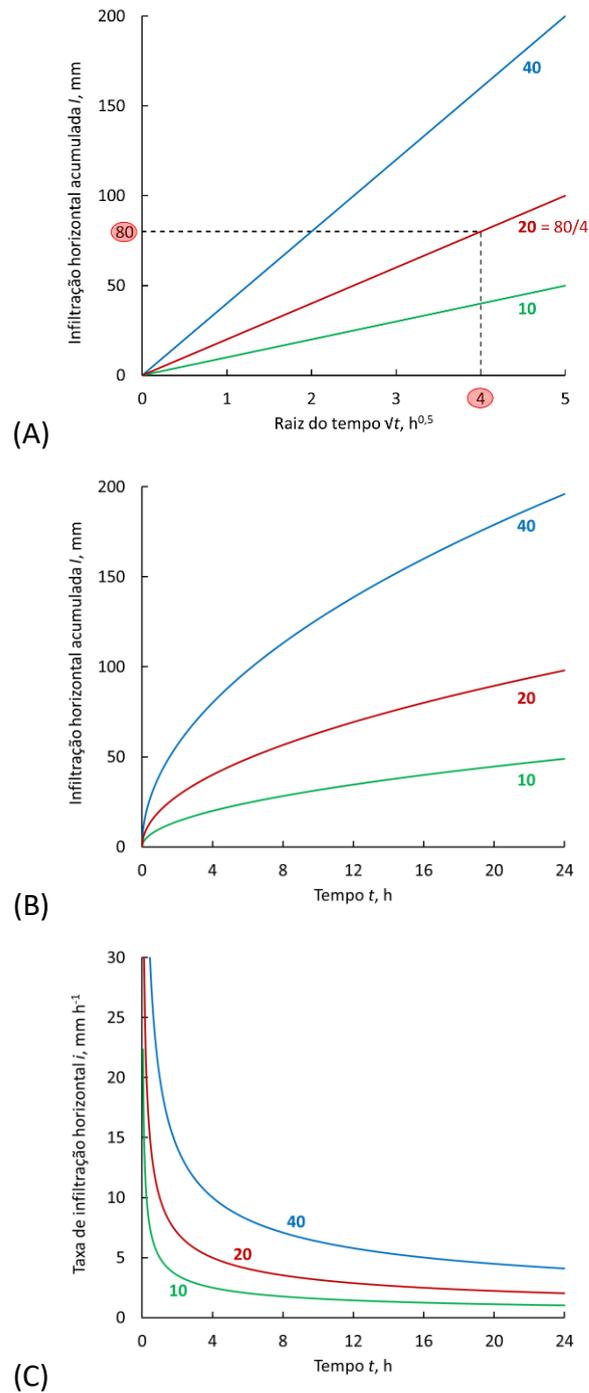


Figura 5.23 - Ilustração da infiltração horizontal para três valores de sorptividade (10, 20 e 40  $cm\ h^{-0.5}$ ): (A) Infiltração acumulada em função da raiz do tempo, mostrando a sorptividade como coeficiente angular das retas; (B) Infiltração acumulada em função do tempo e (C) Taxa de infiltração em função do tempo.

### 5.12.4 Infiltração vertical

A infiltração vertical é um fenômeno muito mais comum na natureza que a horizontal, portanto seu estudo tem muito mais aplicação. Durante a ocorrência da infiltração vertical, o gradiente do potencial total  $H$ , que causa o movimento descendente da água, é composto por um gradiente de potencial matricial  $h$  e gravitacional  $z$ . Como  $H = h + z$ , tem-se

$$\frac{dH}{dz} = \frac{d(h+z)}{dz} = \frac{dh+dz}{dz} = \frac{dh}{dz} + 1 \quad [5.132]$$

Observe que, nesse caso,  $z$  se torna menor (ou mais negativo) conforme a profundidade (a distância da superfície do solo) aumenta. Em analogia à Eq. [5.118], para o caso do fluxo vertical da água podemos escrever

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ K \left( \frac{dh}{dz} + 1 \right) \right] = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dh}{dz} \right] + \frac{dK}{dz} \quad [5.133]$$

ou, substituindo a difusividade hidráulica (Eq. [5.77]),

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ D_H \frac{d\theta}{dz} \right] + \frac{dK}{dz} \quad [5.134]$$

Nas Eqs. [5.133] e [5.134], o primeiro termo do membro direito se refere à ação das forças matriciais e corresponde ao que foi visto para a infiltração horizontal, enquanto o segundo termo corresponde à ação da força gravitacional. Quanto menor o teor de água inicial do solo e quanto menor a distância da superfície do solo até a frente de umedecimento, mais predominante será o papel do primeiro termo que corresponde à ação matricial. Por outro lado, quando a infiltração ocorre num solo com um teor de água inicialmente mais elevado, o efeito da força gravitacional será predominante.

A seguir, algumas soluções empíricas e semi-analíticas do processo de infiltração vertical serão apresentadas.

#### A equação de Kostikov

A equação de Kostikov (1932) é uma equação puramente empírica, cuja popularidade se explica pela sua simplicidade. Ela é dada como

$$I = ct^a \quad [5.135]$$

onde  $I$  é a infiltração acumulada (m),  $t$  é o tempo (s) e  $c$  ( $m s^{-a}$ ) e  $a$  são parâmetros empíricos da equação, a serem obtidos por ajuste a dados experimentais. Os valores dos parâmetros  $c$  e  $a$  dependem das propriedades hidráulicas do solo e do teor de água inicial. O ajuste dos parâmetros pode ser transformado num simples ajuste de equação linear pela transformação logarítmica da Eq. [5.135] conforme

$$\log(I) = \log(c) + a \log(t) \tag{5.136}$$

ou seja, pelo ajuste de valores de  $\log(I)$  versus  $\log(t)$  obtêm-se os valores de  $a$  e  $\log(c)$  por ajuste linear.

A taxa de infiltração é obtida a partir da Eq. [5.135] conforme

$$i = \frac{dI}{dt} = act^{a-1} \tag{5.137}$$

Pelas Eqs. [5.135] e [5.137] pode se concluir que o parâmetro  $c$  deve ser sempre positivo e que o  $a$  deve assumir valores entre 0 e 1. Isso porque um  $a$  maior do que 1 resultaria num expoente positivo na Eq. [5.137], enquanto a taxa de infiltração deve diminuir com o decorrer do tempo. A Figura 5.24 mostra exemplos da taxa de infiltração  $i$  e da infiltração acumulada  $I$  em função do tempo para algumas combinações dos valores dos parâmetros.

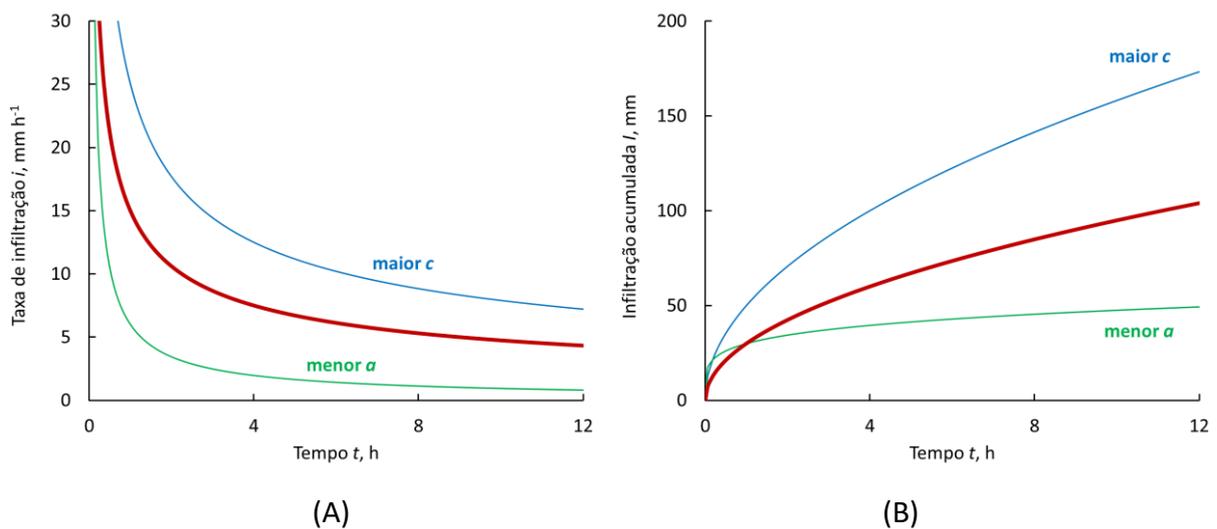


Figura 5.24 - Infiltração de acordo com a equação de Kostiakov com valores dos constantes  $c = 30 \text{ mm h}^{-a}$  e  $a = 0,5$  (linha grossa); e para um valor maior de  $c$  ( $50 \text{ mm h}^{-a}$ ) e um valor menor de  $a$  ( $0,3$ ): (A) Taxa de infiltração  $i$  em função do tempo (Eq. [5.137]) e (B) Infiltração acumulada  $I$  em função do tempo (Eq. [5.135]).

A equação de Kostiakov apresenta sérios defeitos conceituais, pois prediz uma taxa de infiltração infinita no tempo zero, enquanto para tempos muito grandes a taxa de infiltração tenderia a zero. Dessa forma, ela não é adequada para ser usada para tempos muito pequenos (digamos, menores que 1 min), nem para tempos muito grandes, maiores que algumas horas. Para a faixa intermediária de tempos, no entanto, ela costuma se ajustar bem a dados experimentais. Formas alternativas da equação de Kostiakov que eliminam esses problemas foram propostas e são aplicadas, como por exemplo

$$I = c(t + b)^a + i_f t \quad [5.138]$$

e

$$i = \frac{dI}{dt} = ac(t + b)^{a-1} + i_f \quad [5.139]$$

onde  $b$  (s) e  $i_f$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) são parâmetros empíricos adicionais. Nesse caso, embora a equação ganhe em termos de representatividade física, ela perde uma de suas principais vantagens, que é o número baixo de parâmetros.

#### A equação de Horton

A equação de Horton (1941) se baseia na observação que a taxa de infiltração  $i$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) é alta no início do processo, reduzindo ao longo do tempo até atingir um valor constante  $i_f$  ( $\text{m s}^{-1}$ ). Esse comportamento pode ser descrito matematicamente como um decaimento exponencial negativo conforme a equação

$$\frac{di}{dt} = -\kappa_f (i - i_f) \quad [5.140]$$

onde  $\kappa_f$  ( $\text{s}^{-1}$ ) é a constante de proporcionalidade. Observe que, de acordo com a Eq. [5.140], a variação da taxa de infiltração ( $di/dt$ ) será nula para tempos grandes, quando  $i$  tende a  $i_f$ . Denomina-se  $i_f$  de taxa de infiltração final ou constante. Em algumas áreas da engenharia, ela é também chamada de velocidade de infiltração básica ou VIB, termo que para os estudiosos de física do solo não deve fazer muito sentido, uma vez que não se trata de uma velocidade, e nem de algo básico.

Para transformar a Eq. [5.140], diferencial, numa equação ordinária, procede-se à separação das variáveis conforme

$$\frac{di}{(i-i_f)} = -\kappa_f dt \quad [5.141]$$

seguida de integração de ambos os membros

$$\int_{i_0}^i \frac{di}{(i-i_f)} = -\int_0^t \kappa_f dt \quad [5.142]$$

onde os limites foram definidos em termos da taxa de infiltração inicial  $i_0$  no tempo 0. A solução dessa integral é

$$\ln(i-i_f) - \ln(i_0-i_f) = -\kappa_f t \quad [5.143]$$

ou

$$\ln\left(\frac{i-i_f}{i_0-i_f}\right) = -\kappa_f t \quad [5.144]$$

de onde podemos explicitar a taxa de infiltração  $i$  como

$$i = i_f + (i_0 - i_f)e^{-\kappa_f t} \quad [5.145]$$

A infiltração acumulada  $I$  entre dois tempos  $t_0$  e  $t_1$  pode ser expressa conforme a Eq. [5.115], integrando a Eq. [5.145]

$$I = \int_{t_0}^{t_1} i dt = \int_{t_0}^{t_1} \left[ i_f + (i_0 - i_f)e^{-\kappa_f t} \right] dt \quad [5.146]$$

que resulta em

$$I = i_f(t_1 - t_0) + \frac{i_0 - i_f}{\kappa_f} (e^{-\kappa_f t_0} - e^{-\kappa_f t_1}) \quad [5.147]$$

que para o caso especial em que  $t_0 = 0$  reduz para

$$I = i_f t + \frac{i_0 - i_f}{\kappa_f} (1 - e^{-\kappa_f t}) \quad [5.148]$$

A Figura 5.25 mostra curvas da taxa de infiltração ( $i$ ) e infiltração acumulada ( $I$ ) em função do tempo de acordo com as Eqs. [5.145] e [5.147] para três valores da constante  $\kappa_f$ . Observe que um aumento de  $\kappa_f$  tem como efeito uma redução mais rápida da taxa de infiltração.

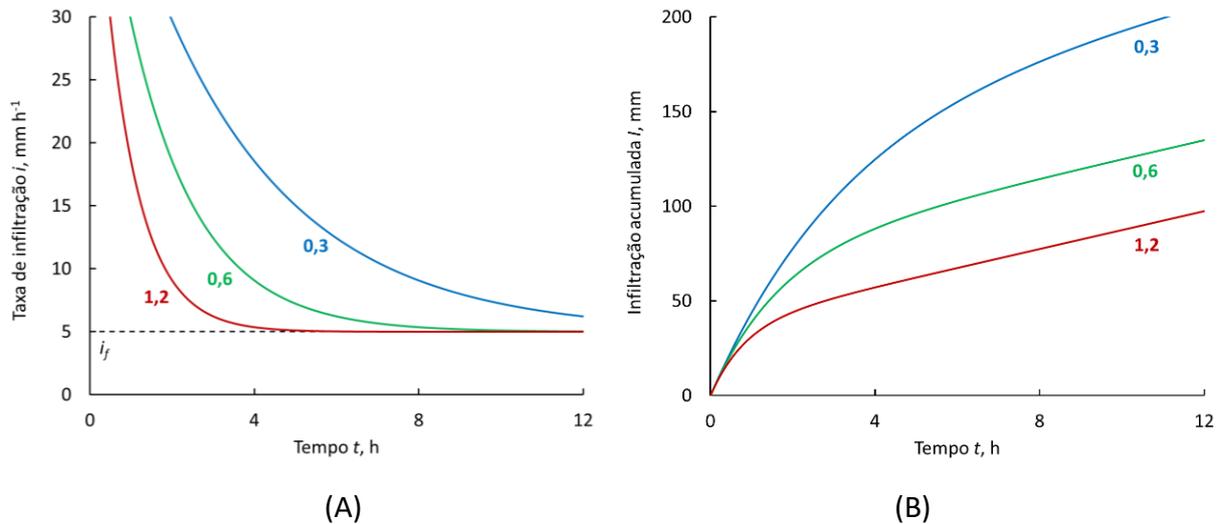


Figura 5.25 - Infiltração de acordo com a equação de Horton para três valores da constante  $\kappa_f$  (0,3, 0,6 e 1,2  $\text{h}^{-1}$ ),  $i_0$  de 50  $\text{mm h}^{-1}$  e  $i_f$  de 5  $\text{mm h}^{-1}$ : (A) Taxa de infiltração  $i$  em função do tempo (Eq. [5.145]) e (B) Infiltração acumulada  $I$  em função do tempo (Eq. [5.147]).

Quando se estuda a infiltração de chuvas naturais, o objetivo geralmente é prever qual parte de uma chuva infiltrará, sendo que o complemento formará escoamento superficial. Nesse caso, é comum que durante a parte inicial da chuva a capacidade de infiltração do solo  $i$  seja maior que a intensidade da chuva  $p$ , portanto toda a água infiltra. Com o decorrer do tempo,  $i$  vai diminuindo até ficar igual a  $p$  no tempo chamado tempo de empoçamento. A partir desse tempo, a infiltração acompanha a curva de capacidade de infiltração e o excedente se transforma em escoamento superficial. A Figura 5.26 mostra curvas da taxa de infiltração e infiltração acumulada para um caso assim.

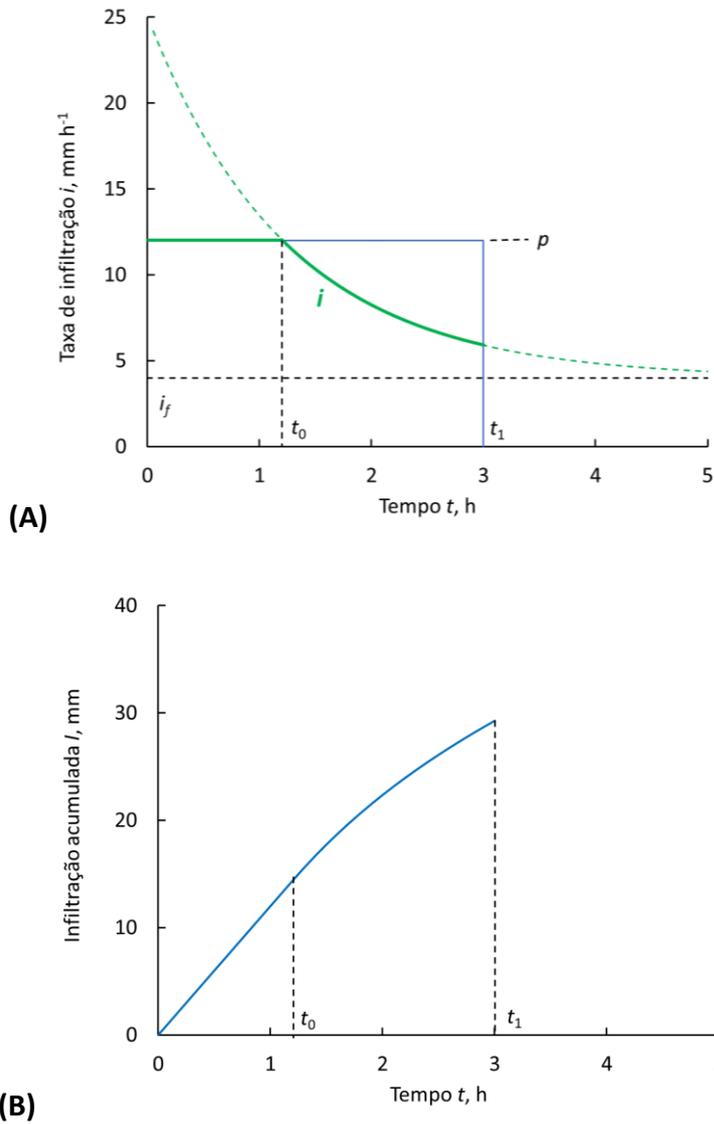


Figura 5.26 - Infiltração durante uma chuva de intensidade  $p = 12 \text{ mm h}^{-1}$  e duração  $t_1$  de 3 h, de acordo com a equação de Horton com  $\kappa_f = 0.8 \text{ h}^{-1}$ ,  $i_0 = 25 \text{ mm h}^{-1}$  e  $i_f = 4 \text{ mm h}^{-1}$ : (A) Taxa de infiltração  $i$  em função do tempo (Eq. [5.145]) e (B) Infiltração acumulada  $I$  em função do tempo, a partir do tempo de empoçamento  $t_0$  calculada pela Eq. [5.147]).

**EXERCÍCIO 5.24**

Considere uma chuva de intensidade constante de  $20 \text{ mm h}^{-1}$  e duração de 30 minutos.

Qual é a infiltração acumulada e qual o escoamento superficial nos casos de

- Uma taxa de infiltração constante de  $15 \text{ mm h}^{-1}$
- Uma taxa de infiltração descrita pela equação de Horton (Eq. [5.145]) com parâmetros  $i_0 = 50 \text{ mm h}^{-1}$ ,  $i_f = 5 \text{ mm h}^{-1}$  e  $\kappa_f = 6,5 \text{ h}^{-1}$ .

**DICA:** No item b, calcule primeiro o tempo para qual a taxa de infiltração  $i$  se torna igual à intensidade de chuva. Aplique a taxa da chuva até esse tempo e a Eq. [5.147] a partir desse tempo até o final da chuva. Veja a Figura 5.26 como referência.

A equação de Green & Ampt

Embora a equação de Horton apresentada no item anterior descreva bem o comportamento natural da infiltração vertical, a interpretação do parâmetro exponencial  $\kappa_f$  é incerta e ele deve ser determinado experimentalmente para cada combinação de solo e teor de água inicial. Uma análise alternativa e baseada na física do processo já havia sido feita 30 anos antes por Green & Ampt (1911). Eles descreveram o processo num solo homogêneo, inicialmente com um teor de água  $\theta_1$  e potencial matricial  $h_1$ , no qual água infiltra durante um evento de chuva de intensidade constante  $p$  ( $\text{m s}^{-1}$ ). A água inicialmente infiltra no solo sem formar uma lâmina sobre sua superfície (fase que denominamos de “source-limited” ou limitada pela fonte), mas em determinado momento  $t_p$ , a capacidade de infiltração do solo se torna menor que a intensidade da chuva e uma lâmina se forma sobre a superfície: o processo se torna “sink-limited” ou limitado pelo sumidouro.

No modelo de Green & Ampt (1911) supõe-se que a lâmina de água que se forma sobre a superfície tem uma altura  $L$  constante. A frente de molhamento vai adentrando o perfil de solo puxada pela sucção exercida pelo solo seco, deixando-o saturado (potencial matricial igual a zero). A distância percorrida pela frente de molhamento é indicada por  $z_f$  (m). Green & Ampt (1911) simplificaram a descrição do processo de infiltração supondo que existem somente essas duas zonas no perfil de solo durante o processo, uma zona saturada, por onde a frente de molhamento já passou e outra mais seca, com teor de água inicial, ainda não atingida pelo processo. Esse tipo de infiltração é também chamado de *infiltração em pistão* (Figura 5.27).

Observe que a zona “saturada” é saturada em condições de campo e essa saturação pode ser menos completa que a saturação que se consegue estabelecer em amostras de solo em laboratório. As grandezas correspondentes à condição de saturação no campo, como condutividade hidráulica  $K$  e teor de água  $\theta$ , são indicadas

no seguinte pelo subscrito  $fs$  (do inglês *field-saturated*).  $\theta_{fs}$  e  $K_{fs}$  são muitas vezes considerados iguais à  $\theta_s$  e  $K_s$ , respectivamente, embora na realidade os valores na saturação em condições de campo devam ser menores. Na prática um solo no campo dificilmente satura completamente e alguns domínios de poros podem continuar contendo ar mesmo após longo tempo de infiltração. Com isso,  $\theta_{fs} < \theta_s$  e  $K_{fs} < K_s$ . Especialmente a condutividade hidráulica pode ser reduzida significativamente, pois essa grandeza é muito sensível a alterações na parte saturada do solo.

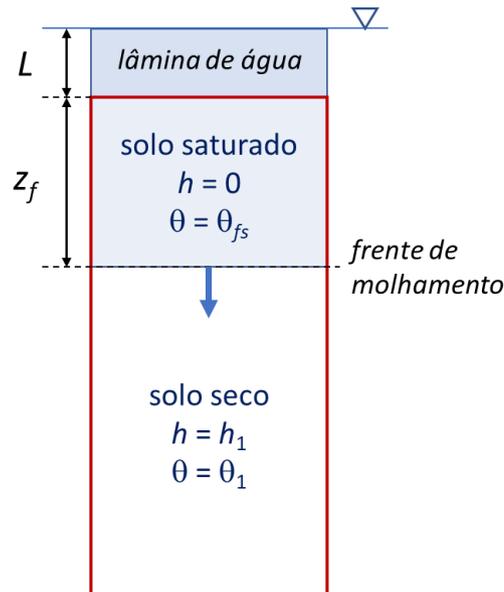


Figura 5.27 - Perfil de solo sob infiltração em pistão, conforme utilizado no desenvolvimento do modelo de Green & Ampt (1911). A frente de molhamento é puxada pela sucção exercida pelo solo seco abaixo da frente de molhamento.

Analisando o desenho esquemático da Figura 5.27 à luz dos potenciais da água, colocando a referência gravitacional na superfície do solo, tem-se que

- (1) na superfície do solo,  $z = 0$ ,  $h = L$ , conseqüentemente  $H = L$ ;
- (2) na frente de molhamento,  $z = -z_f$ ,  $h = h_1$ , conseqüentemente  $H = -z_f + h_1$ .

A densidade de fluxo ( $q$ ) através da parte saturada pode ser calculada pela equação de Darcy e será igual à taxa de infiltração  $i$ , portanto

$$i = q = -K_{fs} \frac{\Delta H}{\Delta z} = K_{fs} \frac{z_f + |h_1| + L}{z_f} = K_{fs} \left( 1 + \frac{|h_1| + L}{z_f} \right) \quad [5.149]$$

onde  $K_{fs}$  ( $m\ s^{-1}$ ) é a condutividade hidráulica do solo saturado no campo. É fácil perceber que a infiltração acumulada  $I$  pode simplesmente ser calculada como

$$I = z_f (\theta_{fs} - \theta_1) \Leftrightarrow z_f = \frac{I}{\theta_{fs} - \theta_1} \quad [5.150]$$

Substituindo  $z_f$  na Eq. [5.149] pela Eq. [5.150] resulta em

$$i = K_{fs} + K_{fs} \frac{(\theta_{fs} - \theta_1)(|h_1| + L)}{I} \quad \text{para } t > t_p \quad [5.151]$$

A Eq. [5.151] é válida na fase em que há uma lâmina sobre a superfície, a partir do tempo  $t_p$ . Para tempos menores que  $t_p$ , a taxa de infiltração será simplesmente igual à intensidade de chuva  $p$ :

$$i = p \quad \text{para } t \leq t_p \quad [5.152]$$

A Eq. [5.150] evidencia que existe uma relação entre  $I$  e  $z_f$ , mas também sabemos que a taxa de infiltração  $i$  é a derivada de  $I$  no tempo, assim

$$i = \frac{dI}{dt} = (\theta_{fs} - \theta_1) \frac{dz_f}{dt} \Rightarrow \frac{dz_f}{dt} = \frac{i}{\theta_{fs} - \theta_1} \quad [5.153]$$

Substituindo  $i$  na Eq. [5.153] pela Eq. [5.149] resulta em

$$\frac{dz_f}{dt} = K_{fs} \frac{z_f + |h_1| + L}{(\theta_{fs} - \theta_1) z_f} \quad [5.154]$$

e, separando as variáveis, obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$dt = \frac{\theta_{fs} - \theta_1}{K_{fs}} \frac{z_f dz_f}{z_f + |h_1| + L} \quad [5.155]$$

Resolvemos a Eq. [5.155] integrando ambos os membros, com condições de contorno  $t = t_p$ ;  $z_f = z_p$  e  $t = t$ ;  $z_f = z_f$ :

$$\int_{t_p}^t dt = \frac{(\theta_{fs} - \theta_1)}{K_{fs}} \int_{z_p}^{z_f} \frac{z_f dz_f}{z_f + |h_1| + L} \quad [5.156]$$

que resulta em

$$t = t_p + \frac{(\theta_{fs} - \theta_1)}{K_{fs}} \left[ z_f - z_p + (L + |h_1|) \ln \left( \frac{z_p + L + |h_1|}{z_f + L + |h_1|} \right) \right] \quad [5.157]$$

que, incorporando a Eq. [5.150] ( $I_p$  é a infiltração acumulada que corresponde à posição da frente de molhamento  $Z_p$ , no tempo  $t_p$ ), pode ser reescrita como

$$t = t_p + \frac{I - I_p + (\theta_{fs} - \theta_1)(L + |h_1|) \ln \left( \frac{(\theta_{fs} - \theta_1)(L + |h_1|) + I_p}{(\theta_{fs} - \theta_1)(L + |h_1|) + I} \right)}{K_{fs}} \quad [5.158]$$

Para o caso em que  $t_p = 0$  e, portanto,  $I_p = 0$  e considerando ainda  $L = 0$ , a Eq. [5.158] pode ser escrita de forma bastante simplificada como (Hopmans et al., 1997; De Mello, 2008)

$$K_{fs}t = I - (\theta_{fs} - \theta_1)|h_1| \ln \left( 1 + \frac{I}{(\theta_{fs} - \theta_1)|h_1|} \right) \quad [5.159]$$

As Eqs. [5.158] ou [5.159] não podem ser mais simplificadas, tampouco é possível explicitar a infiltração acumulada  $I$  (pois se encontra dentro e fora do termo logarítmico). Mas as equações podem ser utilizadas de algumas formas. Considerando que as grandezas  $\theta_{fs}$ ,  $\theta_1$ ,  $h_1$  e  $L$  sejam conhecidas durante um experimento de infiltração em solo homogêneo, observações da infiltração acumulada ao longo do tempo podem ser usadas para calcular  $K_{fs}$ . Alternativamente, conhecida a  $K_{fs}$  do solo e sua curva de retenção, a relação entre tempo e infiltração acumulada pode ser estimada pela equação.

A Figura 5.28 mostra a relação entre tempo e infiltração acumulada pelo modelo de Green & Ampt (1911), Eq. [5.159], para quatro valores do potencial matricial inicial  $h_1$  (-0,01 m, -1 m, -3 m e -6 m), calculada considerando  $K_{fs} = 12 \text{ mm h}^{-1}$  e  $\theta$ - $h$  relacionados pelos parâmetros de Van Genuchten  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{fs} = \theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$  e  $n = 1,5$ .

Observe que o caso em que  $h_1 = -0,01 \text{ m}$  é praticamente igual a um experimento de condutividade hidráulica saturada em geometria vertical, onde a taxa de infiltração será igual a  $K_{fs}$ . Isso se confirma pela linha correspondente no gráfico  $i$ - $t$ , sendo o valor de  $i$  constante no tempo e igual a  $K_{fs}$ . Para os outros valores do potencial matricial inicial ( $h_1 = -1 \text{ m}$ ,  $-3 \text{ m}$  e  $-6 \text{ m}$ ) observa-se o comportamento característico de um processo de infiltração, isto é, uma taxa inicial alta que, com o tempo, vai reduzindo

assintoticamente para o valor de  $K_{fs}$ . Para tempos grandes, o último termo (logarítmico) da Eq. [5.159] se torna desprezível comparado ao primeiro termo linear e ela reduz para

$$K_{fs}t = l \Rightarrow i = \frac{dl}{dt} = K_{fs} \text{ para } t \rightarrow \infty \quad [5.160]$$

Observe também que para tempos muito pequenos a solução de Green & Ampt (1911) resulta em valores muito altos da taxa de infiltração, sem valor prático. Para esses tempos pequenos, a frente de molhamento ainda avançou muito pouco ( $z_f$  pequeno) que, aliado ao fato da suposição de uma transição abrupta de teor de água e potencial na posição da frente leva a uma superestimativa da taxa de infiltração.

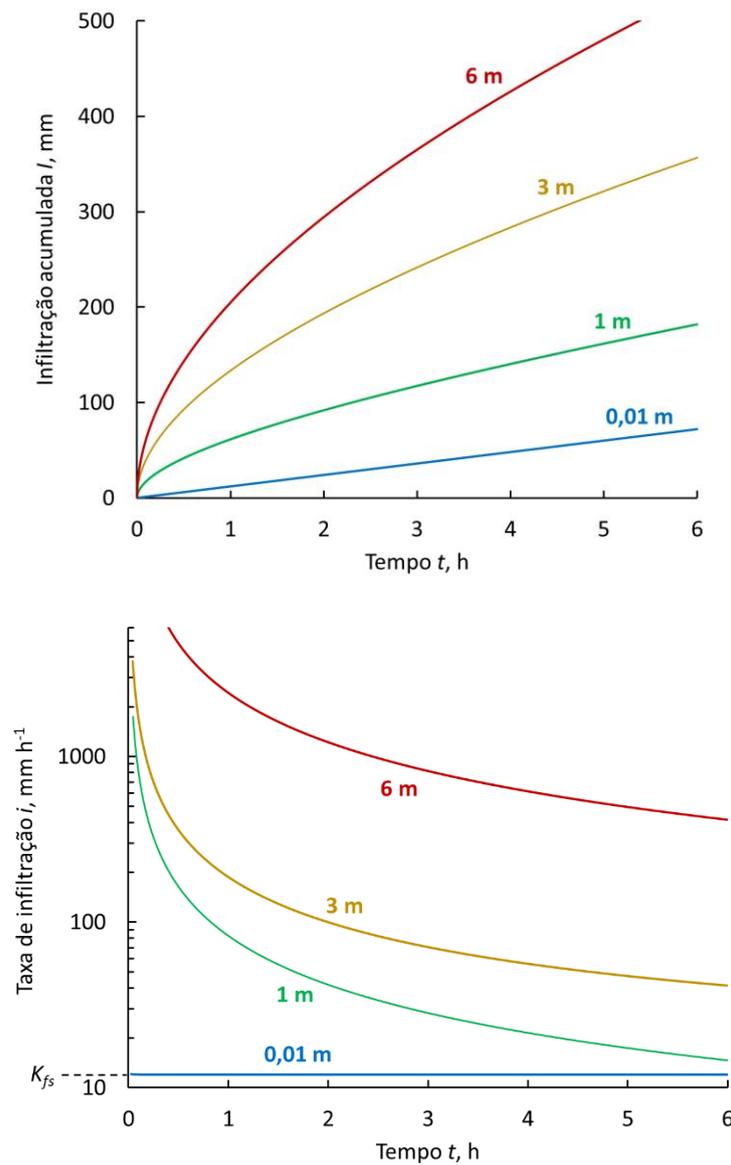


Figura 5.28 - Taxa de infiltração  $i$  e infiltração acumulada  $I$  calculadas pelo modelo de Green & Ampt (1911) - Eq. [5.159] - para quatro valores do potencial matricial inicial  $h_1$  (-0,01 m, -1 m, -3 m e -6 m), considerando  $K_{fs} = 12 \text{ mm h}^{-1}$  e  $\theta$ - $h$  relacionados pelos parâmetros de Van Genuchten  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_{fs} = \theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,5$ .

**EXERCÍCIO 5.25**

Faça uma figura da infiltração acumulada  $I$  versus o tempo usando o modelo de Green & Ampt (1911) (Eq. [5.158]), como na Figura 5.28, para verificar a sensibilidade do resultado ao valor de  $K_{fs}$ . Utilize  $K_{fs} = 12 \text{ mm h}^{-1}$  e  $24 \text{ mm h}^{-1}$ . Utilize os mesmos parâmetros de Van Genuchten da Figura 5.28. Para que precisa desses parâmetros?

Na Figura 5.29 apresenta-se uma representação da taxa de infiltração durante um evento de chuva de intensidade constante, calculada pelo modelo de Green & Ampt (1911). Durante a fase inicial da chuva, até o tempo de empçoamento  $t_p$ , toda a água infiltra e não há formação de enxurrada. A partir de  $t_p$ , a intensidade da chuva  $p$  supera a taxa de a infiltração  $i$ , fazendo com que o excesso acumule na superfície, compondo o escoamento superficial  $R$ .

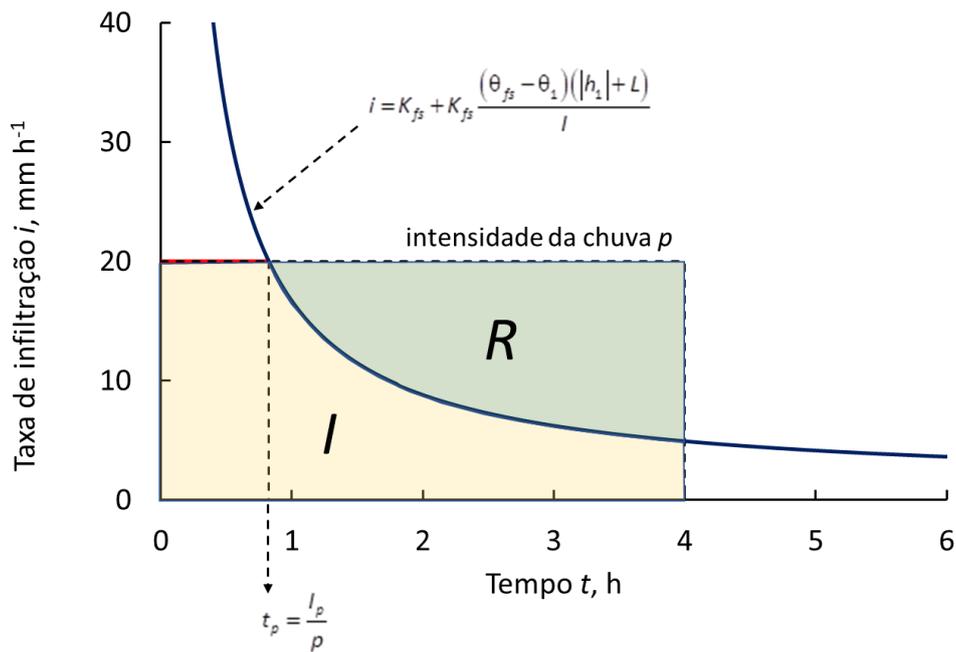


Figura 5.29 - Taxa de infiltração  $i$  calculada pelo modelo de Green & Ampt (1911), Eq. [5.151], durante uma chuva de intensidade constante de  $20 \text{ mm h}^{-1}$ , com identificação do tempo até o empçoamento  $t_p$ , a infiltração acumulada  $I$  e escoamento superficial  $R$ .

A equação de Philip

O trabalho de Philip (1955) já foi citado no item 5.12.3 tratando da infiltração horizontal, mas versa também sobre o cenário mais comum da infiltração vertical. Nesse caso, a equação de Richards (Eq. [5.99]) é escrita na coordenada vertical  $z$  como

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dH}{dz} \right] = \frac{d}{dz} \left[ K \frac{dh}{dz} + K \right] = \frac{d}{dz} \left[ D_H \frac{d\theta}{dz} + K \right] \quad [5.161]$$

Utilizando novamente a transformação de Boltzmann (Eq. [5.120]) verifica-se, em analogia à Eq. [5.126], que

$$-\frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left[ D_H \frac{d\theta}{d\lambda} \right] + \frac{\sqrt{t} dK}{d\lambda} \quad [5.162]$$

Para tempos pequenos, a Eq. [5.162] se torna igual à Eq. [5.126] e a solução para a infiltração vertical fica igual que para a horizontal, as Eqs. [5.128] e [5.131]. Para tempos maiores, no entanto, o último termo que inclui a raiz do tempo se torna importante. Philip (1955) mostrou uma série convergente como solução do problema, conforme

$$I = S\sqrt{t} + A_1 t + A_2 t^{1,5} + A_3 t^2 + A_4 t^{2,5} + \dots \quad [5.163]$$

e, conseqüentemente

$$i = \frac{S}{2\sqrt{t}} + A_1 + 1,5A_2\sqrt{t} + 2A_3 t + 2,5A_4 t^{1,5} + \dots \quad [5.164]$$

Na prática, as Eqs. [5.163] e [5.164] convergem depois de poucos de seus termos e consideram-se normalmente os primeiros dois somente, de forma que

$$I \approx S\sqrt{t} + A_1 t \quad [5.165]$$

e

$$i \approx \frac{S}{2\sqrt{t}} + A_1 \quad [5.166]$$

### 5.12.5 Determinação da capacidade de infiltração

A capacidade de infiltração de um solo pode ser determinada por medição direta no campo, ou, de posse das propriedades hidráulicas (retenção e condutividade), pode ser estimada por simulação hidrológica. Exemplos da simulação são apresentados no Item 10.5.

Devemos lembrar que os modelos apresentados nos itens anteriores supõem, implícita ou explicitamente, um solo homogêneo, isto é, não estratificado e com propriedades hidráulicas uniformes com a profundidade. Na realidade, não existe um solo assim e reconhecem-se camadas ou horizontes com propriedades hidráulicas distintas. É por isso que a capacidade de infiltração obtida num experimento de campo não pode ser traduzida, muitas vezes, em simples parâmetros das equações

apresentadas. Embora se façam, frequentemente, correlações entre a capacidade de infiltração e a condutividade hidráulica do solo saturado ( $K_s$ ) ou saturado em condições de campo ( $K_{fs}$ ).

Existem diversos métodos para a medição da capacidade de infiltração de um solo, em função do tempo. Não é objetivo aqui descrever todos eles, mas mencionamos o método do duplo anel concêntrico e o permeâmetro de Guelph (Salverda & Dane, 1993), os mais utilizados no Brasil. Detalhes e protocolos para cada método podem ser encontrados em manuais e coletâneas sobre métodos em irrigação e drenagem ou no manual de métodos de análise de solo da Embrapa, por exemplo.

O método mais clássico e direto é o método do duplo anel concêntrico. Por esse método, aplica-se uma lâmina de água num anel confeccionado em metal ou PVC com diâmetro da ordem de 0,20 m e altura de 0,20 a 0,30 cm. O anel é inserido no solo até uma profundidade da ordem de 0,10 m. Um segundo anel, de maior diâmetro (da ordem de 0,40 m) é inserido ao redor do primeiro. Aplica-se uma lâmina de água nos dois anéis, mantendo seu nível entre limites estabelecidos (geralmente entre 2,5 e 7,5 cm de altura acima da superfície) e mede-se a taxa de infiltração pela determinação da variação temporal da altura da lâmina de água no anel menor. Para garantir que a água infiltre no solo somente no sentido vertical a partir do anel interno, o anel externo tem a função de bordadura, garantindo o fluxo vertical a partir do anel menor (Figura 5.30). Fazem-se leituras ao longo de tempo, até verificar o estabelecimento de um equilíbrio dinâmico (quando a taxa de infiltração não varia mais entre leituras sucessivas), correspondendo à capacidade de infiltração final.

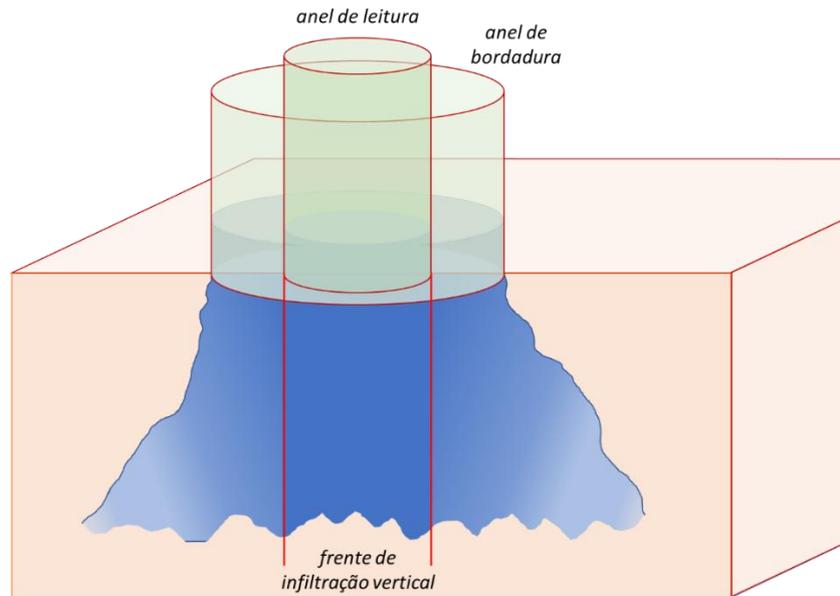


Figura 5.30 - Representação esquemática de um experimento de duplo anel concêntrico para a determinação da capacidade de infiltração, mostrando o anel externo de bordadura e o anel interno de leitura, a partir do qual supõe-se uma infiltração exclusivamente vertical.

## 5.13 Capacidade de campo

### 5.13.1 Introdução

Capacidade de campo é, provavelmente, a grandeza física do solo mais citada. Contudo, existem muitos mal-entendidos acerca do termo, cujo significado não é sempre bem entendido ou definido.

Originalmente, “capacidade de campo” (CC) é uma medida agronômica com aplicação principalmente no manejo da irrigação, permitindo que uma lâmina de irrigação seja aplicada sem lixiviação excessiva. A definição clássica se origina de Veihmeyer & Hendrickson (1931) e foi traduzida para a língua portuguesa como “a quantidade de água retida pelo solo depois que o excesso tenha drenado e a taxa de movimento descendente tenha decrescido acentuadamente, o que geralmente ocorre dois ou três dias depois de uma chuva ou irrigação em solos permeáveis, de textura e estrutura uniformes”. A definição é imprecisa, empregando termos como “excesso de água”, “decréscimo acentuado” e “geralmente”.

É importante verificar que o conceito de capacidade de campo foi criado no âmbito do manejo da irrigação, mas que seu valor é usado para algumas outras aplicações também. Assim, é comum sua utilização como limite superior da água disponível para as plantas ou como teor de água máximo em modelos de compartimento (Item 6.4.2), que consideram que qualquer excesso acima da capacidade de campo seja drenado instantaneamente. Também é comum sua interpretação como o teor máximo de água que o solo pode reter contra a força da gravidade ou teor de água do solo após dois ou três dias de drenagem a partir da saturação. Ainda, ela é as vezes usada como limite entre macro- e microporosidade e, por último, como mero parâmetro de caracterização de um solo.

Pela própria definição constata-se que não parece possível determinar a CC com base em uma amostra de uma camada de solo, pois a taxa de drenagem dependerá da inserção da amostra no perfil do solo ao qual pertence. Em outras palavras, na verdade a CC se refere ao estado hídrico de um (perfil de) solo e a CC de um horizonte de um solo, se é que interessa determiná-la, depende das camadas sobre- e subjacentes. Métodos que visam a determinação da CC com base em amostras de solo, deformadas ou não são, portanto, conceitualmente incorretos.

No entanto, motivado pela economia de tempo, correlações entre o teor de água ou o potencial da água na capacidade de campo e parâmetros relacionados com a composição granulométrica, porosidade e tempo de drenagem foram estabelecidas no passado. A facilidade da determinação, em laboratório, do teor de água do solo em função de um potencial matricial, quando comparada com a determinação da capacidade de campo *in situ* tem levado muitos pesquisadores a utilizar o teor de água que corresponde a potenciais fixos, sendo os valores mais utilizados -3,3 m, -1 m ou -0,6 m. Essa prática reduz a validade da utilização da CC, pois ignora o verdadeiro conceito que lhe deu origem.

### **5.13.2 A capacidade de campo em solos com lençol freático raso**

Um caso especial da capacidade de campo ocorre em condições de campo que apresentam um lençol freático próximo à superfície, digamos, numa profundidade menor que 1,5 m. Nessa situação, o equilíbrio dos potenciais entre a superfície e a profundidade do lençol freático pode se estabelecer num tempo relativamente curto,

dependendo da profundidade do lençol freático (quanto mais raso, mais rápido) e das propriedades hidráulicas do perfil do solo. Estabelece-se um perfil de potenciais como apresentado na Figura 3.30a, o perfil de equilíbrio na presença de um lençol freático. Observe que o potencial matricial da água na superfície do solo é em módulo igual à profundidade do lençol freático. Outros exemplos desse tipo de cenário são dados no Capítulo 10 (Item 10.7).

O equilíbrio final pode ser atingido em poucos dias e pode, portanto, servir como condição de capacidade de campo. Nessa situação, o potencial matricial  $h$  varia linearmente entre zero na profundidade do lençol freático ( $z_l$ , m) e  $-z_l$  na superfície do solo conforme

$$h = z - z_l \Leftrightarrow |h| = z_l - z \quad [5.167]$$

Uma estimativa simples do potencial matricial na capacidade de campo ( $h_{cc}$ , m) nesses casos poderia ser obtida pelo potencial médio no perfil entre  $z = 0$  e  $z = z_l$ , que é simplesmente

$$h_{cc} = -\frac{z_l}{2} \quad [5.168]$$

Por outro lado, a parte do perfil muito próximo do lençol freático pode não ser de interesse agrônômico, pois as raízes das plantas normalmente não crescem em camadas com teor de água tão elevado. Assim, definindo uma profundidade  $z_r$  (m) como profundidade de interesse (poderia ser entendido como: profundidade de enraizamento), o potencial matricial da capacidade de campo igual ao valor médio na zona radicular (entre  $z = 0$  e  $z = z_r$ ) será

$$h_{cc} = \frac{z_r}{2} - z_l \quad [5.169]$$

A Figura 5.31, análoga à Figura 3.30a, ilustra a situação.

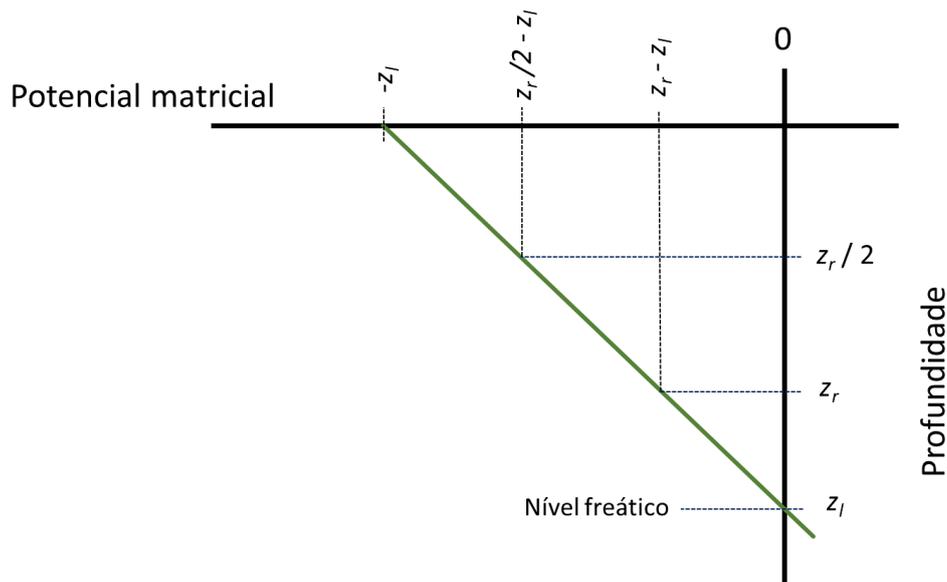


Figura 5.31 - Perfil do potencial matricial em equilíbrio com o lençol freático na profundidade  $z_l$ , mostrando também a profundidade máxima de enraizamento  $z_r$  e alguns valores de potenciais associados conforme a Eq. [5.167].

Pela relação inversamente proporcional que existe entre o potencial matricial e o raio dos poros que contêm água, considera-se às vezes mais adequado aplicar uma média da transformada logarítmica do potencial. Nesse caso teremos

$$\ln|h_{cc}| = \frac{\int_0^{z_r} \ln|h| dz}{\int_0^{z_r} dz} = \frac{\int_0^{z_r} \ln(z_l - z) dz}{z_r} \tag{5.170}$$

Para resolver a integral verificamos inicialmente que

$$\int \ln(z_l - z) dz = -z + (z_l - z) \ln(z_l - z) + C \tag{5.171}$$

e obtemos a seguinte solução para a Eq. [5.170]:

$$\ln|h_{cc}| = \left(1 - \frac{z_l}{z_r}\right) \ln(z_l - z_r) + \frac{z_l}{z_r} \ln(z_l) - 1 \tag{5.172}$$

que pode também ser escrita como

$$\ln|h_{cc}| = \ln \left[ (z_l - z_r)^{\left(1 - \frac{z_l}{z_r}\right)} (z_l)^{\frac{z_l}{z_r}} \right] - 1 \tag{5.173}$$

donde segue que, em condições com um lençol freático raso

$$h_{cc} = -e \ln \left[ (z_l - z_r) \left( 1 - \frac{z_l}{z_r} \right) \left( z_l \frac{z_l}{z_r} \right) \right]^{-1} \quad [5.174]$$

A Figura 5.32 ilustra o significado das Eqs. [5.169] e [5.174] para alguns valores da profundidade do lençol freático  $z_l$ . Observe que quanto mais raso o lençol freático, menos negativo o potencial matricial (maior o teor de água) associado à capacidade de campo. Uma profundidade de enraizamento maior também deixa o  $h_{cc}$  menos negativo. A figura ainda demonstra que diferenças significativas entre as duas formas para calcular o potencial médio (pela Eq. [5.169] ou pela [5.174]) ocorrem somente quando  $z_r$  se aproxima de  $z_l$ .

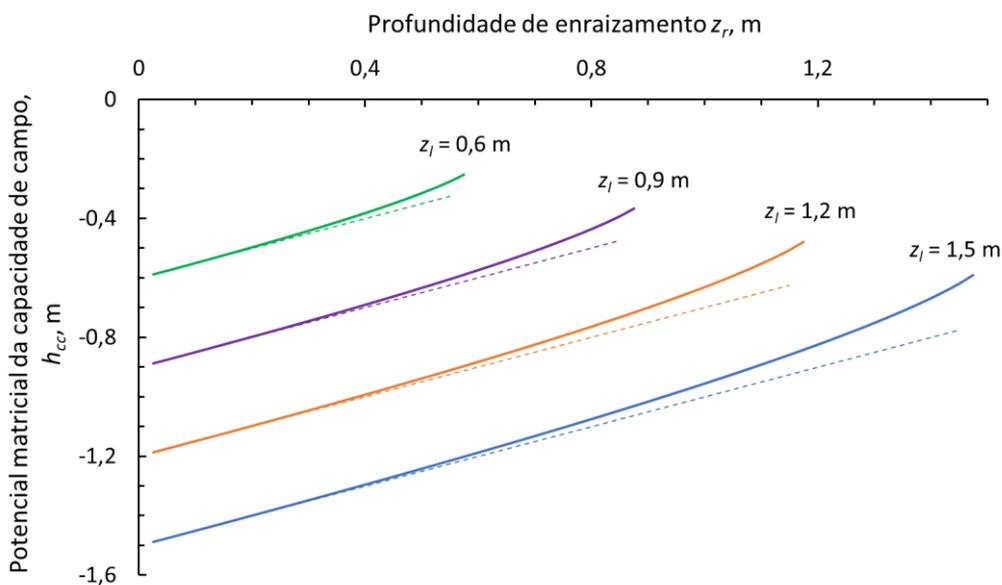


Figura 5.32 - Potencial matricial da capacidade de campo ( $h_{cc}$ ) em função da profundidade de enraizamento ( $z_r$ ) num solo com o lençol freático raso (apresentando quatro valores da profundidade do lençol freático  $z_l$ ), calculado de acordo com a equação linear (Eq. [5.169], linhas pontilhadas) e logarítmica (Eq. [5.174], linhas sólidas).

### 5.13.3 Experimentos para determinar a capacidade de campo

Observando sua definição, a CC pode ser determinada executando ou simulando um experimento de drenagem interna até que a percolação atinja um valor pequeno que corresponderia, conforme a definição original, ao instante em que “o excesso tenha

drenado e a taxa de movimento descendente tenha decrescido acentuadamente”. A taxa de drenagem considerada desprezível é determinada de forma subjetiva, pois pode variar dependendo da condição ou finalidade. Assim, no manejo da irrigação, uma taxa de drenagem diária de 1 ou 2 mm pode ser considerada suficientemente pequena, enquanto para um estudo da poluição do subsolo ou do lençol freático essa mesma taxa pode ser considerada alta. Fica evidente que o valor de capacidade de campo a ser considerado nesses dois casos seria diferente para o mesmo solo. Em última análise, isso significa que não existe uma única capacidade de campo do solo, mas que a CC é sempre definida considerando uma taxa de drenagem considerada desprezível dentro do contexto. Dessa forma, a CC deve ser expressa como função do valor de drenagem aceitável.

Exceto no caso de cenários com um lençol freático raso (Item 5.13.2), um experimento de campo para determinar a CC pode parecer a melhor opção, mas é importante considerar que ele é trabalhoso e sujeito a erros. Para representar uma parcela maior, um experimento desse tipo deveria ser repetido algumas vezes. O experimento consiste no monitoramento do teor de água do solo em função da profundidade num solo após a sua saturação utilizando sensores de umidade, tensiômetros ou mesmo pela pesagem de amostras antes e depois da secagem em estufa.

#### **5.13.4 Simulação de experimentos para determinar a capacidade de campo**

Quando as propriedades de retenção e condutividade hidráulica dos horizontes de um solo são conhecidas, pode-se simular um experimento de capacidade de campo (também chamado de “drenagem interna”) utilizando um modelo numérico baseado na equação de Richards, como o Hydrus (Šimůnek et al., 2016) ou o SWAP (Kroes et al., 2017). Essa é uma forma eficiente de se verificar a relação entre tempo decorrido, potencial ou teor de água e taxa de drenagem e pode ser usada para então determinar a CC do solo que corresponde a determinada taxa de drenagem. A Figura 5.33 mostra resultados de uma simulação assim, iniciando-se na saturação completa de um solo de 100 cm de profundidade. Igual a um experimento real para a determinação da CC, no cenário de simulação se considera que não haja infiltração de água de chuva, nem evaporação ou transpiração e que a drenagem na base do perfil ocorra sem

impedimentos. Na simulação ilustrada na figura utilizou-se um solo (padrão) com  $K_s = 0,1 \text{ m d}^{-1}$  e parâmetros de equação de Van Genuchten (1980) igual e  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,5$  e  $l = 0,5$ , os mesmos parâmetros usados na figura da curva de retenção (Figura 3.31) e da condutividade hidráulica (Figura 5.33). A simulação foi realizada também para um solo com maior  $\alpha$ , maior  $n$ , menor  $K_s$  e menor  $l$ , para ilustrar como esses parâmetros podem afetar o resultado do experimento. Observe que no Capítulo 10 (Item 10.2) se apresentam alguns outros exemplos e resultados de simulações de cenários.

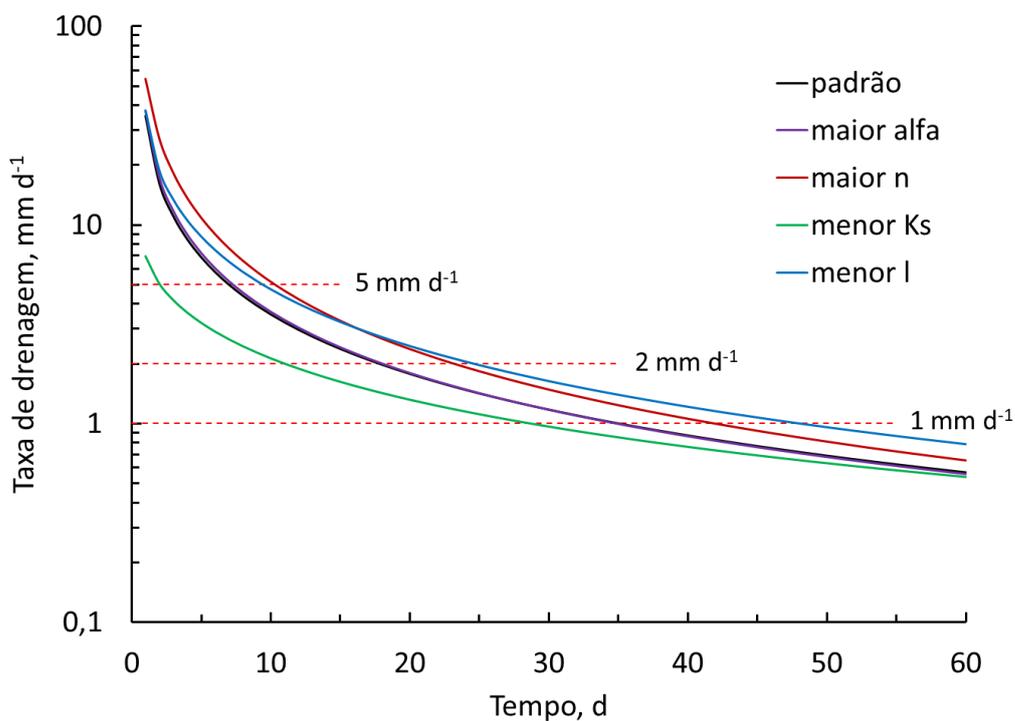


Figura 5.33 - Taxa de drenagem em função do tempo após saturação completa simulada para um solo (padrão) de 100 cm de profundidade com  $K_s = 0,1 \text{ m d}^{-1}$ ,  $\theta_r = 0,1 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,5$  e  $l = 0,5$ . A curva “maior  $\alpha$ ” representa os mesmos parâmetros com  $\alpha = 3 \text{ m}^{-1}$ ; a curva “maior  $n$ ” representa os mesmos parâmetros com  $n = 2$ ; a curva “menor  $K_s$ ” representa os mesmos parâmetros com  $K_s = 0,02 \text{ m d}^{-1}$ ; a curva “menor  $l$ ” representa os mesmos parâmetros com  $l = -2$ .

A Figura 5.34 mostra, para o solo padrão da Figura 5.33, os perfis de potencial matricial e densidade de fluxo nos instantes em que a taxa de drenagem é 5, 2 e

1 mm d<sup>-1</sup>, o que ocorre aos 7,4, 18,1 e 35,2 dias após o início do experimento, respectivamente. Na figura verifica-se que os valores médios do potencial matricial são, nesses instantes, -69, -102 e -132 cm respectivamente. Esse exemplo ilustra que se pode encontrar uma variedade de potenciais matriciais (e teores de água) para um mesmo solo, em função do critério de fluxo adotado. Também mostra que, no instante em que a drenagem no fundo do perfil atinge um determinado valor, o potencial matricial (e o teor de água) variam em função da profundidade. Esses são algumas evidências que mostram que não existe uma única e “verdadeira” capacidade de campo de um solo.

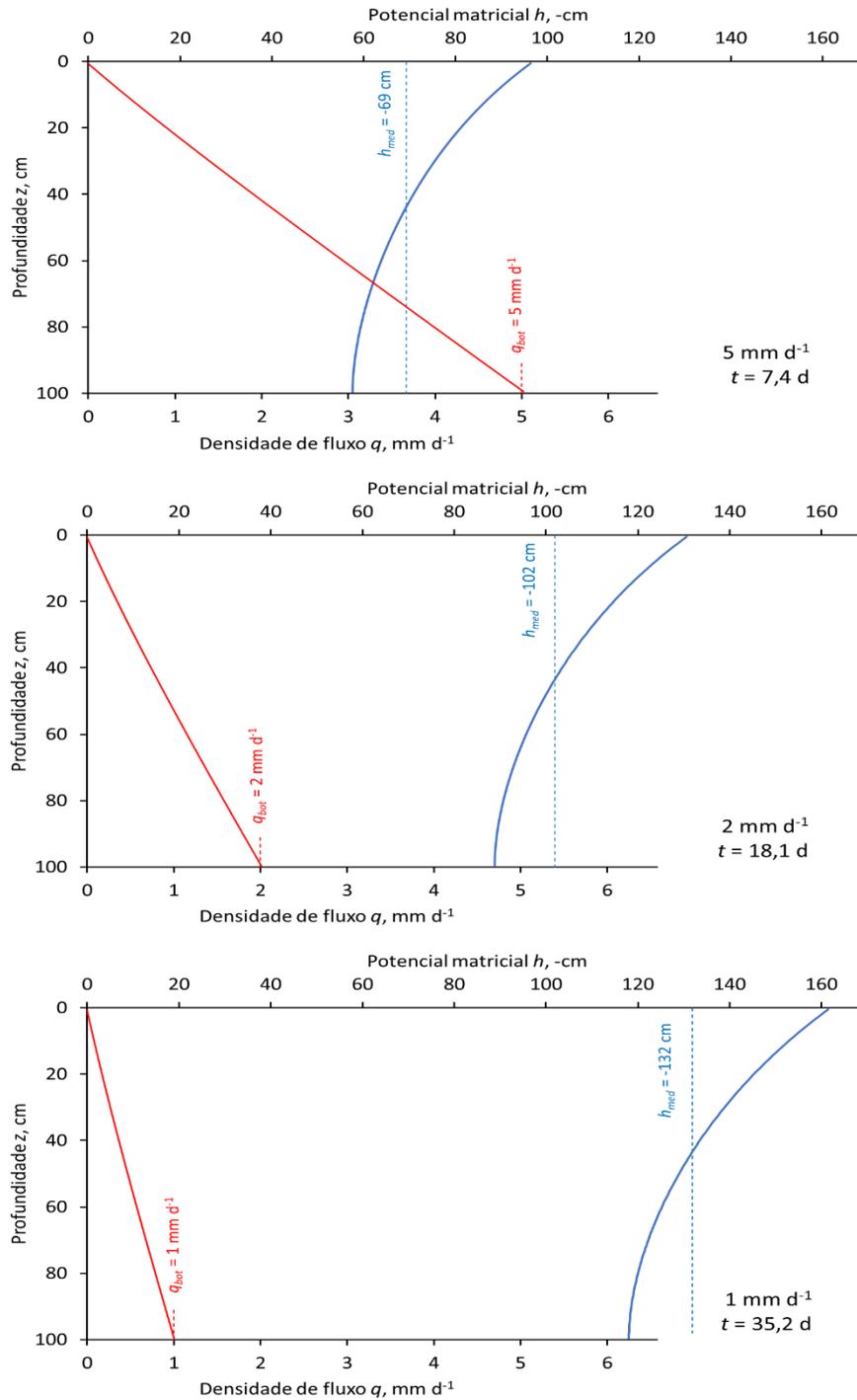


Figura 5.34 - Perfis de potencial matricial e densidade de fluxo obtidos pela simulação de um experimento de capacidade de campo para o mesmo cenário do solo padrão da Figura 5.33 nos instantes em que a taxa de drenagem é 5, 2 e 1 mm d<sup>-1</sup>, aos 7,4, 18,1 e 35,2 dias após o início do experimento, respectivamente.

**EXERCÍCIO 5.26**

Observe, na Figura 5.34, que no experimento de drenagem a densidade de fluxo decresce linearmente com a profundidade. Demonstrar que isso corresponde a uma redução do teor de água  $d\theta/dt$  igual em todas as profundidades.

Na mesma linha de atuação, Twarakavi et al. (2009) utilizaram o modelo Hydrus (Šimůnek et al., 2016) e estimaram os valores de capacidade de campo de um número grande de solos, discutindo a sensibilidade da determinação às propriedades hidráulicas do solo e ao critério da taxa de drenagem adotado. Propuseram a seguinte equação empírica para a estimativa do teor de água na capacidade de campo em função de outros parâmetros físicos do solo:

$$\theta_{cc} = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) n^{0,60 \log_{10} \left( \frac{q_{cc}}{K_s} \right)} \quad [5.175]$$

onde  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  e  $n$  são os parâmetros da equação da curva de retenção de Van Genuchten (1980),  $K_s$  é a condutividade hidráulica do solo saturado e  $q_{cc}$  é o fluxo considerado desprezível para efeito de capacidade de campo. Observa-se que  $K_s$  e  $q_{cc}$  devem ser expressos na mesma unidade de comprimento por tempo ( $L T^{-1}$ ). O fator 0,60 é empírico e função dos solos utilizados.

Combinando a Eq. [5.175] com a equação de Van Genuchten (1980) obtém-se a seguinte expressão para o potencial matricial na capacidade de campo,  $h_{cc}$  (cm):

$$h_{cc} = \frac{\left( \frac{n^{0,60 \log_{10} \left( \frac{q_{cc}}{K_s} \right)} - 1}{n^{1-n} - 1} \right)^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \quad [5.176]$$

Nessa equação,  $h_{cc}$  assume a unidade inversa da do parâmetro  $\alpha$  da equação de Van Genuchten (1980). Por exemplo, se  $\alpha$  é expresso em  $cm^{-1}$ ,  $h_{cc}$  será em cm. Twarakavi et al. (2009) concluíram que o uso de um fluxo “desprezível” de  $0,01 \text{ cm d}^{-1}$  resultou em boas estimativas da capacidade de campo para uma ampla gama de solos e para esse

valor de  $q_{cc}$  as equações [5.175] e [5.176], para  $K_s$  em  $\text{cm d}^{-1}$ , se tornam respectivamente:

$$\theta_{cc} = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) n^{-0,60(2+\log_{10} K_s)} \quad [5.177]$$

$$h_{cc} = \frac{\left( n^{\frac{0,60n(2+\log_{10} K_s)}{n-1}} - 1 \right)^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \quad [5.178]$$

### EXERCÍCIO 5.27

Utilizando o cenário das Figuras 5.33 e Figura 5.34, avaliar as equações propostas por Twarakavi et al. (2009). Calcular  $h_{cc}$  (Eq. [5.176]) e  $\theta_{cc}$  (Eq. [5.175]) para os fluxos de 5, 2 e 1  $\text{mm d}^{-1}$  e comparar com os valores da Figura 5.34.

(Resposta: Para 1  $\text{mm d}^{-1}$ :  $h_{cc} = -1,48 \text{ m}$ ;  $\theta_{cc} = 0,346 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ )

Com base em seus estudos, Twarakavi et al. (2009), da mesma forma que Souza e Reichardt (1996), chegaram à conclusão que a utilização de um valor de potencial matricial fixo para estimar a capacidade de campo não corresponde à realidade. A Figura 5.35 mostra os valores de  $h_{cc}$  em função da condutividade hidráulica saturada  $K_s$  para dois critérios de fluxo ( $q_{cc} = 0,1 \text{ mm d}^{-1}$ , conforme proposto por Twarakavi et al. (2009) e  $q_{cc} = 1 \text{ mm d}^{-1}$ , critério de fluxo considerado mais razoável para solos tropicais de acordo com De Jong Van Lier & Wendroth (2016), calculados pela equação [5.176] para solos com  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$  e para quatro valores do parâmetro  $n$ . A figura mostra a tendência que intuitivamente é percebida: valores maiores de  $K_s$  resultam numa drenagem mais rápida, fazendo com que o solo seque mais (potencial matricial mais negativo) até atingir a taxa de drenagem pré-estabelecida como desprezível. Evidentemente, para o critério de fluxo maior ( $1 \text{ mm d}^{-1}$ ), os valores do  $h_{cc}$  são menos negativos, entre -0,5 e -3 m para a maior parte das combinações de parâmetros.

As equações desenvolvidas por Twarakavi et al. (2009) serviram aqui somente como exemplo. Elas foram desenvolvidas utilizando um banco de dados de solos que, na sua maioria, se localizam em regiões de clima temperado. Além disso, a Eq. [5.176] não permite a inclusão de heterogeneidade vertical (estratificação) do solo que, quando ocorre, pode ter um efeito importante no teor de água e no potencial correspondente à capacidade de campo (De Jong Van Lier & Wendroth, 2016). Contudo, a solução para o problema de sistemas multicamadas já existe, na forma dos modelos hidrológicos

numéricos baseados na equação de Richards. Um desses modelos foi utilizado pelo próprio Twarakavi et al. (2009) e depende somente das propriedades hidráulicas em função da profundidade para calcular os fluxos, sem precisar de critérios para estabelecer uma taxa desprezível.

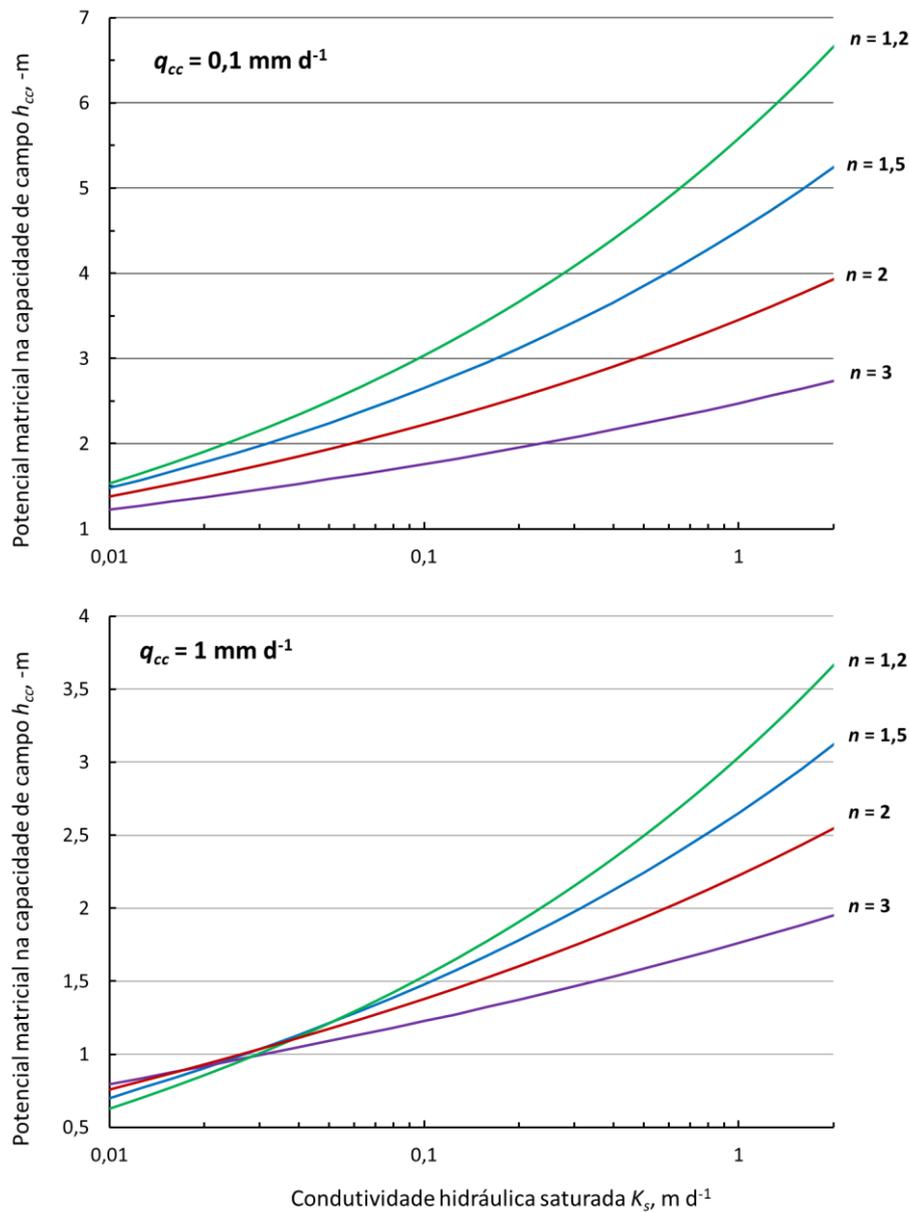


Figura 5.35 - Potencial matricial correspondente à capacidade de campo ( $h_{cc}$ , cm) em função da condutividade hidráulica saturada  $K_s$  (cm d<sup>-1</sup>) de acordo com a Eq. [5.176] (Twarakavi et al., 2009) para solos com  $\alpha = 1,5 \text{ m}^{-1}$  e para quatro valores do parâmetro  $n$ , considerando (a)  $q_{cc} = 0,1 \text{ mm d}^{-1}$  e (b)  $q_{cc} = 1 \text{ mm d}^{-1}$ .

### 5.13.5 A capacidade de campo como limite de disponibilidade de água

Além de seu uso no manejo da irrigação, a capacidade de campo é também usada nas definições de disponibilidade de água no solo para as culturas. Na modelagem simplificada do balanço hídrico do solo em modelos de compartimento, como usada em DSSAT (Ritchie, 1998), Aquacrop (Steduto et al., 2009) e diversos outros modelos, a CC é utilizada para definir a quantidade máxima de armazenamento de água. Esses modelos presumem implicitamente que toda a água armazenada no solo acima da CC é drenada instantaneamente e, assim, irreversivelmente indisponível para as plantas. Na realidade, porém, essa drenagem leva algum tempo (dias) durante o qual, de fato, as plantas absorvem essa água. Além disso, depois de drenada, parte da água pode retornar à zona radicular por ascensão capilar.

A quantidade de água absorvida por uma cultura proveniente do solo acima da capacidade de campo depende de vários fatores, entre esses o próprio valor da CC utilizado e as condições meteorológicas. De Jong Van Lier (2017) demonstrou que, para o clima de Piracicaba (SP), uma fração da água transpirada em torno de 20% provém do solo acima da capacidade de campo. O valor varia em função do critério usado para definir a capacidade de campo, como mostra a Figura 5.36.

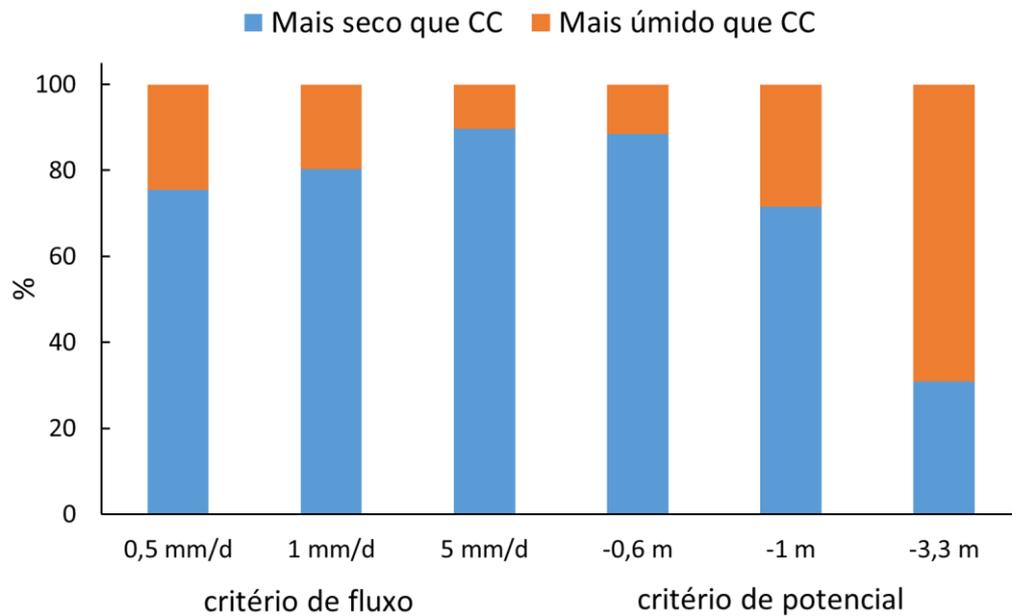


Figura 5.36 - Fração da água transpirada que provém do solo acima (mais úmido) e abaixo (mais seco) que a capacidade de campo (CC definida por três critérios de fluxo e três critérios de potencial matricial). Valores médios, avaliados com dados meteorológicos de Piracicaba (SP) em oito solos da região, considerando uma profundidade do sistema radicular de 60 cm. Maiores detalhes em De Jong Van Lier (2017).

#### EXERCÍCIO 5.28

Explicar por que, na Figura 5.36, a fração da água transpirada que provém do solo acima da CC (parte cor-de-laranja) aumenta conforme diminui a taxa de fluxo usado como critério para estabelecer a CC, ou conforme o potencial usado para calcular a CC se torna mais negativo.

Independentemente da forma como a CC é estimada, no campo o conteúdo de água acima da CC pode ocorrer e a água pode ser retirada do solo pelas plantas nessas condições. Consequentemente, a CC pode ser usada como critério para práticas de irrigação, mas possivelmente falha como um indicador abrangente da água disponível na lavoura. A Figura 5.36 mostra um exemplo de como a absorção de água de um solo mais úmido que a CC pode representar uma parcela significativa da absorção total. Como essa parcela representa uma quantidade considerável, a CC não é um verdadeiro limite superior de água disponível e os modelos que consideram isso implicitamente subestimam a água disponível no solo.

# 6 A relação solo-planta-atmosfera

---

## 6.1 Evaporação e transpiração

### 6.1.1 Evapotranspiração potencial, real e relativa

A transferência de água do solo à atmosfera (*Soil-Vegetation-Atmosphere Transfer*, SVAT) ocorre por meio de dois processos simultâneos: pela evaporação, movimento direto da água da superfície do solo à atmosfera e pela transpiração, quando a água é absorvida pelo sistema radicular e evapora (“transpira”) nas folhas da planta. Pela dificuldade de se separar, experimentalmente, os dois processos, é comum referir-se ao conjunto, denominado evapotranspiração (*ET*).

Ambos a transpiração e a evaporação são movidas por uma diferença de potencial total da água nas diversas partes do sistema. O potencial menor da água (mais negativo) é encontrado na atmosfera, onde o vapor d’água tem um potencial  $h_{vapor}$  em função da umidade relativa do ar ( $\Omega$ ) (Figura 6.1). É por isso que toda a água do solo tende a movimentar-se em direção ao estado de vapor na atmosfera. Somente quando a umidade relativa fica muito próximo a 100%, esse potencial se torna menos negativo que o potencial da água no solo e a evapotranspiração cessa, mas para umidades relativas abaixo de 99%, aproximadamente, há sempre evapotranspiração. A equação termodinâmica que correlaciona  $h_{vapor}$  e  $\Omega$  é apresentada e discutida com mais detalhe no Item 7.4 do capítulo sobre movimento de gases no solo (Eq. [7.17]).

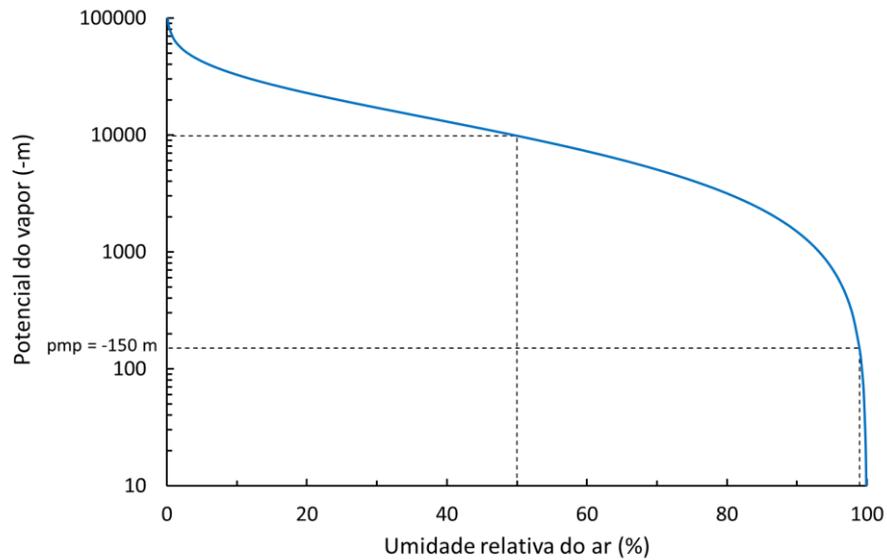


Figura 6.1 - Potencial do vapor na atmosfera em função da umidade relativa, a 300 K.

Figura elaborada com base na Eq. [7.17].

O potencial da água na zona não-saturada do solo ( $h_{solo}$ ) é função do teor de água e das propriedades de retenção. Ele atinge seu valor máximo (zero) quando o solo está saturado com água e será negativo em qualquer condição não-saturada. Os potenciais na planta (raízes, caule, folhas) se estabelecem em função dos potenciais do solo, da atmosfera e das resistências ao fluxo encontradas no sistema (Figura 6.2). Um trabalho clássico que descreve esse sistema de potenciais e resistências é o de Cowan (1965).

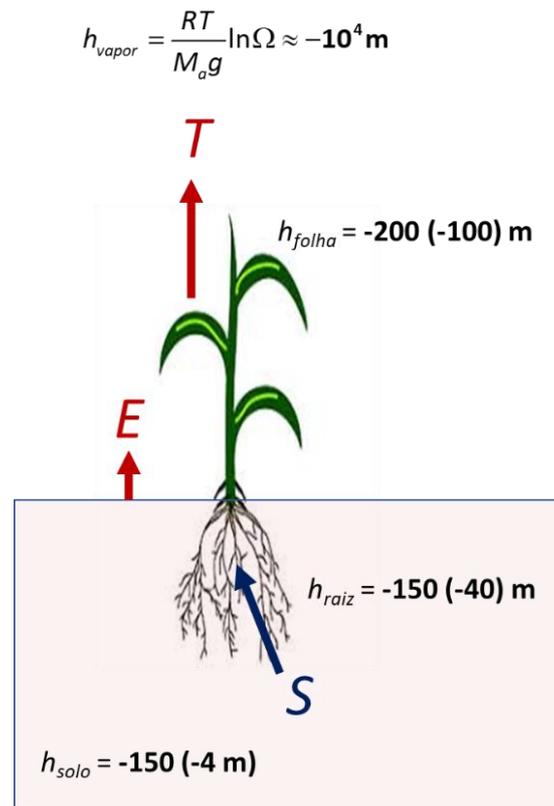


Figura 6.2 - Potenciais no solo, sistema radicular, folha e atmosfera. O valor do potencial na atmosfera é dado para a umidade relativa de 50% (Figura 6.1). Os valores apresentados para solo, raiz e folha são os mínimos, enquanto valores modais para essas partes estão entre parênteses.  $E$ ,  $T$  e  $S$  representam a evaporação, transpiração e extração radicular, respectivamente.

Quando não há limitação do fornecimento de água pela fonte (solo), o processo de evapotranspiração é denominado *sink-limited* (limitado pelo sumidouro, a atmosfera), ou seja, a  $ET$  será determinada pela demanda evaporativa da atmosfera que é função, fundamentalmente, da radiação solar, do déficit de vapor e da velocidade de vento. Nessa condição, refere-se à  $ET$  como evapotranspiração potencial ( $ET_p$ ).

Contudo, quando o teor de água no solo é baixo, a transferência de água do solo à atmosfera (SVAT) pode se tornar *source-limited* (limitada pela fonte, solo) e a evapotranspiração real da cultura ( $ET_a$ ) será menor que a  $ET_p$ . A razão entre  $ET_a$  e  $ET_p$ , um coeficiente adimensional, é chamada de evapotranspiração relativa ( $ET_r$ ) ou coeficiente de estresse hídrico e é função do estado hídrico do solo (teor de água ou potencial matricial).

A condição *source-limited* (estresse hídrico) ocorre normalmente quando o potencial da água nas folhas atinge valores da ordem de -200 m. Nessa situação, para evitar uma redução maior do potencial a planta ajusta (aumenta) a resistência estomatal, assim reduzindo o fluxo de água por transpiração. Ao mesmo tempo, como a entrada do gás carbônico ( $\text{CO}_2$ ) ocorre pela mesma via estomatal (Figura 6.3), sua absorção é também reduzida pelo fechamento dos estômatos, resultando numa redução da fotossíntese e do acúmulo de biomassa. É por essa razão que normalmente se considera que o acúmulo relativo de biomassa ( $Y_r$ ), definido como o acúmulo real de biomassa por unidade de tempo  $dY_a/dt$  ( $\text{kg m}^{-2} \text{d}^{-1}$ ) dividido pelo acúmulo potencial por unidade de tempo  $dY_p/dt$  ( $\text{kg m}^{-2} \text{d}^{-1}$ ) é igual à  $ET_r$ :

$$\frac{dY_a}{dt} = ET_r \frac{dY_p}{dt} \quad [6.1]$$

Em outras palavras, a produtividade relativa é igual à evapotranspiração relativa e quando há redução da transpiração pelo fechamento de estômatos, haverá também redução da taxa fotossintética.

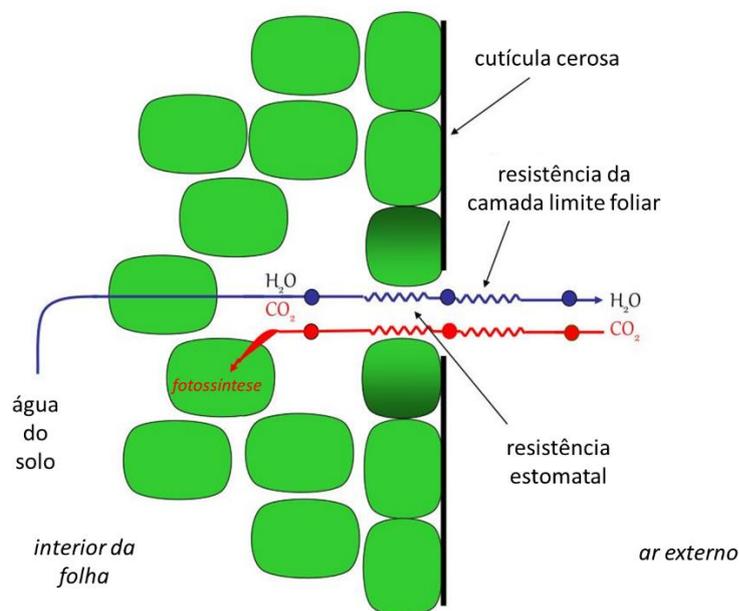


Figura 6.3 - Detalhe da superfície foliar, mostrando uma abertura estomatal com suas resistências ao fluxo de saída do vapor de água (transpiração) e o fluxo de entrada do gás carbônico (fotossíntese).

Enquanto o processo de evaporação não envolve, diretamente, a planta, a transpiração ocorre via a própria planta. A água transpirada, principalmente nas folhas das plantas, é extraída do solo pelo sistema radicular. Ao longo desse processo, a variação do teor de água armazenada na planta é muito pequena e para fins do entendimento do processo e de sua modelagem, essa variação é normalmente considerada nula. Sendo assim, a água deve ser extraída do solo pelo sistema radicular à mesma taxa que ela é transpirada pelas folhas. Em última análise, é por essa razão que uma planta precisa de água para realizar seu crescimento e que a otimização da produção agrícola requer a manutenção do teor de água do solo acima de um limite crítico.

É muito comum supor que o teor de água no solo, enquanto próximo ou na capacidade de campo (CC), não é um fator limitante em termos de disponibilidade de água às plantas. Entretanto, não há embasamento físico para tal afirmação, uma vez que a CC é um conceito estabelecido em função da drenagem de um solo sem vegetação (Item 5.13), não tendo, portanto, relação com os processos que implicam o déficit hídrico (Miller & Aarstad, 1971; De Jong Van Lier, 2017; Logsdon, 2019). Mesmo assim, essa abordagem é utilizada em muitos modelos de simulação de culturas com módulos hidrológicos simplificados.

Nesse capítulo iremos nos aprofundar na física do processo de extração da água do solo objetivando o entendimento dos fatores do solo que afetam a disponibilidade hídrica e a otimização da produtividade agrícola quanto ao consumo hídrico.

### **6.1.2 Transpiração: a fase de taxa constante e decrescente**

Numa condição sem chuva ou irrigação onde se tem uma planta ou vegetação num solo com teor de água alto, a transpiração ocorrerá à taxa determinada por fatores da própria planta (área foliar, geometria do dossel) e da atmosfera (radiação, temperatura, vento, umidade relativa), sem limitações do solo. Como vimos, essa condição é denominada de “sink limited” ou limitada pelo sumidouro, uma vez que o destino da água, a atmosfera, determina ou limita o processo. A taxa de transpiração correspondente é chamada de transpiração potencial ( $T_p$ ).

Se a transpiração perdurar nessa taxa potencial por alguns dias sem a ocorrência de chuva, o solo ficará mais seco. Consequentemente, reduzem a condutividade

hidráulica e o potencial matricial  $e$ , em determinado momento, a planta será impossibilitada de extrair dele a água demandada pelo dossel para suprir a demanda atmosférica. A partir desse momento, a extração de água do solo (e, portanto, a transpiração) irá ocorrer a taxas inferiores à transpiração potencial, caracterizando o *estresse hídrico* por falta de água. Nessa condição, também chamada de “source limited” ou limitada pela fonte (o solo), a taxa de transpiração irá diminuir no tempo.

Se expressarmos a transpiração em termos relativos à transpiração potencial, a transpiração relativa ( $T_r = T_a / T_p$ ) será igual a 1 durante a primeira fase ( $T_a = T_p$ ) e decrescente a partir da ocorrência de estresse hídrico (Figura 6.4). Daí que a primeira fase, com transpiração potencial e sem estresse hídrico, é também chamada de fase de taxa constante, enquanto a fase subsequente, com estresse hídrico, é também chamada de fase de taxa decrescente.

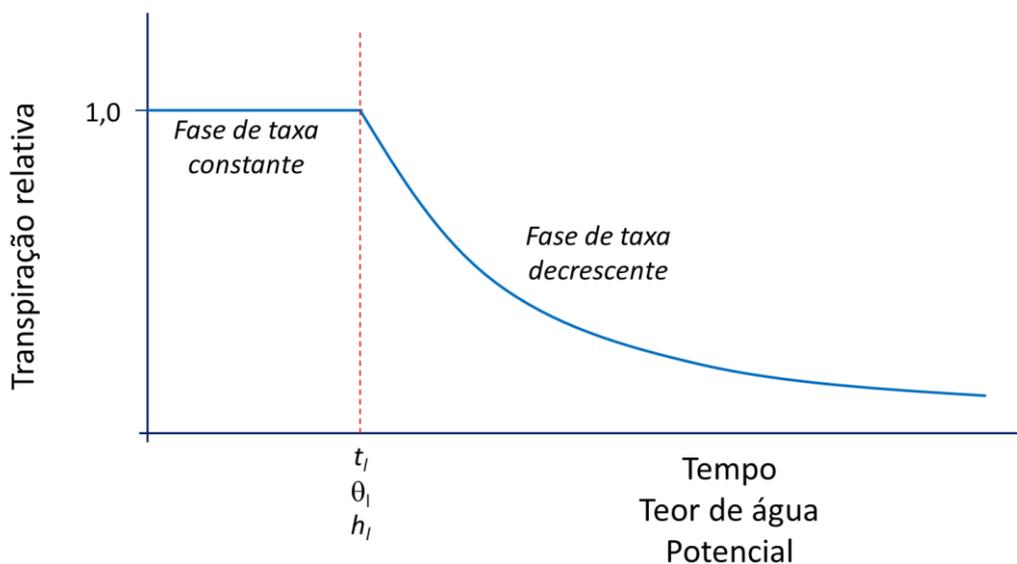


Figura 6.4 - Fases de taxa constante e decrescente de transpiração, ilustradas pela relação entre a transpiração relativa com o tempo, teor de água ou potencial, indicando as respectivas condições limitantes  $t_l$ ,  $\theta_l$  e  $h_l$ .

### 6.1.3 Evaporação: a fase de taxa constante, decrescente e desprezível

Fisicamente, o processo de evaporação e de transpiração consistem na passagem de água da fase líquida à gasosa. A diferença entre os dois é que a transpiração ocorre na superfície das folhas das plantas, enquanto a evaporação ocorre na superfície do solo.

Essa diferença tem duas consequências importantes para o entendimento do processo e para a sua modelagem. Em primeiro lugar, toda a água utilizada na evaporação é retirada dos primeiros milímetros superficiais de solo, enquanto a água da transpiração é extraída do solo ao longo das profundidades exploradas pelo sistema radicular, distribuída de acordo com a densidade radicular e as condições hídricas das camadas do solo. A segunda diferença importante está no valor inferior de potencial matricial que limita o processo. A transpiração é limitada pela capacidade do tecido vegetal em suportar tensões negativas e considera-se normalmente um valor de -150 m (ou -15 atm) como ponto de murcha permanente, o limite abaixo do qual não há mais extração radicular e transpiração. A evaporação, por outro lado, pode continuar até que o solo atinja o potencial do vapor atmosférico, com valores muito menores conforme mostra a Figura 6.1.

Assim, por ação da transpiração de uma vegetação ou cultura, um solo nunca pode se tornar mais seco do que o ponto de murcha permanente (potencial matricial de -150 m), mas pela evaporação ele pode atingir a condição denominada de “seco ao ar”. Como essa condição corresponde a potenciais muito negativos e valores de condutividade hidráulica muito baixos, a propagação dessa frente de secagem a partir da superfície evaporante ocorre muito lentamente em função das propriedades hidráulicas e é difícil que atinja profundidades muito grandes. No Item 10.4 são apresentados exemplos da redistribuição da água e dos potenciais da água num perfil de solo ao longo de um processo de evaporação.

As fases da evaporação, em função do tempo, potencial ou teor de água, são parecidas com as da transpiração apresentadas na Figura 6.4, mas como o processo procede até condições muito mais secas, reconhece-se mais uma fase, a fase de taxa desprezível ou nula (Figura 6.5). Tem-se assim a Fase I de taxa constante, na qual a evaporação é limitada pelo sumidouro e ocorre à taxa potencial. A partir de um determinado momento  $t_i$ , a condutividade hidráulica do solo fica tão reduzida que a taxa de evaporação se torna limitada pela fonte (o solo), caracterizando a Fase II de taxa decrescente. Numa Fase III, final, depois de um tempo arbitrário  $t_d$ , a taxa de evaporação é tão baixa que pode ser considerada praticamente nula.

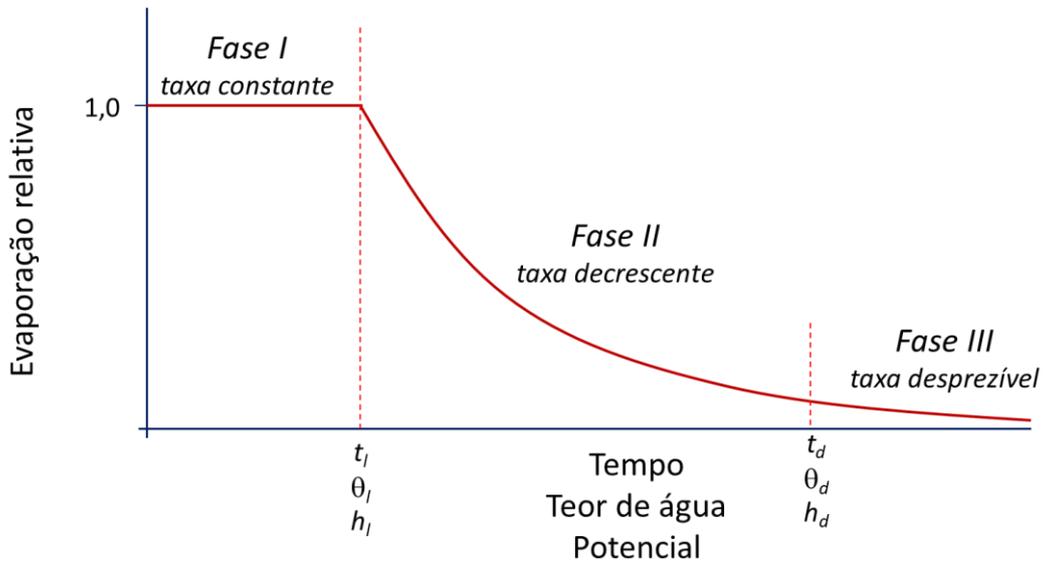


Figura 6.5 - Fases de taxa constante, decrescente e desprezível da evaporação, ilustradas pela relação entre a evaporação relativa com o tempo, teor de água ou potencial.

Black et al. (1969) deduziram uma expressão para calcular a evaporação na superfície de uma coluna de solo com teor de água inicial  $\theta_i$ , baseada na equação de Richards em termos da difusividade hidráulica (Eq. [5.100]):

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dx} \left[ D_H \frac{d\theta}{dx} \right] \tag{6.2}$$

Consideraram que o solo seca por evaporação até o teor de água  $\theta_0$  e que a superfície ( $z = 0$ ) atinge esse teor de água instantaneamente. Eles demonstraram que a taxa de evaporação ( $E$ ,  $m\ s^{-1}$ ) em função do tempo  $t$  será igual a

$$E = (\theta_i - \theta_0) \left( \frac{D_H}{\pi t} \right)^{0,5} \tag{6.3}$$

A evaporação acumulada  $E_{cum}$  (m) é a integral da Eq. [6.3] no tempo conforme

$$E_{cum} = \int_0^t E dt = (\theta_i - \theta_0) \int_0^t \left( \frac{D_H}{\pi t} \right)^{0,5} dt = 2(\theta_i - \theta_0) \left( \frac{D_H t}{\pi} \right)^{0,5} \tag{6.4}$$

De acordo com essa equação, Black et al. (1969) definiram um parâmetro  $C$  ( $m\ s^{-0,5}$ ) conforme

$$C = 2(\theta_i - \theta_0) \left( \frac{D_H}{\pi} \right)^{0,5} \tag{6.5}$$

de forma que

$$E_{cum} = Ct^{0,5} \quad [6.6]$$

e

$$E = \frac{dE_{cum}}{dt} = \frac{C}{2t^{0,5}} \quad [6.7]$$

Para a finalidade prática de se estimar a taxa de evaporação, o valor de  $C$  pode ser determinado experimentalmente medindo a evaporação durante algum tempo num lisímetro e calculando  $C$  como o quociente entre a evaporação acumulada e a raiz do tempo. Alternativamente, uma amostra cilíndrica indeformada de solo pode ser fechada no seu lado inferior e reinserida na superfície do solo, obtendo-se sua evaporação ao longo de alguns dias por pesagem.

Observe que a Eq. [6.3] não é definida para  $t = 0$ . Assim, não se recomenda sua utilização para tempos curtos, menores que  $t_l$  (Figura 6.5). Até  $t = t_l$ , na fase de taxa constante, pode se considerar uma taxa de evaporação potencial ( $E_p$ ) igual a

$$E_p = \frac{C}{2t_l^{0,5}} \quad [6.8]$$

A Figura 6.6 mostra a taxa de evaporação calculada utilizando essas equações para dois solos com valores distintos de  $C$ .

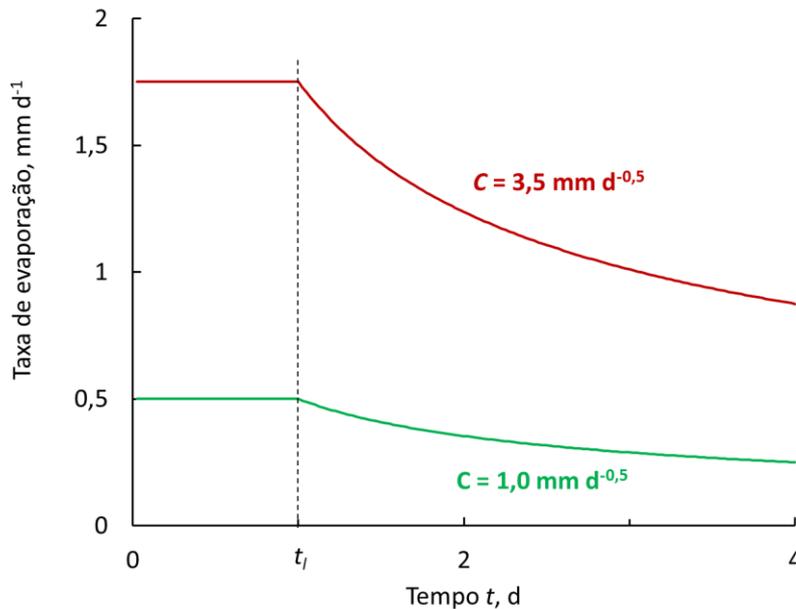


Figura 6.6 - Taxa de evaporação em função do tempo calculada utilizando a Eq. [6.3] de Black et al. (1969) para a fase de taxa decrescente ( $t > t_l$ ), considerando  $t_l = 1$  d e dois solos, um com  $C = 3,5 \text{ mm d}^{-1}$ , o outro com  $C = 1,0 \text{ mm d}^{-1}$ . Para a fase de taxa constante considerou-se  $E_p = E(t_l)$  (Eq. [6.8]).

#### 6.1.4 Evaporação na presença de um lençol freático

Na presença de um lençol freático relativamente raso, digamos dentro de dois metros de profundidade, um equilíbrio dinâmico se estabelece após algum tempo, com um fluxo ascendente no perfil do solo entre a profundidade do lençol freático e a superfície, com taxa invariável e igual à taxa de evaporação final. Esse fluxo e a evaporação final independem da taxa de evaporação potencial, pois ela é limitada pela fonte (solo) e a resistência hidráulica que o solo proporciona. Exemplos do caso são mostrados no Item 10.3 e a naquele item a Figura 10.10 mostra as taxas de evaporação e de ascensão capilar simuladas para um período de 20 dias. Para ambas as taxas de evaporação potencial, a evaporação final de equilíbrio, atingida em torno do dia 15, é de  $2 \text{ mm d}^{-1}$  aproximadamente e igual à densidade de fluxo de ascensão. As simulações desses cenários mostram que o solo possui uma capacidade limitada para transportar água do lençol freático até a superfície do solo.

Uma solução analítica do problema, isto é, uma solução analítica da equação de Richards nas condições de contorno específicas tem que considerar que, no equilíbrio final, a densidade de fluxo  $q$  em qualquer posição entre a profundidade do lençol

freático e a superfície do solo será igual à taxa de evaporação  $E$ . Em termos da equação de Buckingham-Darcy teremos

$$q = E = -K \frac{dH}{dz} = -K \frac{dh}{dz} - K \quad [6.9]$$

Qualquer solução da Eq. [6.9] dependerá de uma equação para expressão da relação entre condutividade hidráulica  $K$  e potencial matricial  $h$ . Uma solução é dada em Ripple et al. (1970) que, baseada na teoria de Gardner (1958) descreveram a função  $K(h)$  conforme

$$K = \frac{K_s}{\left(\frac{h}{h_{1/2}}\right)^n + 1} \quad [6.10]$$

onde  $h_{1/2}$  (m) é o potencial matricial no qual o valor da condutividade hidráulica é a metade de  $K_s$  e  $n$  é um parâmetro empírico que varia de 2 para solos argilosos e 5 para solos arenosos. Deduziram que a taxa máxima de evaporação ( $E_{max}$ , mm d<sup>-1</sup>) de um solo com condutividade hidráulica saturada  $K_s$  (mm d<sup>-1</sup>) e com um lençol freático na profundidade  $L$  (m) é dada por

$$E_{max} = -K_s \left[ \frac{\pi h_{1/2}}{nL \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \right]^n \quad [6.11]$$

## 6.2 Modelos empíricos da extração da água do solo por plantas

### 6.2.1 Introdução

A interação entre a taxa de transpiração de uma planta ou cultura agrícola e a disponibilidade de água no solo é uma questão complexa. Numa abordagem de engenharia usada no manejo da irrigação e na modelagem hidrológica é comum supor um valor crítico do teor de água ou do potencial matricial abaixo do qual a taxa de transpiração é reduzida. Experimentalmente se sabe que a densidade radicular e as propriedades hidráulicas do solo desempenham um papel importante na determinação desse valor crítico. Os modelos empíricos, no entanto, não incluem essas grandezas de forma explícita. Exemplos são os modelos aplicados pela FAO (Doorenbos et al., 1986;

Allan et al., 1998); e o modelo de Feddes et al. (1978), incluído em modelos hidrológicos como o Hydrus (Šimůnek et al., 2016) e o SWAP (Kroes et al., 2017).

### 6.2.2 O método da FAO

O método de estimativa da função de redução da FAO é utilizado, por exemplo, no modelo Aquacrop (Steduto et al., 2009). É baseado nos conceitos de Água Disponível (AD) ou *Total Available Water* (TAW) e Água Facilmente Disponível (AFD) ou *Readily Available Water* (RAW). AD é definido como a diferença entre  $\theta_{cc}$  e  $\theta_{pmp}$ , enquanto AFD é a diferença entre  $\theta_l$  e  $\theta_{cc}$ , onde  $\theta_l$  é o teor de água crítico ou limitante definido num fator  $p$ , a fração de água disponível, conforme

$$\theta_l = \theta_{pmp} + (1 - p)(\theta_{cc} - \theta_{pmp}) \quad [6.12]$$

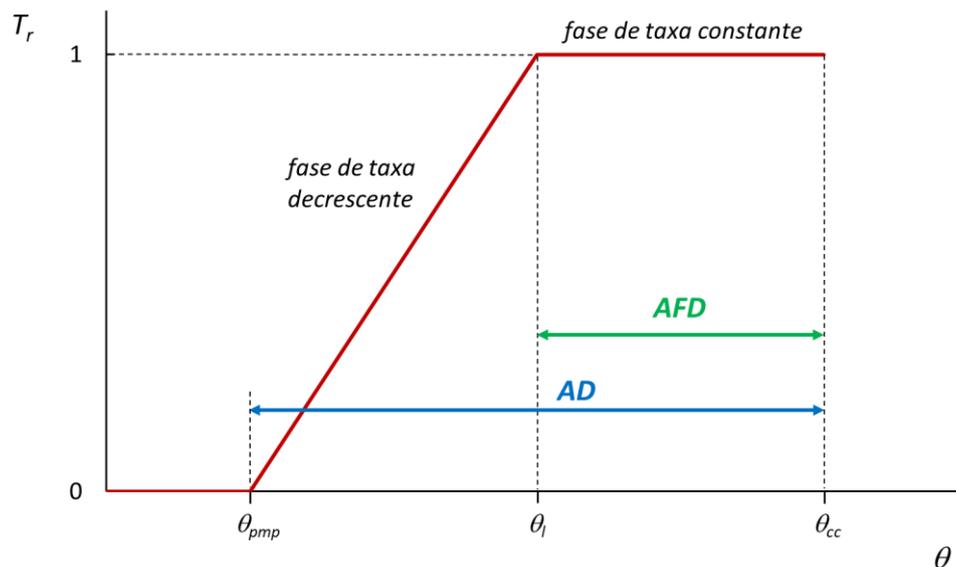


Figura 6.7 - A função de redução da FAO (Doorenbos et al., 1986), a transpiração relativa  $T_r$  em função do teor de água  $\theta$ , mostrando a Água Disponível (AD) e Água Facilmente Disponível (AFD).

#### EXERCÍCIO 6.1

Demonstrar que o fator  $p$  da Eq. [6.12] é igual a  $AFD / AD$

Valores para o fator  $p$ , em função da demanda atmosférica (evapotranspiração potencial da cultura,  $ET_c$ ) e para quatro grupos que definem a sensibilidade da cultura, foram tabelados pela FAO e estão representados na Tabela 6.1. A tabela pode ser

representada com boa aproximação também pela seguinte equação ajustada, onde  $G$  é o grupo da cultura:

$$p = (a_1 G + a_2) ET_c + (b_1 G + b_2) \quad [6.13]$$

$$a_1 = -0,00723 \text{ d mm}^{-1}$$

$$a_2 = -0,04643 \text{ d mm}^{-1}$$

$$b_1 = 0,142589$$

$$b_2 = 0,453571$$

Tabela 6.1 - Valores do fator  $p$  em função da  $ET_p$  para quatro grupos de cultura, de acordo com Doorenbos et al. (1986).

Grupo de cultura	$ET_p$									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Cebola, pimentão, batata	0,50	0,425	0,35	0,30	0,25	0,225	0,20	0,20	0,175	
Banana, repolho, uva, ervilha, tomate	0,675	0,575	0,475	0,40	0,35	0,325	0,275	0,25	0,225	
Alfafa, feijão, citros, amendoim, abacaxi, girassol melancia, trigo	0,80	0,70	0,60	0,50	0,45	0,425	0,375	0,35	0,30	
Algodão, milho, sorgo, soja, beterraba, cana-de-açúcar, fumo	0,875	0,80	0,70	0,60	0,55	0,50	0,45	0,425	0,40	

### EXERCÍCIO 6.2

Num solo com  $\theta_{cc} = 0,30 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $\theta_{pmp} = 0,08 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , plantado com milho, qual será o teor de água disponível (AD) e água facilmente disponível (AFD) para condições de  $ET_p = 3 \text{ mm d}^{-1}$  e  $ET_p = 5 \text{ mm d}^{-1}$  segundo o método da FAO? Qual será o valor de  $\theta_r$  em ambos os casos?

(Resposta: Para  $3 \text{ mm d}^{-1}$ : AD =  $0,220 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , AFD =  $0,176 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_r = 0,124 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ )

### 6.2.3 A função de redução de Feddes

A função de redução proposta por Feddes et al. (1978) é utilizada em diversos modelos hidrológicos, como por exemplo o Hydrus (Šimůnek et al., 2016) e o SWAP (Kroes et al., 2017). A função se baseia na taxa da extração da água do solo,  $S$  ( $\text{d}^{-1}$ ), onde se definem a taxa potencial  $S_p$  e a taxa real  $S_a$ . A taxa de extração potencial é

particionada em profundidade e ponderada pela densidade radicular  $R$  (comprimento radicular por volume de solo,  $\text{m m}^{-3}$ ). Assim, na forma integral

$$S_p(z) = T_p \frac{R(z)}{\int_0^{z_e} R dz} \quad [6.14]$$

Na prática, utiliza-se a Eq. [6.14] na forma discretizada por camada de solo:

$$S_{p,i} = T_p \frac{R}{\sum_{i=1}^n R_i w_i} \quad [6.15]$$

onde  $R_i$  ( $\text{m m}^{-3}$ ) e  $w_i$  (m) são, respectivamente, a densidade radicular e a espessura da camada  $i$  e  $n$  é o número de camadas.

A função de Feddes descreve o fator de redução da extração radicular  $\alpha$  em função do potencial matricial da água no solo  $h$ , de forma que

$$\alpha = \frac{S_a}{S_p} \Leftrightarrow S_a = \alpha S_p \quad [6.16]$$

A Figura 6.8 mostra esquematicamente o formato proposto para a função  $\alpha(h)$ . Na zona anaeróbica, que ocorre para potenciais maiores (menos negativos) que  $h_1$ , a extração da água será nula ( $\alpha = 0$ ). A faixa de potenciais entre  $h_2$  e  $h_3$  corresponde à faixa ótima, a zona de taxa constante, onde não há limitação nem por falta nem por excesso de água e a extração da água do solo ocorre à taxa potencial ( $\alpha = 1$ ). Para potenciais menores (mais negativos) que  $h_4$ , a zona de murcha permanente, a extração da água será novamente nula ( $\alpha = 0$ ). Nas faixas intermediárias (entre  $h_1$  e  $h_2$ , zona úmida e entre  $h_3$  e  $h_4$ , zona de taxa decrescente), o valor de  $\alpha$  é interpolado linearmente entre os limites.

Para aumentar o número de graus de liberdade para a função de Feddes podem-se definir valores distintos de  $h_3$  (potencial que delimita as zonas de taxa constante e decrescente) em função da demanda atmosférica (Figura 6.8). Normalmente tem-se um valor para demanda baixa ( $h_{3l}$  para  $1 \text{ mm d}^{-1}$ ) e outro para demanda alta ( $h_{3h}$  para  $5 \text{ mm d}^{-1}$ ) e entre esses dois valores de demanda o valor de  $h_3$  é interpolado. Observe que o valor de  $h_{3h}$  é maior (menos negativo) que o  $h_{3l}$ , pelo fato de o estresse por falta de água, sob demanda atmosférica alta, iniciar-se em condições de maior teor de água que em condições de demanda atmosférica baixa.

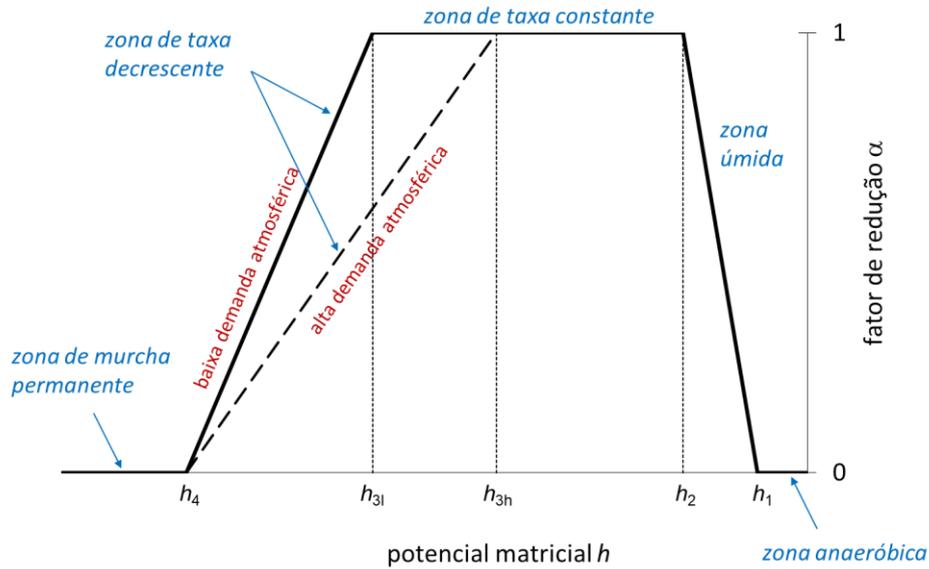


Figura 6.8 - A função de redução de Feddes et al. (1978).

Na prática da modelagem hidrológica, calcula-se a transpiração potencial  $T_p$  por algum modelo, por exemplo a equação de Penman-Monteith e transforma-se essa  $T_p$  em valores de  $S_{p,i}$  para cada camada do solo pela Eq. [6.15]. Os valores de  $S_{p,i}$  são então transformados em valores reais ( $S_{a,i}$ ) pela multiplicação do respectivo fator de redução (Eq. [6.16]) determinado em função do potencial matricial da respectiva camada de solo. A somatória dos valores obtidos de  $S_{a,i}$  resulta na transpiração real  $T_a$ :

$$T_a = \sum_{i=1}^n S_{a,i} w_i \tag{6.17}$$

Valores de  $h_3$  foram compilados por Taylor & Ashcroft (1972). A Tabela 6.2 apresenta alguns valores exemplares para culturas importantes.

Tabela 6.2 - Valores do potencial matricial  $h_3$  da função de redução de Feddes para algumas culturas, compilados por Taylor & Ashcroft (1972).

Cultura	$h_{3h}$	$h_{3l}$
	(m)	
Alfafa	-15	-15
Repolho	-6	-7
Pastagem	-3	-10
Cana-de-açúcar	-1,5	-5
Batata	-3	-5
Tomate	-8	-15
Milho	-5	-5

**EXERCÍCIO 6.3**

Considere os seguintes dados e calcule a transpiração real usando a função de redução de Feddes:

Camada (cm)	Densidade radicular (cm cm <sup>-3</sup> )	Potencial matricial (cm)
0 - 15	0,8	-2200
15 - 30	0,4	-1200
30 - 60	0,15	-250

Transpiração potencial ( $T_p$ ): 5,6 mm d<sup>-1</sup>

Potenciais limitantes de Feddes:

$h_1 = -5$  cm

$h_2 = -10$  cm

$h_3 = -450$  cm

$h_4 = -5000$  cm

(Resposta:  $T_r = 4,2$  mm d<sup>-1</sup>)

## 6.3 Modelos da extração radicular baseados em processos

### 6.3.1 Introdução

Os modelos apresentados no Item 6.2 são simples, mas possuem parâmetros empíricos que devem ser conhecidos para a sua utilização. Assim, por exemplo, o modelo da FAO inclui o parâmetro  $p$  (Tabela 6.1) e a função de Feddes conta com os valores dos potenciais característicos, por exemplo os valores de  $h_3$  na Tabela 6.2. Esses parâmetros são verdadeiramente empíricos, isto é, eles podem ser avaliados, determinados ou calibrados somente no contexto do próprio modelo e só têm significado no modelo.

Modelos com embasamento físico (baseados em processos) correlacionam os fenômenos e grandezas por meio da descrição física do sistema e dos processos e podem, assim, elucidar aspectos da interação entre solo e raízes, determinando a captação de água pelas raízes com um nível de empirismo bem mais baixo. Por exemplo, é evidente que a disponibilidade da água às plantas de alguma forma depende das propriedades hidráulicas do solo. Também deve ter uma relação com a distribuição e profundidade do sistema radicular.

Modelos baseados em processos que descrevem a extração da água do solo por raízes de plantas, denominados *modelos de extração radicular*, podem ser subdivididos

em dois tipos. Os modelos microscópicos (ou de raiz singular) descrevem a extração da água por uma única raiz de uma planta, enquanto os macroscópicos (ou do sistema radicular) descrevem a captação da água usando propriedades do sistema radicular inteiro. Existem soluções analíticas e numéricas para ambos os tipos de modelos. Alguns exemplos serão apresentados e discutidos a seguir.

### 6.3.2 Densidade radicular e distância entre raízes

Grandezas importantes em modelos que descrevem mecanisticamente a extração da água por raízes de plantas, sejam eles microscópicos ou macroscópicos, são a área radicular  $A_r$  ( $\text{m}^2$ ), a densidade radicular  $R$  ( $\text{m m}^{-3} = \text{m}^{-2}$ ) e a meia-distância média entre raízes  $r_m$  (m).

A *área radicular*  $A_r$  é a somatória da área superficial das raízes de uma planta, portanto com unidade de  $\text{m}^2$ ,  $\text{cm}^2$ , ou outra. Classificando as raízes conforme seu raio ou diâmetro e dessa forma obtendo  $n$  classes, cada uma contendo as raízes com um raio médio  $r_{0,i}$ , a área radicular pode ser calculada como a somatória da área de cada classe, conforme

$$A_r = 2\pi \sum_{i=1}^n r_{0,i} L_{r,i} \quad [6.18]$$

onde  $L_{r,i}$  (m) é o comprimento total das raízes da classe  $i$ . A Eq. [6.18] pode ser usada na disponibilidade de informações mais detalhadas sobre um sistema radicular, mas isso não é muito comum. Mais frequentemente têm-se somente informações sobre o comprimento radicular  $L_r$ , com alguma estimativa sobre o raio ou diâmetro das raízes individuais, aplicando-se a Eq. [6.18] para uma classe única de raízes ( $n = 1$ ). Nesse caso, ela simplifica para

$$A_r = 2\pi r_0 L_r \Leftrightarrow L_r = \frac{A_r}{2\pi r_0} \quad [6.19]$$

em que  $r_0$  (m) é o raio médio das raízes.

A *densidade radicular*  $R$  ( $\text{m m}^{-3} = \text{m}^{-2}$ ) é definida como o comprimento de raízes ( $L_r$ , m) por unidade de volume de solo enraizado  $V_r$  ( $\text{m}^3$ ). Valores comuns para densidade radicular podem ser da ordem de  $10^4 \text{ m}^{-2} = 1 \text{ cm}^{-2}$ , considerado alto, até  $100 \text{ m}^{-2} = 0,01 \text{ cm}^{-2}$ , considerado baixo.

Para uma planta com uma densidade radicular que não varia com a profundidade temos que  $V_r$  é igual à área superficial ocupada pela planta ( $A_p$ , m<sup>2</sup>) multiplicada pela profundidade do sistema radicular ( $z_r$ , m),

$$V_r = A_p z_r \quad [6.20]$$

e, conseqüentemente

$$R = \frac{L_r}{A_p z_r} \quad [6.21]$$

Por outro lado, verifica-se também que cada unidade de comprimento de raiz  $L_r$  explora um volume de solo circundante igual a  $\pi r_m^2 L_r$ , onde  $r_m$  é o raio do cilindro de solo explorado por cada raiz, que também é igual à meia-distância entre as raízes (Figura 6.9). A densidade radicular pode, portanto, também ser expressa como

$$R = \frac{L_r}{\pi r_m^2 L_r} = \frac{1}{\pi r_m^2} \Leftrightarrow r_m = \sqrt{\frac{1}{\pi R}} \quad [6.22]$$

e combinando as Eqs. [6.21] e [6.22] obtém-se

$$r_m = \sqrt{\frac{A_p z_r}{\pi L_r}} \quad [6.23]$$

que, em combinação com a Eq. [6.19] resulta em

$$r_m = \sqrt{\frac{2A_p z_r r_0}{A_r}} \quad [6.24]$$

da qual também podemos deduzir que

$$\frac{A_p}{A_r} = \frac{r_m^2}{2z_r r_0} \quad [6.25]$$

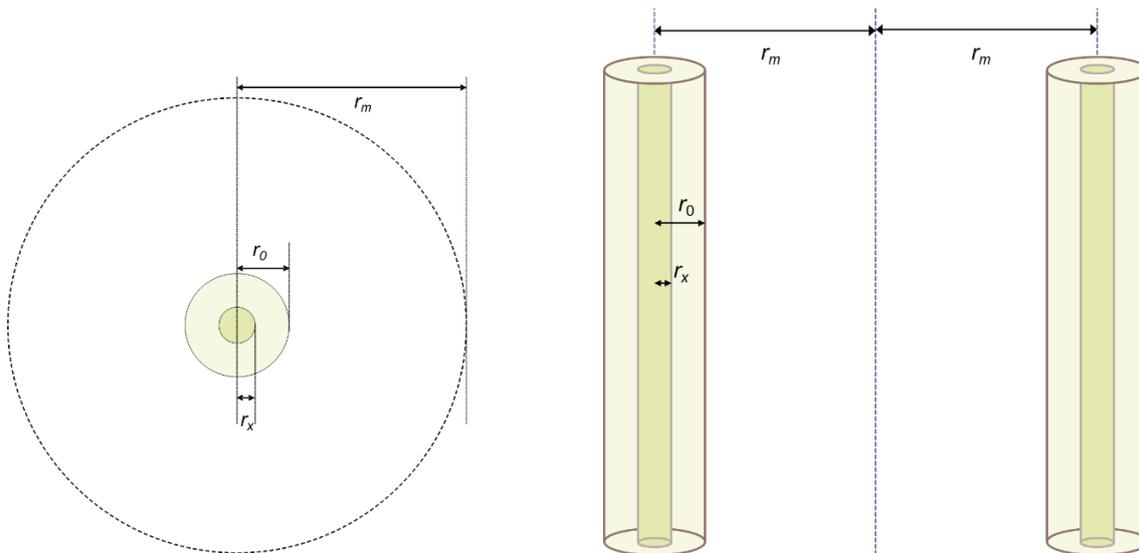


Figura 6.9 - Geometria de uma raiz e solo circundante aplicada em modelos de raiz singular, ilustrando o raio do xilema ( $r_x$ ), da raiz ( $r_0$ ) e da porção de solo explorada ( $r_m$ ).

### 6.3.3 Modelos microscópicos ou de raiz singular

Modelos microscópicos descrevem a extração de água no nível de uma raiz individual. A abordagem mais comum nesses modelos é considerar a raiz como um sumidouro de água cilíndrico e linear, provocando um fluxo de água radial em sua direção. Esse fluxo pode ser modelado pela equação de Richards. Uma restrição importante com relação a essa equação é o comportamento altamente não linear dos parâmetros envolvidos, que limita as soluções analíticas a suposições estritas e condições de contorno. Soluções analíticas clássicas para a abordagem microscópica foram apresentadas por Gardner (1960) e Cowan (1965).

Atualmente, a disponibilidade de recursos computacionais permite a utilização de técnicas de cálculo numérico com condições de contorno menos restritivas. Modelos numéricos *explícitos*, nos quais os processos de fluxo são simulados em etapas discretas no espaço e no tempo, permitem a simulação de qualquer tipo de cenário, mas os procedimentos de cálculo resultantes geralmente consomem muito tempo computacional. Por outro lado, esquemas *implícitos*, nos quais um problema de fluxo é descrito por um sistema de equações a ser resolvido iterativamente podem ser adaptados a muitas situações e requerem muito menos tempo computacional para serem processados. Veja mais detalhes sobre esses métodos de cálculo no Item 5.10.2.

Van Dam e Feddes (2000) apresentaram uma solução implícita de diferenças finitas usando a equação de Richards para a simulação da taxa de infiltração e evaporação. A solução permite uma condição de contorno na superfície com controle do fluxo ou do potencial. De forma semelhante, a extração da água por uma raiz singular pode ser modelada por um esquema numérico implícito que resolve a equação de Richards na geometria respectiva. Ao definir um potencial crítico de água na raiz ou nas folhas da planta, o modelo pode ser usado para estimar o teor de água no solo quando a extração e transpiração são reduzidas, o potencial ou teor de água limitante. A dependência desse valor da transpiração potencial, da densidade radicular ou das propriedades hidráulicas do solo pode então ser avaliada.

#### O modelo de De Jong Van Lier et al. (2006)

Um modelo de raiz singular numérico implícito foi descrito em De Jong Van Lier et al. (2006). Da mesma forma que os modelos de Gardner (1960) e Cowan (1965), o modelo considera uma raiz cilíndrica uniforme que extrai água do solo homogêneo circundante. As presunções do modelo são:

1. A densidade de fluxo de água na superfície radicular necessária para suprir a demanda transpiratória da copa da planta pode ser calculada em função da taxa de transpiração e da área radicular.
2. O potencial da água necessário na superfície radicular para promover essa densidade de fluxo pode ser calculada em função das propriedades hidráulicas do solo.
3. Existe um potencial limite (um valor mínimo, mais negativo, suportado pelo tecido radicular) que corresponde ao momento em que se inicia a fase de taxa decrescente.

O solo que circunda uma raiz singular foi discretizado em pequenos anéis ou segmentos, permitindo a modelagem numérica da dinâmica da água nesse ambiente onde a raiz, no centro, é o sumidouro para a água (Figura 6.10).

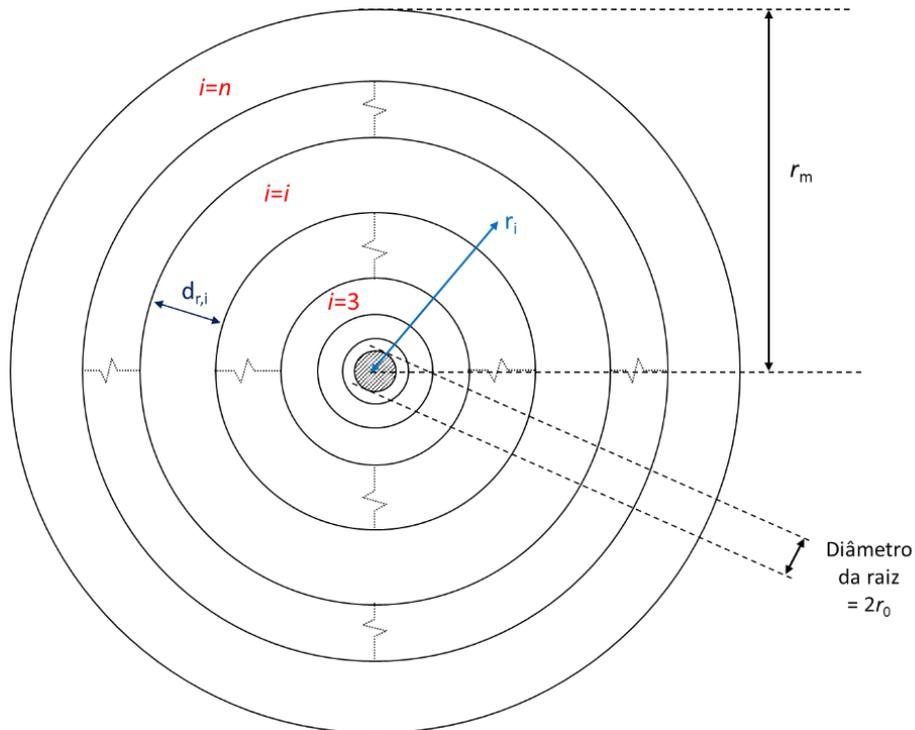


Figura 6.10 - Esquema da discretização do solo que circunda uma raiz singular simulado no modelo de De Jong Van Lier et al. (2006), ilustrando os  $n$  segmentos de espessura  $d_r$  variável, o raio da raiz ( $r_0$ ) e do volume de solo explorado, igual à meia-distância entre raízes ( $r_m$ ).

Inicia-se uma simulação com um teor de água uniforme em todos os segmentos. A partir daí simulam-se as modificações no tempo, definindo-se

1. desconsiderar o componente gravitacional – o movimento ocorre somente por gradientes do potencial matricial;
2. adaptar os fluxos para a natureza axissimétrica da geometria, i.e., os fluxos convergem em direção à raiz, proporcional à distância do centro;
3. que não existem outros sumidouros a não ser a superfície radicular localizada no lado interno do primeiro compartimento;
4. que a densidade de fluxo do lado externo do último compartimento (no raio  $r_m$ ) é igual a zero;
5. que a densidade de fluxo do lado interno do primeiro compartimento (em contato com a raiz) é igual à densidade de água que entra na raiz

( $q_{raiz}$ , m d<sup>-1</sup>), determinada pela taxa de transpiração  $T_p$ , área da planta  $A_p$  e área radicular  $A_r$  conforme

$$q_{raiz} = \frac{T_p A_p}{A_r} \quad [6.26]$$

que, em combinação com a Eq. [6.25] é igual a

$$q_{raiz} = T_p \frac{r_m^2}{2z_r r_0} \quad [6.27]$$

6. que o potencial na raiz será determinado para resultar na densidade de fluxo dada pelas Eqs. [6.26] e [6.27]. Caso o potencial assim calculado se torne menor do que um valor crítico  $h_l$  (considerado no estudo como  $h_l = -150$  m), a condição de estresse hídrico é atingida. Nesse caso, o potencial na raiz é fixado em  $h_l$  e a densidade de fluxo (e a transpiração) se tornam menores que os valores potenciais.

A Figura 6.11 mostra um exemplo do resultado de uma simulação com o modelo. Nessa simulação, a transpiração potencial  $T_p$  variou senoidalmente ao longo do dia, sendo zero no período noturno. Observa-se (Figura 6.11a) que o potencial na raiz ( $h_{raiz}$ ) acompanha essa tendência da  $T_p$ , apresentando o valor mais negativo quando  $T_p$  (e o fluxo  $q_{raiz}$ ) têm um máximo e tornando-se igual ao potencial médio no solo durante a noite. Após aproximadamente 15 dias observa-se que o  $h_{raiz}$ , pela primeira vez, atinge o valor limitante  $h_l$  (-150 m). Nesse dia, como o fluxo não é mais determinado pela  $T_p$  (que resultaria num valor de  $h_{raiz} < h_l$ ) mas pelo valor de  $h_l$  ( $h_{raiz} = h_l$ ), a transpiração real  $T_a$  se torna inferior à  $T_p$ . A Figura 6.11a apresenta o valor da transpiração relativa  $T_r = T_a / T_p$  que se torna inferior a 1 a partir desse mesmo dia.

A Figura 6.11b mostra outros resultados da mesma simulação, detalhando o potencial matricial  $h$  em função da distância da raiz  $r$  para alguns dias após o início da simulação. Observe que

1. o potencial diminui em direção à raiz, provocando o movimento da água nesse sentido;
2. a inclinação das curvas ( $dh/dr$ ) aumenta conforme se aproxima da raiz, devido à geometria axissimétrica e à redução do potencial e do teor de água próxima à raiz;

3. em todas as posições, o potencial diminui com o tempo;
4. em determinado momento (nesse exemplo em torno do dia 15), o potencial na raiz atinge o valor limite  $h_l$ . Esse momento delimita a fase de taxa constante da fase de taxa decrescente.
5. a partir desse momento a inclinação das curvas vai diminuindo, indicando uma redução no fluxo e, conseqüentemente, na taxa de transpiração.

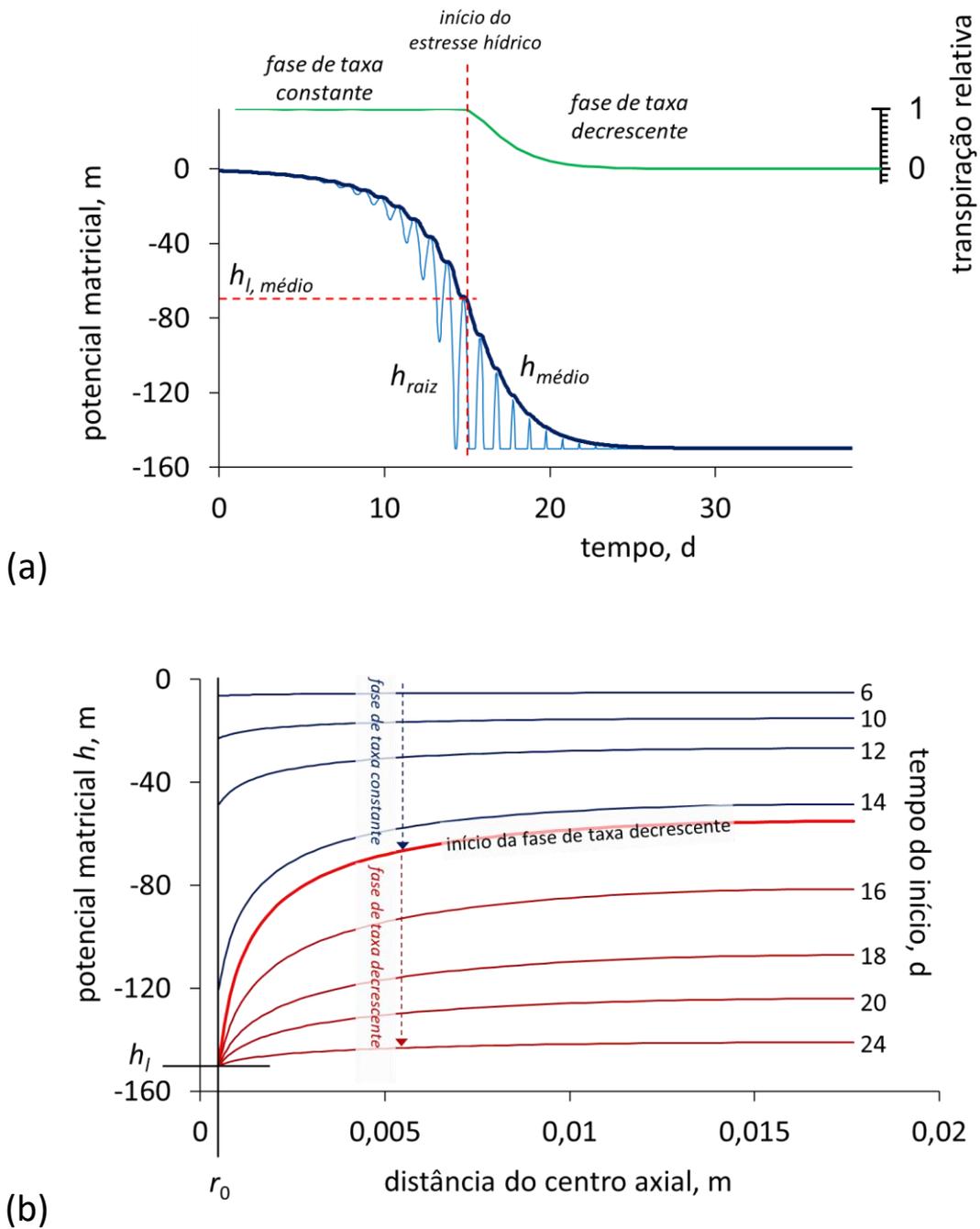


Figura 6.11 - Exemplo de resultado de uma simulação com o modelo de De Jong Van Lier et al. (2006), mostrando (a) o potencial matricial na raiz e médio no solo, bem como a transpiração relativa em função do tempo, início do estresse hídrico e fase de taxa constante e decrescente e o potencial matricial no solo no início da estresse,  $h_{l, médio}$  e (b) o potencial matricial em função da distância da raiz em diferentes tempos (dias) da simulação.

Pelo anterior, enquanto a planta consegue extrair água do solo numa taxa suficiente para suprir a demanda transpiratória da atmosfera (também chamada de demanda atmosférica), a taxa de transpiração é igual a  $T_p$  que, por sua vez, é função das condições atmosféricas (temperatura, radiação, vento, umidade relativa, principalmente). Como foi visto também na introdução desse capítulo (Item 6.1), a atmosfera é o sumidouro (o destino) da água transpirada e essa condição é chamada de *limitada pelo sumidouro* ou, em inglês, “sink-limited”. Como a transpiração relativa é constante nesse período, ele é chamado também de *fase de taxa constante*.

Passado mais tempo e com o solo mais seco, a planta não tem mais capacidade de extrair a água do solo na taxa necessária para suprir a demanda atmosférica e a taxa de transpiração se torna menor que  $T_p$  (e  $T_r$  menor que 1). Assim, não é mais a condição atmosférica que determina a transpiração, mas é o solo que se tornou limitante. Como o solo é a fonte da água transpirada, essa condição é chamada de *limitada pela fonte* ou, em inglês, “source-limited”. Nessa fase, a transpiração relativa vai diminuindo ao longo do tempo, por isso que ela é chamada de *fase de taxa decrescente*.

A Tabela 6.3 apresenta essas informações de forma resumida.

Tabela 6.3 - Algumas propriedades do sistema solo-planta-atmosfera na condição de transpiração potencial ( $T_r = 1$ ) e transpiração reduzida ( $T_r < 1$ ).

	$T_r = 1$	$T_r < 1$
Estresse hídrico	Não	Sim
$T_a$	$= T_p$	$< T_p$
$h_{raiz}$	$> h_l$	$= h_l$
Fase de transpiração	Taxa constante	Taxa decrescente
Limitação da transpiração	da atmosfera (“sink-limited”)	do solo (“source-limited”)

Podemos produzir uma figura como a Figura 6.11b a partir de uma simulação com o modelo, representando nela somente a curva do potencial versus a distância da raiz no instante da primeira ocorrência do potencial limitante na superfície da raiz, no início da fase de taxa decrescente. Podemos repetir o exercício para diferentes condições de contorno, por exemplo, variando a taxa de transpiração potencial, ou a densidade radicular. Resultados de um exercício assim com dados do solo argiloso do trabalho de De Jong Van Lier et al. (2006) estão na Figura 6.12, simulando para dois

valores de  $T_p$  (3 e 6 mm d<sup>-1</sup>) e três valores de densidade radicular  $R$  (1 cm<sup>-2</sup>, 0,1 cm<sup>-2</sup> e 0,01 cm<sup>-2</sup>).

A figura também mostra o valor médio do potencial matricial ( $h_{médio}$ ) correspondente a cada curva. O valor de  $h_{médio}$  é importante, pois é esse o valor que um instrumento macroscópico (por exemplo um tensiômetro comum) mediria nessas condições. Observe que o valor médio deve ser calculado ponderando-se a representatividade de cada distância  $r$  ou segmento, pois é óbvio que os segmentos mais próximos à raiz, com um raio menor, representam um volume de solo muito menor que os segmentos mais distantes. Matematicamente calcula-se  $h_{médio}$  como

$$h_{médio} = \frac{\int_{r_0}^{r_m} h(r) r dr}{\int_{r_0}^{r_m} r dr} \quad [6.28]$$

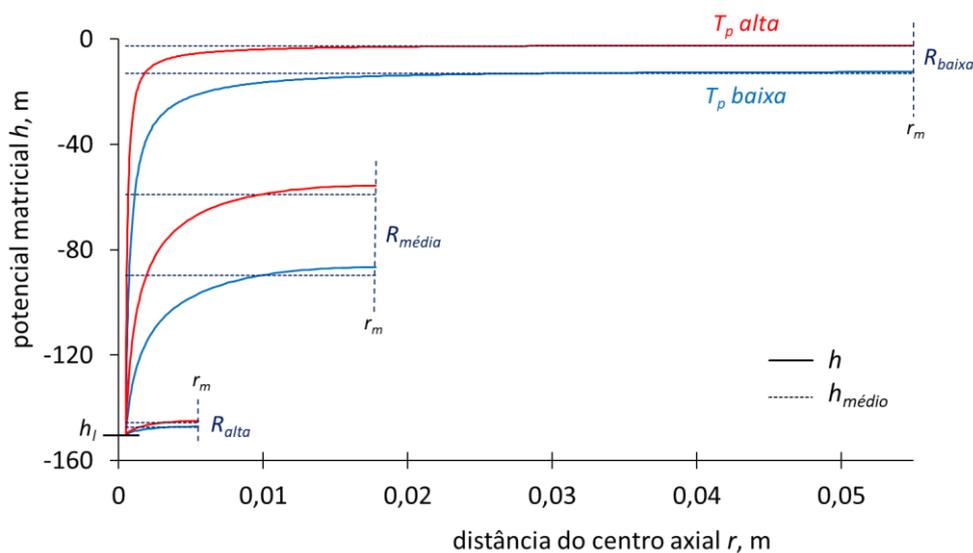


Figura 6.12 - Potencial matricial ( $h$ ) em função da distância do centro axial ( $r$ ) e potencial médio no solo ( $h_{médio}$ ) para  $T_p$  alta (6 mm d<sup>-1</sup>) e baixa (3 mm d<sup>-1</sup>) e densidade radicular  $R$  alta (1 cm<sup>-2</sup>), média (0,1 cm<sup>-2</sup>) e baixa (0,01 cm<sup>-2</sup>), no instante do início da fase de taxa decrescente (simulações para um solo argiloso, De Jong Van Lier et al. (2006)).

Observa-se na Figura 6.12 que o potencial médio no solo no instante do início da fase decrescente (e do estresse hídrico) é diferente para as três densidades radiculares.

Nesse instante, embora o potencial na raiz seja igual a  $h_l$  em todos os casos (e por definição), o potencial médio no solo é muito maior (menos negativo) nos cenários de densidade radicular baixa do que alta. Essa constatação explica por que uma planta com um sistema radicular menos desenvolvido (menos denso) começa a sofrer os efeitos do estresse hídrico em potenciais menos negativos e teores de água maiores que uma planta que possui uma alta densidade radicular.

Embora resultados como os da Figura 6.12 possam explicar a relação entre potencial matricial médio no início da fase de taxa decrescente e a taxa de transpiração ou a densidade radicular, esses resultados dependem também do solo, especificamente das propriedades hidráulicas (parâmetros de retenção e condutividade) utilizadas na simulação. No seu trabalho, De Jong Van Lier et al. (2006) demonstraram que, se utilizarmos uma outra grandeza, o potencial de fluxo matricial ( $M$ , introduzido no Item 5.8), no lugar do potencial matricial, o resultado se torna independente do solo. A Figura 6.13 mostra a figura resultante para  $M$  em função de  $r$  para os mesmos cenários de transpiração e densidade radicular.

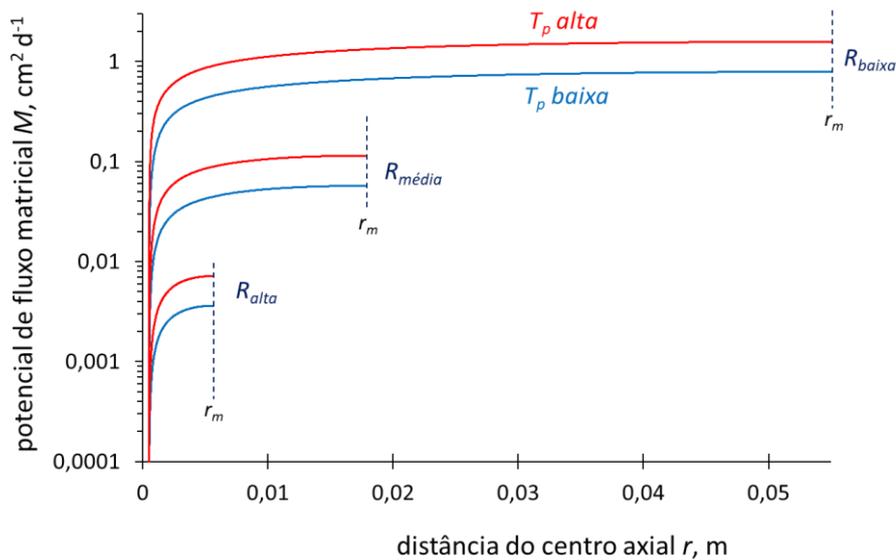


Figura 6.13 - Potencial de fluxo matricial ( $M$ ) em função da distância do centro axial ( $r$ ) para  $T_p$  alta ( $6 \text{ mm d}^{-1}$ ) e baixa ( $3 \text{ mm d}^{-1}$ ) e densidade radicular  $R$  alta ( $1 \text{ cm}^{-2}$ ), média ( $0,1 \text{ cm}^{-2}$ ) e baixa ( $0,01 \text{ cm}^{-2}$ ), no instante do início da fase de taxa decrescente, para qualquer solo (De Jong Van Lier et al., 2006).

A diferença entre as Figuras 6.12 e 6.13 é que a última se aplica para qualquer solo, enquanto a primeira se refere a um solo específico. Mas como entender ou interpretar o fato de a Figura 6.13 ser independente do solo? Para isso, rerepresentamos inicialmente a equação de Buckingham-Darcy em termos do potencial de fluxo matricial apresentado no Capítulo 5 como Eq. [5.84]:

$$q = -\frac{dM}{dx} \quad [6.29]$$

ou seja, a densidade de fluxo é igual ao gradiente de  $M$  no espaço. Observe que essa afirmação independe do solo. No problema em questão, a extração da água do solo por uma raiz, a densidade de fluxo em direção a essa raiz é determinada pela taxa de transpiração e pela área radicular somente, onde a área radicular é função da densidade radicular e da distância entre as raízes (Eq. [6.27]). Assim, definindo-se  $T_p$  e  $r_m$  define-se  $q$  e  $dM/dr$ , resultando numa das curvas da Figura 6.13, para qualquer solo. As curvas  $M(r)$  da figura, portanto, se referem a um determinado cenário de extração e transpiração. Os valores de  $M(r)$  podem ser transformados em  $h(r)$  ou  $\theta(r)$  e para isso é preciso conhecer as propriedades hidráulicas do solo específico. Em resumo:  $M(r)$  não depende do solo,  $h(r)$  e  $\theta(r)$  dependem.

No trabalho de De Jong Van Lier et al. (2006) demonstrou-se que, para uma profundidade radicular de 0,50 m, o potencial de fluxo matricial médio no solo no início da fase de taxa decrescente ( $M_I$ ), pode ser calculado por

$$M_I = T_p \rho r_m^q \quad [6.30]$$

onde  $q = 2,367$  e  $\rho = 23,5 \text{ m}^{1-q}$  (Observe que essa unidade do parâmetro  $\rho$  [ $\text{m}^{1-q}$ ] resulta na coerência dimensional da equação). Pinheiro et al. (2018) generalizaram a Eq. [6.30] e deduziram que, para qualquer profundidade do sistema radicular  $z$ ,

$$M_I = \rho^* r_m^q \frac{T_p}{z} \quad [6.31]$$

onde  $q$  permanece com o mesmo valor ( $q = 2,367$ ) e  $\rho^*$  é igual a  $11,75 \text{ m}^{2-q}$  (verifique, novamente, a unidade do parâmetro  $\rho^*$  [ $\text{m}^{2-q}$ ] que resulta na coerência dimensional).

Substituindo  $r_m$  pela Eq. [6.22] obtém-se uma expressão em função da densidade radicular  $R$  conforme

$$M_l = \frac{\rho^{**} T_p}{z R^{q^*}} \tag{6.32}$$

onde  $q^* = 0,5q = 1,184$  e  $\rho^{**} = \rho^* \pi^{-q^*} = 3,030 \text{ m}^{2-2q^*}$ .

A utilização da Eq. [6.31] para calcular valores de  $M_l$  seguido de sua transformação em teores de água ou potenciais matriciais limitantes está ilustrada na Figura [6.14]. Nessa figura, o eixo-X do lado esquerdo contém valores de  $T_p/z$ , com  $T_p$  em  $\text{mm d}^{-1}$  e  $z$  em  $\text{cm}$ . Exemplificando, para  $T_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$  e  $z = 50 \text{ cm}$  o valor resultante será de  $6 / 50 = 0,12 \text{ mm d}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ . Essa combinação de valores pode estar associada a, por exemplo, uma densidade radicular de  $0,1 \text{ cm cm}^{-3}$  e nesse caso, pela figura, corresponde a um potencial de fluxo matricial limitante de  $0,1 \text{ cm}^2 \text{ d}^{-1}$ .

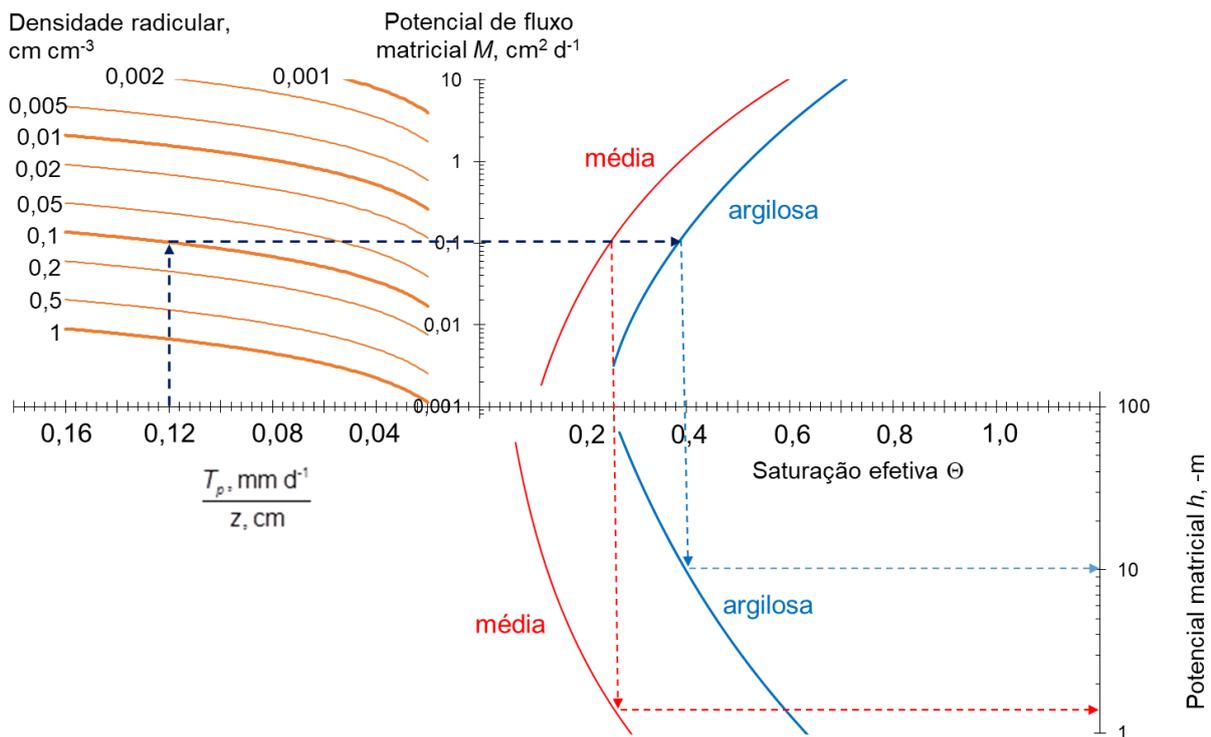


Figura 6.14 - Nomograma para a determinação da saturação efetiva e potencial limitantes ao estresse hídrico. As setas mostram um exemplo de utilização para  $T_p/z = 0,12 \text{ mm d}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  (correspondente, por exemplo, a  $T_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$  e  $z = 50 \text{ cm}$ ) em combinação com uma densidade radicular média ( $0,1 \text{ cm cm}^{-3}$ ) para dois solos genéricos, um de textura média e outro de textura argilosa.

Para transformar o  $M_l$  desse exemplo ( $0,1 \text{ cm}^2 \text{ d}^{-1}$ ) em valores de potencial ou de teor de água precisamos conhecer as propriedades hidráulicas do solo. O exemplo da figura mostra a curva de retenção  $h(\Theta)$  e a função  $M(\Theta)$  para dois solos exemplares, um de textura média e outro de textura argilosa. A figura foi elaborada com parâmetros das equações de Brooks & Corey (Eq. [3.67] da retenção e Eq. [5.92] do potencial de fluxo matricial), considerando  $h_{ref} = -150 \text{ m}$ ,  $l = 0,5$  e para o solo de textura média  $h_b = -0,03 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,35$ ,  $\theta_r = 0,04 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,46 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $K_s = 1 \text{ m d}^{-1}$ . Para o solo de textura argilosa, os respectivos valores foram  $h_b = -0,10 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,20$ ,  $\theta_r = 0,15 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $\theta_s = 0,55 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $K_s = 0,2 \text{ m d}^{-1}$ .

A figura mostra que o potencial matricial limitante para o solo de textura média está em torno de  $-1 \text{ m}$ , enquanto no solo argiloso as plantas não sofreriam de estresse hídrico até potenciais em torno de  $-10 \text{ m}$ . Além dessa sensibilidade, o nomograma permite também avaliar as tensões (e teores de água) críticas para outras combinações de densidade radicular e demanda atmosférica.

#### EXERCÍCIO 6.1

Como o modelo apresentado explica que o estresse hídrico se inicia num teor de água maior para uma planta com sistema radicular menos desenvolvido?

**DICA:** Utilize a Figura 6.12 para entender e responder essa questão.

Pinheiro et al. (2018) simplificaram as Eqs. [6.31] e [6.32] fazendo  $q = 1$  e nesse caso o parâmetro  $p^{**}$  se torna adimensional, pois  $2 - 2q$  fica igual a zero. Com essas considerações, conseguiram estender a equação para um cenário estratificado. Eles demonstraram que, para um solo com  $k$  camadas, cada uma com espessura  $L_i$  e densidade radicular  $R_i$ ,

$$M_l = \frac{bT_p}{\sum_{i=1}^k L_i R_i} \quad [6.33]$$

onde o valor da constante  $b$  que melhor se ajustou foi  $5,30 / \pi = 1,69$ .

#### Uma expressão analítica para a função $M(r)$

As curvas da Figura 6.13 representam a função  $M(r)$ , ou seja, o potencial de fluxo matricial em função da distância do centro axial. Como o gradiente  $dM/dr$  representa a densidade de fluxo da água (Eq. [5.84]) e a densidade de fluxo é determinada pela taxa de transpiração e superfície (ou densidade) radicular, uma expressão analítica para a

função  $M(r)$  pode ser deduzida. Essa expressão, cuja dedução segue, permitirá calcular curvas como as da Figura 6.13 e uma estimativa de  $\theta_l$  ou  $h_l$  com base em parâmetros do sistema.

Transcrevemos inicialmente a equação da continuidade para fluxo axissimétrico conforme apresentada na Eq. [4.16]:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{q}{r} - \frac{dq}{dr} \quad [6.34]$$

A transpiração real de uma planta  $T_a$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) equivale ao volume de água transpirada ( $V_a$ ,  $\text{m}^3$ ) por área  $A$  ( $\text{m}^2$ ) e por unidade de tempo  $t$  (s):

$$T_a = -\frac{dV_a}{Adt} \quad [6.35]$$

onde o sinal negativo indica que uma transpiração (positiva) corresponde a uma variação do volume de água negativa. Essa equação pode ser desenvolvida para se obter uma relação entre  $T_a$  e  $d\theta/dt$  conforme

$$T_a = -\frac{dV_a}{Adt} = -\frac{z dV_a}{zAdt} = -\frac{z dV_a}{V_s dt} = -\frac{z d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\frac{T_a}{z} \quad [6.36]$$

onde  $V_s$  é o volume de solo, igual ao produto de  $A$  e  $z$ . É importante observar que, a rigor, o  $\theta$  da Eq. [6.36] se refere ao valor médio entre camadas. A combinação das Eqs [6.34] e [6.36] resulta em

$$\frac{T_a}{z} = \frac{q}{r} + \frac{dq}{dr} \quad [6.37]$$

Combinando a Eq. [6.37] com a equação de Buckingham-Darcy com potencial de fluxo matricial (Eq. [5.84]) resulta em

$$\frac{T_a}{z} = -\frac{dM}{rdr} - \frac{d^2M}{dr^2} \quad [6.38]$$

cuja solução geral é

$$M = -\frac{T_a}{4z} r^2 + C_1 \ln r + C_2 \quad [6.39]$$

e

$$\frac{dM}{dr} = -\frac{T_a}{2z} r + \frac{C_1}{r} \quad [6.40]$$

$C_1$  ( $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) e  $C_2$  ( $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) sendo constantes de integração.

Pela definição de  $M$  (Eq. [5.80]),  $M = 0$  corresponde a  $h = h_{ref}$ . Para facilitar a interpretação no contexto da teoria da raiz singular é conveniente escolher  $h_{ref} = h_w$ , onde  $h_w$  é o potencial matricial (ou tensão) mais negativo que a raiz pode exercer (ou suportar). Em muitos estudos,  $h_w$  é considerado igual ao ponto de murcha permanente, -150 m e nesse caso,  $M = 0$  corresponderá a  $h = -150$  m que, por sua vez, corresponde a um determinado teor de água  $\theta$  dependendo da curva de retenção do solo específico.

Valores para as constantes de integração  $C_1$  e  $C_2$  podem ser encontrados considerando as condições de contorno do problema quando  $M = 0$  na superfície radicular (em  $r = r_0$ ). Essa condição corresponde, portanto, à primeira ocorrência de estresse hídrico, instante em que  $T_a$  deixa de ser igual a  $T_p$  e toda a fase de taxa decrescente a seguir, quando  $T_a < T_p$  e assim

$$\frac{dM}{dr} = \frac{T_a A_p}{A_r} ; r = r_0 \quad [6.41]$$

$$M = 0 ; r = r_0 \quad [6.42]$$

Para obter o valor de  $C_1$  utilizamos a condição de contorno Eq. [6.41] pode ser combinada com a [6.25], resultando em

$$\frac{dM}{dr} = \frac{T_a r_m^2}{2z r_0} ; r = r_0 \quad [6.43]$$

e combinando as Eqs. [6.43] e [6.40], para  $r = r_0$ , resulta em

$$\frac{T_a r_m^2}{2z r_0} = -\frac{T_a r_0}{2z} + \frac{C_1}{r_0} \quad [6.44]$$

de onde podemos isolar o valor de  $C_1$  igual a

$$C_1 = \frac{T_a}{2z} (r_0^2 + r_m^2) \quad [6.45]$$

O valor de  $C_2$  é obtido pela condição de contorno Eq. [6.42] que, combinada com a Eq. [6.39] permite deduzir que

$$C_2 = \frac{T_a}{4z} r_0^2 - C_1 \ln r_0 \quad [6.46]$$

que, em combinação com a expressão para  $C_1$  (Eq. [6.45]) resulta em

$$C_2 = \frac{T_a}{2z} \left[ \frac{r_0^2}{2} - (r_0^2 + r_m^2) \ln r_0 \right] \quad [6.47]$$

Substituindo as expressões encontradas para  $C_1$  (Eq. [6.45]) e  $C_2$  (Eq. [6.46]) na Eq. [6.39] obtemos a seguinte expressão para o potencial de fluxo matricial  $M$  em função da distância do centro axial  $r$  na fase de taxa decrescente:

$$M = \frac{T_a}{2z} \left[ \frac{r_0^2 - r^2}{2} + (r_0^2 + r_m^2) \ln \frac{r}{r_0} \right] \text{ (fase de taxa decrescente)} \quad [6.48]$$

Para adaptar a Eq. [6.48] às condições da fase de taxa constante (quando não há estresse hídrico e  $T_a = T_p$ ), a modificação é simples. Em primeiro lugar, substitui-se  $T_a$  por  $T_p$ . Em segundo lugar, na fase de taxa constante, a condição de contorno  $M = 0$  em  $r = r_0$  deixa de ser válida, lembrando que em condições mais úmidas do solo a planta não necessita gerar a tensão mais negativa  $h_w$  (que corresponde a  $M_0 = 0$ ) para extrair água à taxa requerida. Nessas condições,  $h_0$  ficará menos negativo e  $M$  assume um valor  $M_0$  maior do que 0, resultando em

$$M = M_0 + \frac{T_p}{2z} \left[ \frac{r_0^2 - r^2}{2} + (r_0^2 + r_m^2) \ln \frac{r}{r_0} \right] \text{ (fase de taxa constante)} \quad [6.49]$$

Observe que a forma da derivada  $dM/dr$  que representa a densidade de fluxo em direção à raiz é igual para as Eqs. [6.48] e [6.49], que se diferenciam somente pelo valor de  $T_a$  e  $T_p$ . Essa derivada pode ser obtida substituindo o valor de  $C_1$  (Eq. [6.45]) na Eq. [6.40] resultando em

$$\frac{dM}{dr} = \frac{T_a}{2z} \left[ \frac{r_0^2 + r_m^2 - r^2}{r} \right] \quad [6.50]$$

A Figura 6.15 ilustra as duas Eqs. [6.48] e [6.49] para todo o intervalo de  $r$ , entre  $r_0$  e  $r_m$ , para nove instantes. As curvas 1 a 4 se referem à fase de taxa constante (Eq. [6.48]) e as 6 a 9 à fase de taxa decrescente (Eq. [6.49]). A curva 5 representa o instante limítrofe entre as duas fases e pode ser descrito tanto pela Eq. [6.48], com  $T_a = T_p$  e pela Eq. [6.49] com  $M_0 = 0$ . As quatro curvas representando a fase de taxa constante, bem como a curva 5, são exatamente paralelas, em outras palavras, elas possuem a mesma derivada (que representa a densidade de fluxo) para qualquer  $r$ . De fato, essa derivada é a Eq. [6.50] com  $T_a = T_p$ .

Lembrando que  $dM/dr$  equivale à densidade de fluxo de água no sentido da raiz, as curvas 1 a 5 representam condições em que a extração da água pela raiz é igual, correspondente à demanda  $T_p$ . A diferença entre essas cinco curvas é o valor de  $M_0$ , o potencial de fluxo matricial na superfície da raiz. Um menor valor de  $M$  corresponde a um  $\theta$  menor também (veja por exemplo a Figura 5.16) e então podemos entender as curvas 1 a 5 como sequenciais no tempo de um solo que vai secando em função da transpiração. Conforme o solo fica mais seco e seu potencial matricial mais negativo, a tensão que deve ser gerada pelas raízes para manter a transpiração vai ficando mais negativa também, correspondendo aos valores de  $M_0$  cada vez menores. Nessa sequência, a curva 5 é a que ainda corresponde a uma transpiração potencial, mas onde o potencial de fluxo matricial na superfície radicular (em  $r_0$ ) chegou ao valor mínimo (zero), correspondendo a  $h = h_w$ .

A partir da curva 5 se inicia a fase de taxa decrescente, que corresponde ao estresse hídrico. Observando as curvas 5 a 9 verifica-se que para todas elas o valor de  $M_0$  é igual a zero. Indo da curva 5 a 9, a inclinação se torna cada vez menor, o que corresponde a uma taxa de transpiração  $T_a$  cada vez mais reduzida.

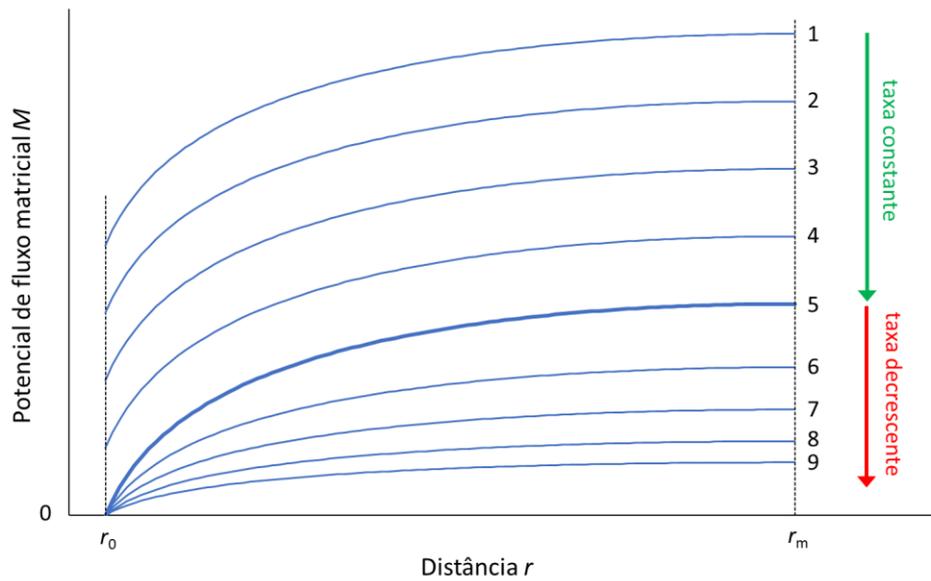


Figura 6.15 - Gráfico exemplar do potencial de fluxo matricial em função da distância do centro axial ao redor de uma raiz singular extraíndo água do solo calculado pelas equações analíticas [6.48] (fase de taxa constante) e [6.49] (fase de taxa decrescente). A distância  $r_0$  indica o contato solo-raiz (raio da raiz) e  $r_m$  é a meia-distância entre raízes. Maiores explicações no texto.

Considerações sobre o valor macroscópico de  $M$

As expressões deduzidas no item anterior descrevem a função  $M(r)$ , em escala milimétrica ao redor de uma raiz singular. Contudo, qualquer instrumento comum de medição do teor ou do potencial da água no solo tem uma resolução centimétrica ou maior. Além disso, para qualquer medida prática de manejo, a escala de interesse é uma camada ou horizonte de um solo, o perfil como um todo ou uma lavoura inteira. Assim, seria interessante resumir as equações detalhadas do item anterior em expressões gerais que representassem a média para uma profundidade ou camada de solo. Uma dica nessa direção já foi dada na Figura 6.12, onde aparecem os respectivos valores médios de potencial em função de  $r$ .

Para facilitar a tradução das funções da distância  $r$  para valores macroscópicos define-se o parâmetro  $a$  como

$$a = \frac{r_{\text{médio}}}{r_m} \Leftrightarrow r_{\text{médio}} = ar_m \tag{6.51}$$

onde  $r_{médio}$  (m) é a distância do centro axial onde as condições (teor de água, potencial, potencial de fluxo matricial) correspondem às condições médias. Para solos do tipo Van Genuchten, De Jong Van Lier et al. (2006) encontraram um valor de  $a$  entre 0,53 e 0,57. A Figura 6.16 ilustra os diferentes parâmetros usados no contexto do modelo.

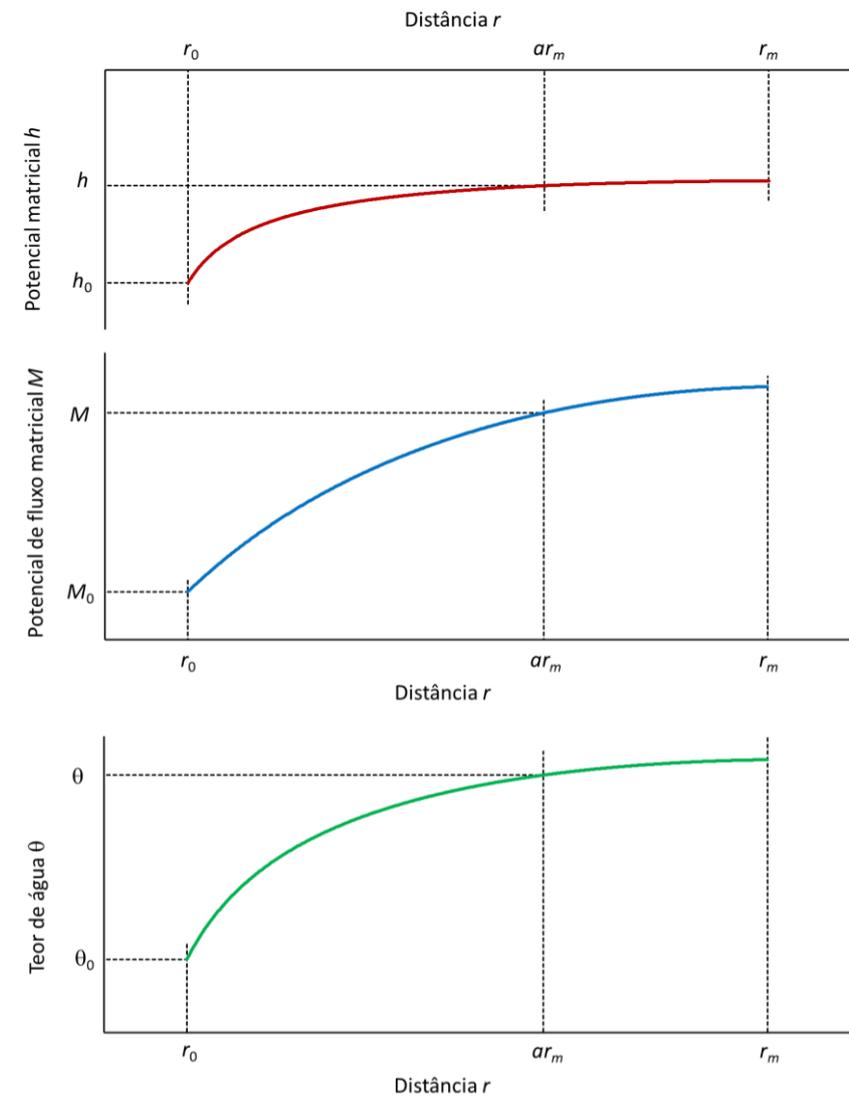


Figura 6.16 - Gráficos exemplares do potencial matricial, potencial de fluxo matricial e teor de água em função da distância do centro axial ao redor de uma raiz singular extraíndo água do solo. Os índices "0" indicam os valores na superfície radicular,  $r_m$  é a meia-distância entre raízes e  $a$  é a fração da distância  $r_m$  na qual ocorrem as condições médias.

### Considerações sobre a fase de taxa decrescente

Aplicando a Eq. [6.48] à condição limítrofe entre fase de taxa constante e decrescente (que corresponde à curva 5 da Figura 6.15), tem-se

$$M_l = \frac{T_p}{2z} \left[ \frac{r_0^2 - r^2}{2} + (r_0^2 + r_m^2) \ln \frac{r}{r_0} \right] \quad [6.52]$$

onde  $M_l$  é o potencial de fluxo matricial em função da distância  $r$  nessa condição limítrofe. Nesta equação, a taxa de transpiração equivale a  $T_p$  e a divisão da equação original Eq. [6.48] pela Eq. [6.52] rende uma relação muito simples entre  $M$ ,  $M_l$ ,  $T_a$  e  $T_p$  na fase de taxa decrescente:

$$\frac{T_a}{T_p} = \frac{M}{M_l} \quad [6.53]$$

Observe que qualquer referência à distância  $r$ , presente nas equações originais, desapareceu da Eq. [6.53]. Dessa forma, ela pode ser interpretada com valores de  $M$  a qualquer distância da raiz, inclusive na distância  $ar_m$ , onde, conforme a Eq. [6.51], as condições são as médias macroscópicas. Interpretando, na fase de estresse hídrico por seca, a transpiração relativa ( $T_a/T_r$ ) é igual ao quociente entre o potencial de fluxo matricial da água no solo e o mesmo potencial de fluxo matricial no início dessa fase.

Para transformar a Eq. [6.53] numa relação com grandezas mais práticas como potencial matricial  $h$  ou teor de água  $\theta$ , a relação  $h$ - $\theta$ - $M$  deve ser conhecida. A ideia foi elaborada por Metselaar e De Jong Van Lier (2007) para uma série de solos hipotéticos que obedecem a equações simples. Os resultados mostraram que o formato da curva de redução da transpiração relativa na fase de taxa decrescente é côncavo, tanto quando for expressa em função do teor de água ou em função do potencial matricial, como também mostrou a Figura 6.4 no início desse capítulo. Para solos do tipo Van Genuchten, uma abordagem pode ser encontrada em De Jong Van Lier et al. (2009).

### **6.3.4 Modelos macroscópicos ou do sistema radicular**

#### Introdução

Os modelos macroscópicos tratam a camada radicular como um contínuo de solo, água e ar com um sumidouro, o sistema radicular (Gardner, 1964; Hillel et al., 1976; Hupet et al., 2002, 2003; Zuo & Zhang, 2002; Homae et al., 2002; Dardanelli et al., 2004;

Raats, 2006). Embora muitas vezes sejam mais facilmente aplicáveis a situações específicas do que as microscópicas, muitos desses modelos não têm a capacidade de uma estimativa baseada em processo do valor limite  $\theta$  ou  $h$ , que deve ser estimado empiricamente. De Jong Van Lier et al. (2008) e De Jong Van Lier et al. (2013) desenvolveram um modelo macroscópico baseado em processos físicos que será detalhado a seguir.

#### O modelo de De Jong Van Lier et al. (2008)

O modelo macroscópico de De Jong Van Lier et al. (2008) é baseado nos princípios usados no modelo de raiz singular de De Jong Van Lier et al. (2006) apresentado no Item 6.3.3. Uma diferença é que o modelo macroscópico permite a subdivisão do solo em camadas com diferentes propriedades hidráulicas e/ou de densidade radicular.

Inicialmente verifica-se que

$$T_a = \sum_{z=1}^n S_z w_z \quad [6.54]$$

onde  $S_z$  ( $\text{m}^3 \text{ m}^{-3} \text{ d}^{-1} = \text{d}^{-1}$ ) é a taxa de extração radicular da camada  $z$  e  $w_z$  (m) é a espessura da camada  $z$ . Se o solo tiver somente uma camada,  $w_1$  se torna igual à profundidade do sistema radicular  $z$  e a Eq. [6.54] simplifica para

$$T_a = Sz \Leftrightarrow S = \frac{T_a}{z} \quad [6.55]$$

Essa equação mostra a relação entre  $S$  e  $T_a$ . Assim, na Eq. [6.49] podemos substituir  $T/z$  por  $S$  obtendo

$$M_z - M_{0,z} = \frac{S_z}{2} \left[ \frac{r_{0,z}^2 - r^2}{2} + (r_{m,z}^2 + r_{0,z}^2) \ln \frac{r}{r_{0,z}} \right] \quad [6.56]$$

onde os índices  $z$  se referem à camada. Lembrando que em  $r = ar_m$  ocorrem as condições médias, inclusive  $M_z = M_{z,\text{médio}}$ , podemos substituir esses valores na Eq. [6.56]:

$$M_{z,\text{médio}} - M_{0,z} = \frac{S_z}{2} \left[ \frac{r_{0,z}^2 - a^2 r_m^2}{2} + (r_{m,z}^2 + r_{0,z}^2) \ln \frac{ar_m}{r_{0,z}} \right] \quad [6.57]$$

A Eq. [6.57] pode ser reescrita como

$$S_z = \frac{4(M_{z,médio} - M_{0,z})}{r_{0,z}^2 - a_z^2 r_{m,z}^2 + 2(r_{m,z}^2 + r_{0,z}^2) \ln \frac{a_z r_{m,z}}{r_{0,z}}} = \rho_z (M_{z,médio} - M_{0,z}) \quad [6.58]$$

onde  $\rho_z$  ( $m^{-2}$ ) é definido como

$$\rho_z = \frac{4}{r_{0,z}^2 - a_z^2 r_{m,z}^2 + 2(r_{m,z}^2 + r_{0,z}^2) \ln \frac{a_z r_{m,z}}{r_{0,z}}} \quad [6.59]$$

Substituindo a Eq. [6.58] na Eq. [6.54] obtém-se a seguinte expressão para a transpiração real:

$$T_a = \sum_{z=1}^n \rho_z (M_{z,médio} - M_{0,z}) w_z \quad [6.60]$$

Como mostram as Eqs. [6.58] e [6.59],  $\rho_z$  é um fator de ponderação para a extração radicular em função do potencial do fluxo matricial e é determinado por  $a_z$ ,  $r_{0,z}$  e  $r_{m,z}$ . Os valores de  $r_{m,z}$  estão relacionados à densidade radicular  $R_z$  e os valores de  $\rho$  em função de  $R$  para uma faixa de valores são mostrados na Figura 6.17. Como pode ser visto nessa figura, a sensibilidade de  $\rho$  a variações em  $a$  é pequena, especialmente em baixas densidades radiculares. Dada essa insensibilidade e a pequena variação de variação encontrada nos estudos numéricos,  $a$  é normalmente considerado constante e independente da profundidade, igual a 0,53 (valor mediano encontrado por De Jong Van Lier et al., 2006).

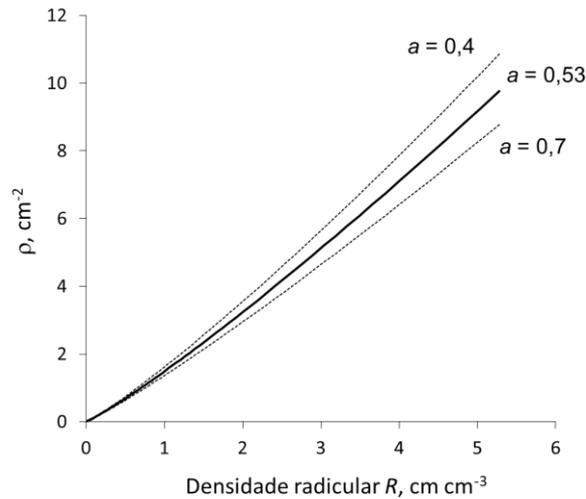


Figura 6.17 - Parâmetro  $\rho$  (Eq. [6.59]) em função da densidade radicular  $R$  ( $R = 1 / \pi r_m^2$ ), calculado com  $r_0 = 0,05$  mm para três valores de  $a$ .

Além dessa insensibilidade para  $a$ , a Eq. [6.59] também se mostra bastante insensível em relação a  $r_0$ . Dessa forma,  $r_0$  também é considerado independente da profundidade  $z$ . Incorporando essas simplificações na Eq. [6.59], considerando  $r_0$  e  $a$  como constantes,  $\rho_z$  se torna função de  $r_{m,z}$  conforme

$$\rho_z = \frac{4}{r_0^2 - a^2 r_{m,z}^2 + 2(r_{m,z}^2 + r_0^2) \ln \frac{a r_{m,z}}{r_0}} \quad [6.61]$$

Determinados os valores de  $\rho_z$  para cada camada de solo, o único parâmetro desconhecido na Eq. [6.58] é  $M_{0,z}$ , uma vez que  $M_{z,médio}$  é função das propriedades hidráulicas conhecidas do solo. Para poder encontrar (estimar) o valor de  $M_{0,z}$  devemos fazer uma simplificação, considerando-o independente da profundidade. Isso corresponde a considerar que o potencial (ou sucção) em todo o sistema radicular é o mesmo, o que é razoável para um sistema radicular pequeno (de plantas anuais).

A partir dessa consideração, o procedimento para calcular o termo  $S_z$  para cada camada de solo pela Eq. [6.58] é o seguinte. Primeiro, usamos a Eq. [6.60] para calcular a taxa de transpiração  $T_w$  ( $m d^{-1}$ ) que seria atingida na condição hídrica do solo e na densidade radicular das camadas com o menor potencial da raiz possível, ou seja,  $h_0 = h_w$  e  $M_0 = 0$ . Essa  $T_w$  corresponde a taxa máxima de extração radicular (ou transpiração) que a planta poderia produzir. O valor de  $T_w$  é então comparado a uma medição ou

estimativa independente da transpiração potencial  $T_p$ . Dois casos podem ser distinguidos:

1. Se o  $T_w$  calculado for menor que  $T_p$ , ocorrerá estresse hídrico. Nesse caso, a suposição  $M_0 = 0$  é aceita,  $T_a$  é definida como  $T_w$  e Eq. [6.58] é usada para calcular a extração de cada camada. O mesmo ocorre quando  $T_w$  corresponde exatamente a  $T_p$  e as condições hidráulicas estão limítrofes entre a fase de taxa constante e decrescente.
2. Se o  $T_w$  calculado for maior que  $T_p$ , a planta não percebe estresse hídrico.  $M_0$  será maior que 0 e seu valor pode ser calculado a partir da Eq. [6.60] com  $T_a$  igual a  $T_p$ . Posteriormente, substituição do valor de  $M_0$  assim calculado na Eq. [6.58] permite o cálculo da extração de cada camada.

No caso de ausência de estresse hídrico, o  $M_0$  calculado pode ser maior que  $M_{z,médio}$  em uma ou mais camadas, o que de acordo com a Eq. [6.58] resultaria numa taxa negativa de extração, ou seja, a liberação de água das raízes para o solo. Esse fenômeno, às vezes chamado de *hydraulic lift*, pode ser observado em certas circunstâncias (Dirksen & Raats, 1985; Richards & Caldwell, 1987; Leffler et al. 2005).

#### O modelo de De Jong Van Lier et al. (2013)

O modelo desenvolvido no item anterior (De Jong Van Lier et al., 2008) foi testado experimentalmente e teve um desempenho razoavelmente bom em condições de estresse hídrico por déficit de água (Casaroli et al., 2010; Faria et al., 2010; Durigon et al., 2012). Nessas condições, a maior resistência ao fluxo da água no caminho do solo à atmosfera de fato se encontra no solo.

É importante verificar que a resistência interna do tecido vegetal (dentro do sistema radicular e no caminho ascendente no caule) não está presente nesse modelo macroscópico. Isso representa uma simplificação bem justificável em condições de solo seco, quando a condutividade hidráulica do solo é baixa e sua resistência muito grande. No entanto, em condições de solo mais úmido quando sua condutividade hidráulica se torna mais elevada e, conseqüentemente, sua resistência fica menor, essa simplificação pode levar a predições erradas do modelo. Nessas condições, a resistência interna da planta pode se tornar importante e significativa no processo de extração da água do solo pelas raízes, transporte através da planta e subsequente transpiração nos estômatos.

Assim, o trabalho de De Jong Van Lier et al. (2013) descreve uma extensão do modelo de 2008, incluindo nele a condutividade interna da planta, separando-a na condutividade radial da raiz (caminho da superfície até o xilema) e o percurso longitudinal, do xilema radicular pelo caule até a folha.

Como nos modelos anteriores, a teoria se baseia numa raiz singular de raio  $r_0$  que extrai água de um cilindro do solo com raio  $r_m$ . Nesse modelo, acrescenta-se um detalhe: o xilema tem um formato cilíndrico com raio  $r_x$  que é centralizado na raiz.

O tecido radicular ( $r_x \leq r \leq r_0$ ) é considerado como tendo um teor constante de água  $\theta_{root}$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ). O teor de água do solo ao redor da raiz ( $r_0 \leq r \leq r_m$ ) aumenta com a distância da raiz. Na superfície da raiz (em  $r = r_0$ ), ocorre uma descontinuidade no teor de água (Figura 6.18). Essa figura também mostra uma forma típica do potencial matricial  $h$  versus a distância do centro axial. Ao contrário do teor de água, o potencial matricial é uma função contínua de  $r$ . A derivada de  $h$  com  $r$ , no entanto, é descontínua em  $r = r_0$  devido às diferentes propriedades hidráulicas do solo e da raiz.

#### EXERCÍCIO 6.2

Por que o potencial é uma função contínua da distância, em outras palavras, por que o potencial não pode apresentar uma descontinuidade?

**DICA:** Lembre-se da equação de Buckingham-Darcy. Qual seria a densidade de fluxo da água no ponto da descontinuidade?

Da mesma forma que nos modelos de 2006 e 2008, o potencial de fluxo matricial ( $M$ ,  $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) é definido conforme a Eq. [5.80], com  $h_{ref}$  igual a  $h_w$ , o potencial correspondente ao ponto de murcha permanente:

$$M = \int_{h_w}^h K(h) dh \quad [6.62]$$

Dentro da raiz supõe-se um teor de água constante e dessa forma  $K(h) = K_{raiz}$  não varia com  $h$ . Assim, dentro da raiz

$$M = \int_{h_w}^h K(h) dh = K_{raiz} \int_{h_w}^h dh = K_{raiz} (h - h_w) \quad [6.63]$$

Relembrando a equação de Darcy em termos de  $M$  (compare com a Eq. [5.84]):

$$q = -\frac{dM}{dr} \quad [6.64]$$

Observe que  $dM/dr$  em função de  $r$  deve ser uma função contínua, enquanto a função  $M(r)$  é descontínua na transição de solo para raiz (em  $r = r_0$ ). Veja uma ilustração na Figura 6.18.

### EXERCÍCIO 6.3

Por que  $dM/dr$  deve ser uma função contínua da distância, mas  $M$  pode ser descontínuo?  
**DICA:** Lembre-se da equação de Buckingham-Darcy e o que  $dM/dr$  representa? E o que, segundo a equação da continuidade, aconteceria no ponto de uma eventual descontinuidade com  $d\theta/dr$ ?

Supondo que o teor de água no tecido radicular é constante no tempo, a equação da continuidade para o fluxo axissimétrico (Eq. [4.16]) para  $r_x \leq r \leq r_0$  pode ser escrita como

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{q}{r} - \frac{\partial q}{\partial r} = 0 \quad [6.65]$$

A combinação das Eqs. [6.64] e [6.65] resulta em

$$\frac{\partial M}{r \partial r} + \frac{\partial^2 M}{\partial r^2} = 0 \quad [6.66]$$

cuja solução geral é (compare com a Eq. [6.38])

$$M = C_1 \ln r + C_2 \quad [6.67]$$

sendo  $C_1$  ( $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) e  $C_2$  ( $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) constantes de integração, definidas pelas seguintes condições de contorno:

$$M = M_x \quad ; \quad r = r_x \quad [6.68]$$

$$\frac{dM}{dr} = S_z \frac{r_m^2}{2r_0} \quad ; \quad r = r_0 \quad [6.69]$$

onde  $M_x$  ( $\text{m}^2 \text{d}^{-1}$ ) representa o potencial de fluxo matricial no xilema,  $r_x$  e  $r_0$  (m) são os raios do xilema e da raiz, respectivamente,  $r_m$  (m) é a meia distância entre raízes e  $S_i$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3} \text{d}^{-1}$ ) é a extração radicular da camada de solo  $i$ .

Aplicando as condições de contorno das Eqs. [6.68] e [6.69] resulta em

$$C_1 = \frac{S_z}{2} r_m^2 \quad [6.70]$$

$$C_2 = M_x - \frac{S_z}{2} r_m^2 \ln r_x \quad [6.71]$$

A combinação das Eqs. [6.67], [6.70] e [6.71] resulta na seguinte expressão para  $M$  em função de  $r$  no intervalo  $r_x \leq r \leq r_0$ :

$$M = M_x + \frac{S_z}{2} r_m^2 \ln \frac{r}{r_x} \quad [6.72]$$

que em combinação com a Eq. [6.63] resulta em ( $r_x \leq r \leq r_0$ )

$$h = h_x + \frac{S_z r_m^2 \ln \frac{r}{r_x}}{2K_{root}} \quad [6.73]$$

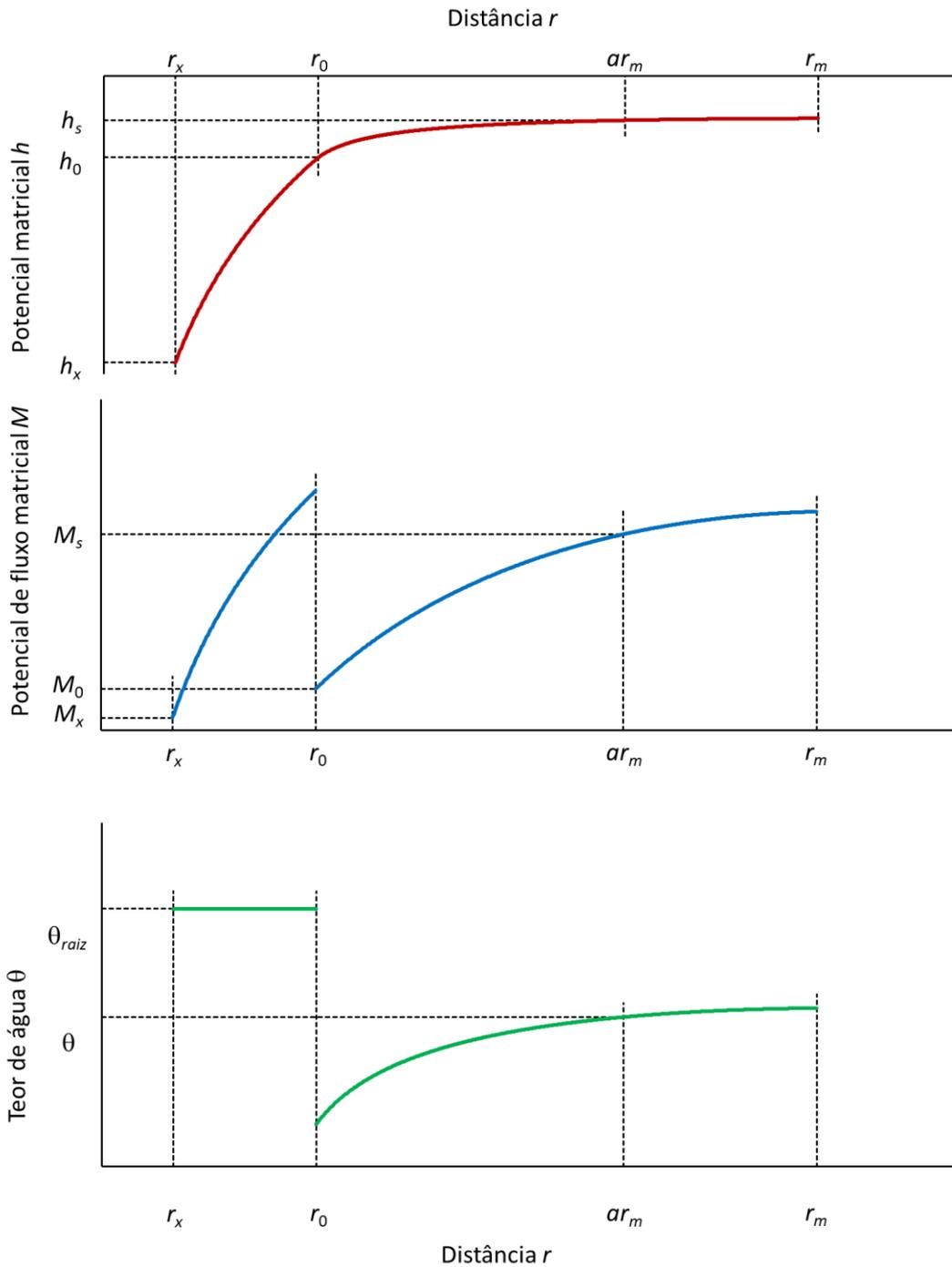


Figura 6.18 - Gráficos exemplares do potencial matricial, potencial de fluxo matricial e teor de água em função da distância do centro axial ao redor de uma raiz singular extraído água do solo a semelhança da Figura 6.16, para o modelo de De Jong Van Lier et al. (2013). O índice “x” indica o valor na face externa do xilema, “0” indica o valor na superfície radicular,  $r_m$  é a meia-distância entre raízes e  $a$  é a fração da distância  $r_m$  na qual ocorrem as condições médias.

Pela aplicação da Eq. [6.73] em  $r = r_0$  obtém-se uma expressão para  $h_0$ , o potencial na superfície da raiz, conforme

$$h_0 = h_x + \frac{S_z r_m^2 \ln \frac{r_0}{r_x}}{2K_{root}} \quad [6.74]$$

Observe que  $h(r)$  é uma função contínua (Figura 6.18), assim o  $h_0$  da Eq. [6.74] representa  $h$  na interface entre solo e raiz, independente se consideramos que essa interface possui propriedades hidráulicas do solo ou da raiz.

O potencial no xilema ( $h_x$ ) se relaciona com o potencial na folha  $h_l$  (m) conforme

$$h_x = h_l + \frac{T_a}{L_l} \quad [6.75]$$

onde  $L_l$  ( $d^{-1}$ ) é a condutância do percurso entre raiz e folha. Pela combinação das Eqs. [6.74] e [6.75] obtém se uma expressão para calcular  $h_0$  em função de  $h_l$ :

$$h_0 = h_l + \frac{T_a}{L_l} + \frac{S_z r_m^2 \ln \frac{r_0}{r_x}}{2K_{raiz}} \quad [6.76]$$

O fluxo da água do solo em direção à superfície da raiz foi tratado no modelo de De Jong Van Lier et al. (2008), onde deduziu-se (Eq. [6.58]) que a extração radicular por camada,  $S_i$ , é igual a

$$S_z = \rho(M_z - M_0) \quad [6.77]$$

onde (Eq. [6.59])

$$\rho = \frac{4}{r_0^2 - a^2 r_m^2 + 2(r_m^2 + r_0^2) \ln \frac{ar_m}{r_0}} \quad [6.78]$$

A substituição da Eq. [6.77] na Eq. [6.76] resulta em

$$h_0 = h_l + \varphi(M_s - M_0) + \frac{T_a}{L_l} \Rightarrow h_0 + \varphi M_0 = h_l + \varphi M_s + \frac{T_a}{L_l} \quad [6.79]$$

onde o parâmetro  $\varphi$  ( $d \text{ m}^{-1}$ ) é definido por

$$\varphi = \frac{\rho r_m^2 \ln \frac{r_0}{r_x}}{2K_{raiz}} \quad [6.80]$$

A Eq. [6.79] pode ser reescrita explicitando  $T_a$  conforme

$$T_a = L_l \left[ h_0 - h_l + \varphi(M_0 - M_s) \right] \quad [6.81]$$

Considerando que os valores do potencial  $h$  (e do potencial de fluxo matricial  $M$ ) na superfície radicular (em  $r = r_0$ ) não variam em profundidade, a Eq. [6.79] pode ser escrita para cada camada  $z$  de um solo como

$$h_0 + \varphi_z M_0 = h_l + \varphi_z M_z + \frac{T_a}{L_l} \quad [6.82]$$

A utilização do sistema de equações acima implica num procedimento iterativo para a estimativa de  $h_l$ . Para resolver a Eq. [6.82], a combinação correta de  $h_l$  e  $T_a$  deve ser encontrada de forma que os valores de  $M_0$  correspondentes, quando substituídos na Eq. [6.77] e integrados ao longo do perfil, resultam no valor correto de  $T_a$ .  $T_a$  é função de  $h_l$  e valores maiores (menos negativos) de  $h_l$  resultam numa  $T_a$  menor para uma dada distribuição de  $M_s$  em profundidade.

Supondo um valor para  $h_l$  e para  $T_a$ , o membro direito da Eq. [6.82] pode ser calculado. Na sequência,  $M_0$ , que é função de  $h_0$ , pode também ser calculado. A substituição de  $M_0$  na Eq. [6.77] resulta na extração radicular  $S_z$  para cada profundidade  $z$  e a transpiração real consequente  $T_a$  pode então ser calculada pela integração dos valores de  $S_z$  em todas as camadas (Eq. [6.54]). Esse valor de  $T_a$  deve convergir com o valor usado inicialmente na Eq. [6.82].

No modelo desenvolvido e incorporado no modelo agro-hidrológico SWAP, supõe-se inicialmente que  $h_l$  é igual a  $h_w$ , ou seja, o valor mais negativo possível para  $h_l$  e calcula-se a transpiração  $T_m$  ( $\text{m d}^{-1}$ ) correspondente. Se  $T_m < T_p$ , isso significa que há estresse hídrico, que, de fato,  $h_l = h_w$  e que  $T_a$  é igual ao  $T_m$  calculado. Por outro lado, se  $T_m \geq T_p$ , isso significa que não há estresse hídrico e o potencial da folha deve ser encontrado para qual  $T_a$  se torna igual a  $T_p$ :

$$T_a = T_p \quad ; \quad h_l > h_w \quad [6.83]$$

Supondo um valor para  $h_l$ , o  $T_a$  correspondente é calculado pela somatória da extração  $S_z$  de cada camada, pelas Eqs. [6.77] a [6.79]. Se o  $T_a$  resultante for menor que  $T_p$ , o valor de  $h_l$  é diminuído; se  $T_a > T_p$ , o valor de  $h_l$  é aumentado. Aplicando o método iterativo de Newton-Raphson, o valor de  $h_l$  pode ser encontrado de forma computacionalmente eficiente.

## 6.4 O balanço hídrico

### 6.4.1 Introdução

Entende-se por balanço hídrico a contabilização das entradas e saídas de água de um volume de solo. Considerando o balanço hídrico unidimensional, o volume é normalmente expresso por unidade de área superficial, tornando-se igual a uma altura. O volume (ou altura) de solo considerado pode ser um perfil inteiro ou uma parte dele, um horizonte ou camada.

Têm-se os seguintes componentes do balanço hídrico, todos expressos em unidades de lâmina (mm, m):

- $P + I$ : Precipitação (“chuva”) e irrigação
- $R$ : Escoamento (ou runoff)
- $E$ : Evaporação
- $T$ : Transpiração
- $D$ : Drenagem profunda
- $A$ : Ascensão

A Figura 6.19 mostra os componentes em relação a um perfil de solo, sendo que os componentes  $P+I$  e  $A$  são de entrada enquanto os demais ( $R$ ,  $E$ ,  $T$  e  $D$ ) são de saída. Observe que a lâmina de água que efetivamente infiltra na superfície do solo é o componente  $P+I$  menos o escoamento  $R$ . Todos os componentes podem ocorrer simultaneamente, exceto a ascensão  $A$  e a drenagem profunda  $D$ . A soma de todos os componentes, respeitando os respectivos sinais + (entrada) ou – (saída), resulta no saldo que se soma à lâmina de armazenagem  $L_h$ . Assim, a equação do balanço hídrico pode ser escrita como

$$\Delta L_h = \underbrace{P+I-R}_{\text{infiltração}} - \underbrace{(E+T)}_{\text{evapotranspiração}} - D + A \quad [6.84]$$

onde o termo  $\Delta L_h$  (mm, m) é chamado de variação da armazenagem.

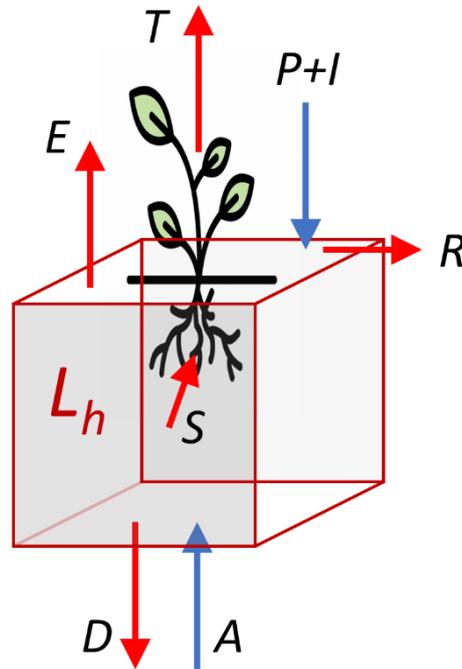


Figura 6.19 - Esquema de um perfil de solo com os componentes do balanço hídrico. O componente  $S$  representa a extração da água pelo sistema radicular da planta, igual à transpiração  $T$ .

#### 6.4.2 Modelos de compartimento (ou “bucket”)

O cálculo do balanço hídrico inclui componentes transientes de difícil predição. Enquanto a evaporação e transpiração podem ser estimadas em função de parâmetros meteorológicos e a chuva e irrigação são dados obtidos diretamente, a quantificação do escoamento superficial ( $R$ ) e do componente drenagem ( $D$ ) ou ascensão ( $A$ ) é mais complicada. O cálculo da drenagem ou ascensão pode ser feito com o auxílio de modelos baseados na equação de Richards, mas esses requerem uma caracterização hidráulica completa do perfil do solo, inclusive as funções de retenção e condutividade hidráulica.

Para simplificar o procedimento e a exigência de dados, muitos usuários e desenvolvedores de modelos optam por uma representação simplificada da hidrologia do solo, transformando-o num reservatório ou uma sequência de reservatórios, cada um com um teor máximo de água, normalmente considerado como a capacidade de campo. Esses modelos são denominados de modelos de compartimento (ou, em inglês, “bucket models”).

A Figura 6.20 representa esquematicamente um modelo de compartimento do solo com os mesmos componentes do balanço hídrico da Figura 6.19, exceto a ascensão, não considerada nesse tipo de modelo. Observe que existe, entre os compartimentos, a possibilidade de um fluxo descendente de drenagem interna  $d$ . Sempre que um compartimento exceder o seu teor-limite de água (a capacidade de campo), o excedente será “descartado” para o compartimento inferior. Não há, em modelos de compartimento, uma opção para o movimento ascendente da água.

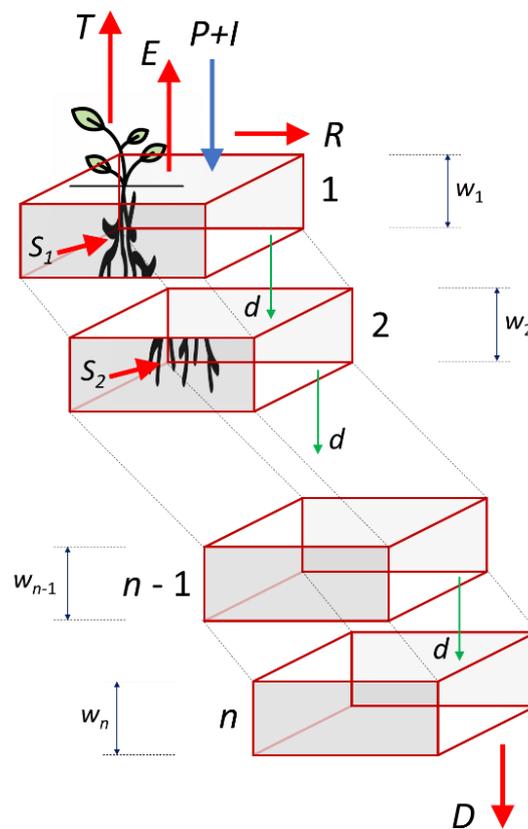


Figura 6.20 - Esquema de um modelo de compartimento representando um perfil de solo de  $n$  camadas com os componentes do balanço hídrico e a extração radicular  $S_i$  nas camadas com raízes. A soma dos valores de  $S_i$  multiplicados pelas respectivas espessuras das camadas  $w_i$  compõe o componente transpiração  $T$  (Eq. [6.54]).

Assim, podemos escrever a equação do balanço hídrico de cada compartimento como

1. para a primeira camada ( $i = 1$ ):

$$\Delta L_h = P + I - R - (E + S_1) - d_1 \quad [6.85]$$

2. para as camadas intermediárias ( $2 \leq i \leq n-1$ ):

$$\Delta L_h = d_{i-1} - S_i - d_i \quad [6.86]$$

3. para a última camada ( $i = n$ ):

$$\Delta L_h = d_{n-1} - S_n - D \quad [6.87]$$

onde o termo  $d_i$  (mm, m) é a drenagem interna, o fluxo de água entre as camadas de número  $i$  e  $i+1$ . Observe que a chuva, irrigação e evaporação incidem somente na primeira camada, enquanto a transpiração é particionada entre as camadas conforme a Eq. [6.54] em função da extração por camada ( $S_i$ ), seguindo princípios definidos em cada modelo, normalmente relacionados com a profundidade e distribuição radicular. O excedente da última camada, quando drena, se torna a drenagem profunda  $D$ .

### 6.4.3 Modelos baseados na Equação de Richards

Em contraste aos modelos de compartimento, modelos baseados na equação de Richards fazem o cômputo completo de todos os fluxos (incluindo a ascensão da água) dentro de um perfil de solo, seguindo uma discretização do espaço e do tempo. Não necessitam da definição de um teor de água máximo (capacidade de campo) como os modelos de compartimento. Os modelos baseados na Equação de Richards foram apresentados e discutidos com mais detalhe no Item 5.10.



# 7 Movimento de gases no solo

---

## 7.1 Introdução

A fase gasosa do solo, comumente chamada de *ar do solo*, é composta por uma mistura de gases em grande parte parecida ou igual ao ar atmosférico. Algumas diferenças serão discutidas mais adiante. Recentemente, a dinâmica da fase gasosa do solo e seus componentes recebeu especial atenção devido à sua importância com relação à troca do gás carbônico entre solo e atmosfera. Classicamente, seu estudo foca três assuntos principais: a aeração da zona radicular do solo, o fluxo de vapor de água no solo e o movimento de componentes voláteis do solo até a superfície ou até a água freática. Esse capítulo trata do entendimento dos princípios físicos que regem a dinâmica de gases no solo. Será apresentado um modelo para a predição da aeração de um perfil de solo.

Gases, como líquidos, são fluidos, isto é, possuem propriedades como viscosidade e tensão superficial que foram vistas para a água no Capítulo 3. Uma das diferenças entre gases e líquidos é que os gases possuem densidade e viscosidade muito pequenas e expansão e contração expressiva com alteração de temperatura ou pressão. Um gás pode ser puro (p.e. N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, vapor de H<sub>2</sub>O) ou compor-se de uma mistura de tipos de moléculas, como é o caso do ar atmosférico.

Definem-se, na termodinâmica, os “gases ideais”. Por definição, um gás é “ideal” caso suas moléculas não ocupem espaço e não interajam entre si e dessa forma um gás ideal existe apenas em teoria. Contudo, gases rarefeitos com moléculas relativamente pequenas, como é o caso do ar atmosférico, podem ser considerados “ideais”, o que facilita o equacionamento da relação entre pressão ( $P$ , Pa), volume ( $V$ , m<sup>3</sup>) e temperatura ( $T$ , K). Para um gás ideal, ela pode ser descrita por uma equação muito simples, a conhecida equação universal dos gases ideais:

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \quad [7.1]$$

onde  $n$  é o número de mol,  $m$  (kg) é a massa,  $M$  (kg mol<sup>-1</sup>) é a massa molar (que para o ar atmosférico é igual a 0,02896 kg mol<sup>-1</sup>) e  $R$  é a constante universal dos gases ideais, igual a 8,314 J mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>.

O ar é uma mistura de gases que compõe a fase gasosa presente envolvendo toda a superfície terrestre. O valor padrão para a pressão atmosférica ao nível do mar ( $P_0$ ) é 101 325 Pa, frequentemente aproximado por 10<sup>5</sup> Pa (ou 1 atm, 1 bar, 760 mmHg), tornando-se menor conforme aumenta a altitude. A pressão do ar ( $P$ , Pa) em equilíbrio estático (ar parado) varia com a altitude  $z$  (m) conforme

$$P = P_0 e^{-\frac{Mg}{RT}z} \quad [7.2]$$

com  $P = P_0$  (pressão atmosférica padrão) em  $z = 0$  (nível do mar).

Aplicando a Eq. [7.2] a problemas em física do solo, verificamos que é pouco relevante considerar diferenças de pressão do ar num perfil de solo. Considerando, por exemplo, a superfície do solo em  $z = 0$ , a 1 metro abaixo da superfície do solo ( $z = -1$  m) a pressão do ar pode ser calculada pela Eq. [7.2] e verifica-se que a pressão será somente 0,01% maior do que na superfície. Isso evidencia que, para fins de estudo de gases no solo, a pressão do ar pode ser considerada como constante. Exceções podem ocorrer quando o ar se encontra aprisionado em poros sob o efeito de meniscos côncavos de água. Nesse caso, a pressão do ar pode aumentar significativamente e pode dar origem ao fenômeno desagregador chamado “slaking” ou “explosão de agregado”.

A densidade do ar ( $\rho_{ar}$ , kg m<sup>-3</sup>) é a massa dividida pelo volume. Sendo assim, reescrevendo a Eq. [7.1] obtém-se

$$\rho_{ar} = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \quad [7.3]$$

A Eq. [7.3] mostra que, em condições isotérmicas ( $T$  constante), a densidade do ar é proporcional à sua pressão. Como a variação da pressão do ar no solo pode ser considerada desprezível, considera-se que há equilíbrio entre dois subsistemas gasosos num perfil de solo se a pressão total for igual nos dois. Caso contrário, haverá fluxo de massa, um deslocamento do ar da maior à menor pressão.

A Tabela 7.1 mostra os valores de algumas propriedades físicas do ar atmosférico e que podem normalmente ser aplicadas ao ar do solo também.

Tabela 7.1 - Propriedades físicas do ar à temperatura de 15°C e pressão de 101325 Pa.

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Densidade	$\rho_{ar}$	1,29	kg m <sup>-3</sup>
Viscosidade	$\eta_{ar}$	1,71·10 <sup>-5</sup>	Pa s
Calor específico isobárico	$c_{p,ar}$	1005	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Condutividade térmica	$K_{ar}$	0,024	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Massa molar	$M_{ar}$	0,02896	kg mol <sup>-1</sup>

O ar do solo preenche, juntamente com a solução do solo, o espaço poroso. A Eq. 2.14] apresentada no Item 2.1.3 definiu a porosidade livre de água, que também pode ser chamada de teor de ar. Sendo assim, um solo com um teor de água maior terá um teor de ar menor e vice-versa. O movimento de um gás ou um de seus componentes pode ser expresso a base de massa (em kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>), a base de volume (m<sup>3</sup> m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> = m s<sup>-1</sup>) ou molar (mol m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>). A fração volumétrica de ar geralmente diminui com a profundidade devido à redução na porosidade total bem como pelo aumento do teor de água.

## 7.2 A composição do ar

O ar atmosférico seco é composto por nitrogênio, oxigênio e argônio, além de outros componentes como dióxido de carbono, hidrogênio, hélio e neon. Os primeiros três componentes representam praticamente a totalidade, como mostra a Tabela 7.2 com maior detalhe. Observe que as frações molares podem também ser entendidas como as pressões parciais, conforme será demonstrado mais adiante (Eq. [7.8]).

Tabela 7.2 - Composição do ar seco em condições padrão ( $t = 15^\circ\text{C}$ ,  $P = 101\,325\text{ kPa}$ ), em ordem de abundância.

Molécula	Símbolo	Massa molar, kg mol <sup>-1</sup>	Fração molar $f_i$ , %
Nitrogênio	N <sub>2</sub>	0,028	78,084 (≈78)
Oxigênio	O <sub>2</sub>	0,032	20,9476 (≈21)
Argônio	Ar	0,040	0,934 (≈1)
Dióxido de Carbono	CO <sub>2</sub>	0,044	0,0314 (0,0407*)
Néon	Ne	0,0202	0,001818
Hélio	He	0,004	0,000524
Metano	CH <sub>4</sub>	0,016	0,0002
Criptônio	Kr	0,0838	0,000114
Hidrogênio	H <sub>2</sub>	0,002	0,00005
Xenônio	Xe	0,1313	0,0000087

Fonte: CRC Handbook of Chemistry and Physics, David R. Lide, Ed., 1997 Edition

\* Valor atualizado em 2018

Além dos componentes da Tabela 7.2, o ar atmosférico contém uma quantidade variável de vapor de água conforme a temperatura, região, estação etc. Sua fração molar pode variar de próximo de 0 a 5%.

A mobilidade do ar do solo é relativamente restrita, visto que se encontra confinado no espaço poroso do solo que divide com a água. Assim, como ocorrem reações bioquímicas envolvendo gases no solo, sua composição costuma variar em profundidade. Muito próximo à superfície, a composição do ar do solo é semelhante à da atmosfera, exceto que sua umidade relativa está sempre próxima a 100%, conforme será detalhado no Item 7.4. Conforme a distância até a superfície aumenta, o teor de CO<sub>2</sub> aumenta e o de O<sub>2</sub> diminui, devido às reações biológicas no solo. Em condições aeróbicas, isto é, quando a disponibilidade de O<sub>2</sub> não está limitando as reações bioquímicas no solo, o número de mol (e, portanto, o volume) de CO<sub>2</sub> produzido é igual ao número de mol (ou volume) de O<sub>2</sub> consumido, conforme se observa na equação química da respiração aeróbica ( $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$ )

A taxa de produção de CO<sub>2</sub> e de consumo de O<sub>2</sub> variam da ordem de 1 a 50 g m<sup>-2</sup> d<sup>-1</sup>, conforme as condições ambientais, principalmente a temperatura, o pH, o estado nutricional e a população de micro-organismos. A fração gasosa é essencial para garantir a oxigenação do perfil do solo, necessária à vida aeróbica (raízes e micro-organismos). Para isso, um teor de ar na faixa de 0,05 a 0,20 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup> é geralmente adequado. O assunto será discutido com detalhe mais adiante nesse capítulo.

#### EXERCÍCIO 7.1

- Estimar a massa de oxigênio presente em 1 m<sup>3</sup> de solo com porosidade de 0,5 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup> e umidade de 0,25 m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>? *[Resposta: 64,6 g/m<sup>3</sup> solo]*
- Se o consumo microbiano de oxigênio variar entre 5 e 30 g m<sup>3</sup> d<sup>-1</sup>, para quanto tempo esse solo tem oxigênio?

### 7.3 Pressões parciais: a Lei de Dalton

Para o ar do solo, uma mistura de gases ideais, tem-se

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots \quad [7.4]$$

onde  $i$  é o número de ordem do componente da mistura. A fração molar é definida como

$$f_i = \frac{n_i}{n} \quad [7.5]$$

Seguindo a definição de um gás ideal, as moléculas não interagem entre si e cada componente do ar se comporta individualmente, como se não tivesse os outros. Assim, em analogia à Eq. [7.1], para qualquer componente pode-se escrever

$$P_i V = n_i R T \Leftrightarrow n_i = \frac{P_i V}{R T} \quad [7.6]$$

onde  $P_i$  é a *pressão parcial* do componente da mistura. Observe que na Eq. [7.6] o número de mol  $n_i$  está proporcional à pressão parcial  $P_i$ , ao mesmo tempo que o volume ocupado é o volume total  $V$ . Em outras palavras, cada componente ocupa o volume  $V$  inteiro e não uma fração do volume, pelo fato de se tratar de um gás ideal no qual as próprias moléculas não ocupam espaço e nem interagem. Substituindo a Eq. [7.6] na Eq. [7.4] verifica-se que

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_i + \dots \quad [7.7]$$

que é uma expressão matemática da *Lei de Dalton*: a pressão total de uma mistura de gases ideais é igual à soma das pressões parciais dos gases ideais constituintes. Outra forma de escrever esse resultado é, combinando as Eqs. [7.4] e [7.7], resultando em

$$\frac{P_i}{P} = \frac{n_i}{n} = f_i \Rightarrow P_i = \frac{n_i}{n} P = f_i P \quad [7.8]$$

ou, em palavras, numa mistura de gases ideais, a pressão parcial é igual à fração molar.

## 7.4 Umidade do ar do solo

O ar do solo, como o atmosférico, contém vapor de água. Como o ar do solo está confinado no espaço poroso relativamente fechado onde se encontra também água líquida, seria intuitivo pensar que o ar do solo deve estar com uma umidade relativa muito elevada, ou até mesmo saturado. Define-se umidade relativa do ar do solo ( $\Omega$ , Pa Pa<sup>-1</sup>) como

$$\Omega = \frac{e_a}{e_s} \quad [7.9]$$

onde  $e_a$  (Pa) é a pressão parcial do vapor de água no ar do solo e  $e_s$  (Pa) é a pressão de vapor saturado que é função da temperatura  $t$  (°C), frequentemente calculada pela equação de Magnus parametrizada por Tetens (1930):

$$e_s = 611 \cdot 10^{\frac{7,5t}{t+237,3}} \quad [7.10]$$

ou, numa parametrização mais precisa para a faixa de -40 a 50 °C por Alduchov & Eskridge (1996):

$$e_s = 610,94 \cdot e^{\frac{17,625t}{t+243,04}} \quad [7.11]$$

Reescrevendo a Eq. [7.8] para o caso do vapor de água, com  $P_i = e_a$  e  $P = P_{atm}$  obtém-se

$$e_a = \frac{n_v}{n} P_{atm} \quad [7.12]$$

onde  $n_v$  (mol) é o número de mol de vapor de água. Definindo a concentração de vapor  $\phi_v$  (mol m<sup>-3</sup>) como

$$\phi_v = \frac{n_v}{V} \quad [7.13]$$

a Eq. [7.12] pode ser escrita como

$$e_a = \frac{\phi_v}{n/V} P_{atm} \quad [7.14]$$

Analogamente:

$$e_s = \frac{\phi_{v,s}}{n/V} P_{atm} \quad [7.15]$$

A combinação das Eqs. [7.9], [7.14] e [7.15] resulta numa expressão alternativa para a umidade relativa  $\Omega$  em função da concentração de vapor de água:

$$\Omega = \frac{\phi_v}{\phi_{v,s}} \quad [7.16]$$

No ar atmosférico, a umidade relativa varia consideravelmente em função do local e do tempo, podendo assumir valores na faixa inteira de 0 a 1 (ou, em porcentagem, 0 a 100%). Contrariamente, como o ar do solo está sempre muito próximo à água líquida,  $\Omega$  está sempre muito próximo de 1 (ou 100%), exceto em solos

extremamente secos. Isso porque a umidade relativa do ar do solo está correlacionada com a curvatura dos meniscos côncavos da água líquida sob tensão. A relação termodinâmica entre umidade relativa e o potencial matricial  $h$  (m) da água no solo é (Villa Nova et al., 1996):

$$h = \frac{RT}{M_a g} \ln \Omega \Leftrightarrow \Omega = e^{\frac{h M_a g}{RT}} \quad [7.17]$$

onde  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $T$  (K) é a temperatura absoluta,  $M_a$  é a massa molar da água ( $M_a = 0,018 \text{ kg mol}^{-1}$ ) e  $g$  é a aceleração da gravidade ( $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ). Observe que o valor de  $h$  na Eq. [7.17] é, evidentemente, negativo. Substituindo os valores das constantes na Eq. [7.17] obtém-se

$$h = 47,083T \ln \Omega \Leftrightarrow \Omega = e^{\frac{h}{47,083T}} \quad [7.18]$$

Observe-se que a Eq. [7.17] é válida no caso de água pura, sem solutos. No caso da presença de solutos, o potencial osmótico  $h_\pi$  (Item 3.4) deve ser somado ao membro esquerdo, tornando-se

$$h + h_\pi = \frac{RT}{M_a g} \ln \Omega \quad [7.19]$$

ou, substituindo  $h_\pi$  pela Eq. [3.9]:

$$h - \frac{RT}{\rho g} C = \frac{RT}{M_a g} \ln \Omega \Rightarrow h = \frac{RT}{g} \left[ \frac{C}{\rho} + \frac{\ln \Omega}{M_a} \right] \quad [7.20]$$

onde  $C$  ( $\text{mol m}^{-3}$ ) é a concentração de solutos e  $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) é a densidade da solução. Para simplificar o tratamento e considerando que o teor de solutos é baixo na maioria dos solos, considera-se geralmente o caso de  $C = 0$ , reduzindo a Eq. [7.20] à [7.17].

O significado das Eqs. [7.17] e [7.20] é representado na Figura 7.1, onde se mostra  $\Omega$  em porcentagem em função do potencial matricial da água do solo. Sem a presença de solutos ( $C = 0$ ), para  $h = 0$  (solo saturado com água),  $\Omega = 1$  ou 100%. Para valores mais negativos de  $h$  (valores absolutos maiores) a  $\Omega < 100\%$ , porém a redução é muito pequena: observam-se valores da umidade relativa acima de 99% para toda a faixa de potenciais matriciais até o ponto de murcha permanente. Concluindo: mesmo num solo muito seco (no ponto de murcha permanente) a umidade relativa do ar ainda

será muito elevada (~99%). A presença de solutos também diminui a umidade relativa do ar no solo.

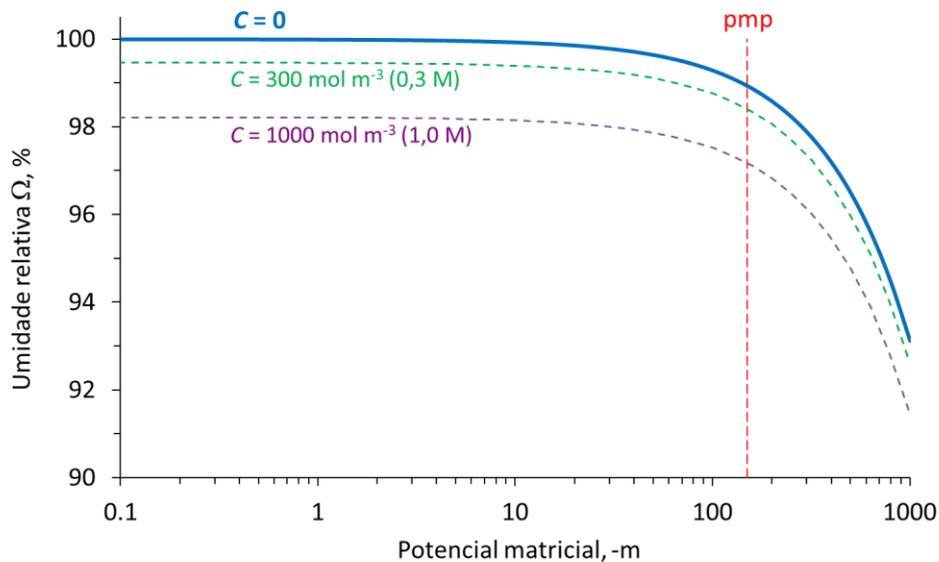


Figura 7.1 - Relação entre umidade relativa do ar no solo e o potencial matricial à temperatura  $T = 298$  K, sem solutos ( $C = 0$ ) correspondendo à Eq. [7.17] e com uma concentração de 0,3 M e 1,0 M de solutos (Eq. [7.20]). O ponto de murcha permanente (pmp) indicado corresponde a -150 m.

#### EXERCÍCIO 7.2

À temperatura de 298 K e desconsiderando a presença de solutos:

- Qual será a umidade relativa do ar no solo quando o potencial matricial for igual a -1 m? [\[Resposta: 99,99287%\]](#)
- Se a umidade relativa do ar do solo for igual a 80%, qual é o potencial da água no solo? [\[Resposta: -3131 m\]](#)

## 7.5 Permeabilidade e fluxo advectivo de ar no solo

Uma diferença (ou um gradiente) de pressão total resulta num fluxo do ar da maior à menor pressão. Essa questão é análoga ao fluxo de água conforme descrito nos Itens 5.1 e 5.3 e é regida pela Lei de Poiseuille enquanto laminar. Esse fluxo de massa (ou advecção) do ar do solo sempre envolve a mistura como um todo. O gradiente de pressão pode ser causado, por exemplo, por uma variação na pressão barométrica, pela elevação do lençol freático, por mudanças de temperatura ou pelo deslocamento do ar do solo devida à infiltração de água. Desses processos, apenas o último pode contribuir significativamente com a troca de ar entre solo e atmosfera, embora sua participação

no total de trocas dificilmente ultrapasse os 10%. Estima-se que os 90% restantes ocorrem pela difusão de componentes do ar entre solo e atmosfera, que será tratada no Item 7.6 a seguir.

Em função da geometria de seu espaço poroso, o solo possui uma permeabilidade  $k$  ( $m^2$ ) que expressa sua habilidade em conduzir fluidos. O ar, como qualquer gás ou fluido, possui uma *viscosidade* ( $\eta$ , Pa s). Juntando-se a permeabilidade do espaço poroso e a viscosidade do gás obtém-se a condutividade gasosa  $K_g$  conforme

$$K_g = k \frac{\rho_g}{\eta} \quad [7.21]$$

Por análise dimensional, a unidade de  $K_g$  é tempo (s). Dessa forma,  $k$  é uma propriedade da matriz do solo apenas, enquanto  $K_g$  é uma propriedade do sistema solo-gás que permite calcular a densidade de fluxo de gás no solo por advecção ( $q_g$ ,  $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$ ) pela equação

$$q_g = -K_g \frac{dP}{dx} \quad [7.22]$$

onde  $dP/dx$  ( $Pa\ m^{-1}$ ) é o gradiente de pressão total. A Eq. [7.22] é uma versão de lei de Fick, a ser apresentada no item seguinte. Comparando a condutividade *gasosa* de um solo completamente saturado com ar (e, portanto, sem água) com a condutividade *hidráulica* do mesmo solo completamente saturado com água e supondo que o espaço poroso esteja exatamente igual nas duas condições (o que, na realidade, nem sempre é o caso), a condutividade gasosa será em torno de 60 vezes maior que a condutividade hidráulica. O fator 60 é a razão entre a viscosidade da água ( $\eta_{\text{água}} \approx 1 \cdot 10^{-3}$  Pa s) e a do ar ( $\eta_{\text{ar}} \approx 1,7 \cdot 10^{-5}$  Pa s).

## 7.6 Fluxo difusivo de ar no solo – a Lei de Fick

Além da movimentação de gases por fluxo de massa em função de um gradiente de pressão total (Item 7.5), os componentes de uma mistura de gases (como é o ar do solo) podem se mover por difusão. Enquanto o fluxo de massa ocorre na presença de um gradiente de pressão total, a difusão ocorre sempre que haja um gradiente de pressão *parcial*. Gradientes de pressão parcial dos componentes do ar do solo ocorrem, por exemplo, pelo consumo de  $O_2$  e a produção de  $CO_2$  por (micro-)organismos do solo

e por raízes de plantas. O conteúdo de oxigênio no ar atmosférico seco é quase 21% e o do CO<sub>2</sub> é pouco mais que 0,03% (Tabela 7.2). No ar úmido esses números reduzem proporcionalmente ao conteúdo de água, somando juntos em torno de 20%. No entanto, no solo o teor de CO<sub>2</sub> pode ser muito maior do que na atmosfera, sendo que a maioria das atividades biológicas é prejudicada em condições de concentrações de CO<sub>2</sub> acima de 5% (ou teores de oxigênio abaixo de 15%). Dessa forma originam diferenças de concentração (ou de pressão parcial) desses componentes do ar entre o solo e a atmosfera, resultando no processo de difusão.

Um outro componente do ar do solo que frequentemente difunde por um gradiente de pressão parcial é o vapor de água. Nesse caso, diferenças de potenciais matriciais entre camadas do solo causam diferentes umidades relativas e gradientes de pressão de vapor (Item 7.4).

Em analogia à Eq. [7.22], a densidade de fluxo por difusão de um componente no ar,  $q_c$  (kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>) é descrita pela *Lei de Fick*:

$$q_c = -K_c^{ar} \frac{dP_c}{dz} \quad [7.23]$$

onde  $K_c^{ar}$  (s) é a difusividade do ar para o fluxo do componente, a base de pressão,  $P_c$  (Pa) é a pressão parcial do componente e  $z$  é a distância. Embora a difusão de gases possa ocorrer em todas as direções, horizontais ou verticais, normalmente os fluxos horizontais são muito menos importantes que os verticais provocados pelo consumo de O<sub>2</sub> e a produção de CO<sub>2</sub>, de forma que aqui trataremos do fluxo vertical (coordenada  $z$ ).

A pressão parcial de um gás é linearmente proporcional à sua concentração (Lei de Dalton (Eq. [7.8]), portanto a Eq. [7.23] (Lei de Fick) equivale a

$$q_c = -D_c^{ar} \frac{dc_g}{dz} \quad [7.24]$$

onde  $D_c^{ar}$  (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>) é a difusividade do ar para o fluxo do componente, a base de concentração e  $dc_g/dz$  (kg m<sup>-3</sup> m<sup>-1</sup>) é o gradiente de concentração do gás no ar do solo. O sinal negativo aparece nas Eqs. [7.23] e [7.24] para indicar que a difusão ocorre do ponto de maior concentração ao de menor concentração, contrário ao gradiente.

Pela Eq. [7.24] verifica-se que a densidade de fluxo por difusão é proporcional ao gradiente de concentração. O coeficiente de proporcionalidade é a difusividade gasosa

$D_c^{ar}$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ) que é específica para o meio e para a molécula que difunde, além de depender da temperatura e da pressão total da mistura. Uma maior temperatura e uma menor pressão estão associadas a valores maiores da difusividade gasosa. Em condições normais de temperatura e pressão utilizam-se valores para  $D_c^{ar}$  entre  $1,5 \cdot 10^{-5}$  e  $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para a difusão do ar no solo. Mais detalhadamente, o valor para a difusão de  $\text{O}_2$  no ar em condições padrão de temperatura e pressão é  $1,98 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Para o  $\text{CO}_2$ , uma molécula maior que o  $\text{O}_2$ , a difusividade é um pouco menor,  $1,64 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . No geral, para moléculas maiores o valor é menor. Jury et al. (1983) recomendam, por exemplo, utilizar  $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para a difusão gasosa de pesticidas com massa molecular intermediária ( $0,1 - 0,3 \text{ kg mol}^{-1}$ ).

A Eq. [7.24] é válida para a difusão de um gás em um meio homogêneo, isto é, onde não existem diferenças de difusividade no espaço. Ela pode ser aplicada ao ar do solo quando o espaço onde ocorre o fluxo é relativamente grande. Caso contrário, o efeito de choques de moléculas do gás com os sólidos e a água do solo alterará as características da difusão. Esse fato é quantitativamente caracterizado pelo *caminho livre médio* ( $\lambda$ , m), a distância média entre moléculas. Se  $\lambda$  for muito maior que o raio do poro  $r$  do solo no qual o gás se encontra, colisões com as paredes do poro serão mais importantes do que colisões com outras moléculas do gás e o processo se diferencia fisicamente de um fluxo de moléculas no ar livre. Nesse caso, a difusão que ocorre é chamada de *difusão de Knudsen*. Caso contrário ( $\lambda \ll r$ ), as colisões com as paredes do poro (os sólidos do solo) serão de pouca importância na modelagem do fluxo e a difusão é do tipo *Fick*, podendo-se aplicar a Eq. [7.24].

Qual é o tipo de difusão que predomina no solo, o de Fick (movimento livre) ou o de Knudsen (movimento restrito)? Pela Eq. [7.1], o volume de um  $\text{m}^3$  contém 41 mol de um gás ideal a 298 K ( $\approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) e à pressão atmosférica padrão (101 325 Pa), o que corresponde a  $41 \cdot 6,0 \cdot 10^{23} = 2,5 \cdot 10^{25}$  moléculas em cada  $\text{m}^3$ . Isso significa que cada molécula ocupa um volume de  $(2,5 \cdot 10^{25})^{-1} = 4 \cdot 10^{-26} \text{ m}^3$ , correspondendo a um cubo de arestas de  $3,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . A ordem de grandeza desse valor ( $10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ nm}$ ) é a ordem de grandeza do caminho livre médio  $\lambda$  no ar atmosférico e do solo. Considera-se que quando o diâmetro de um poro seja menor que 50 nm, a difusão se torna do tipo Knudsen. Poros desse diâmetro estão com ar apenas em condições do solo extremamente seco. Segundo a Eq. [3.32], o diâmetro de 50 nm (ou raio de  $25 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ )

corresponde a um potencial matricial em torno de -600 m ou seja, a um solo bem mais seco que no ponto de murcha permanente ( $h_{pmp} = -150$  m). Sendo assim, a difusão de Knudsen é de pouca importância para aplicações agronômicas.

A utilização direta da Eq. [7.24] para a estimativa da difusão de componentes do ar *no solo* resulta em superestimativas por duas razões. Em primeiro lugar, devido à tortuosidade dos poros, as moléculas devem percorrer um caminho maior para se deslocar de um ponto ao outro. Em segundo lugar, a seção transversal disponível para o fluxo é menor no solo pela existência de barreiras sólidas e líquidas. Sendo assim, um fator de correção, chamado fator de tortuosidade ( $\xi$ ) é introduzido na Eq. [7.24] conforme

$$q_c = -\xi D_c^{ar} \frac{dc_g}{dz} = -D_c^{solo} \frac{dc_g}{dz} \quad [7.25]$$

onde  $D_c^{solo}$  ( $m^2 s^{-1}$ ) é a difusividade do solo para o fluxo do componente  $c$ , a base de concentração. O valor de  $\xi$ , que está sempre entre 0 e 1, apresenta uma dependência da porosidade total e do conteúdo de água. Embora existam diversas propostas empíricas e semi-empíricas para a estimativa da tortuosidade  $\xi$ , a expressão mais utilizada foi teoricamente deduzida por Millington (1959) e Millington & Quirk (1961) e expressa  $\xi$  em função da porosidade total  $\alpha$  ( $m^3 m^{-3}$ ) e do conteúdo de ar  $\beta$  ( $m^3 m^{-3}$ ) conforme

$$\xi = \frac{\beta^p}{\alpha^2} \quad [7.26]$$

onde o valor do expoente  $p$  é geralmente tomado como  $p = 10/3$ . Alternativas empíricas foram apresentadas, entre outros, por Penman (1940) ( $\xi = 0,66 \alpha$ ) e Lai et al. (1976) ( $\xi = \beta^{7/3}$ ).

Da Eq. [7.26] verifica-se que o valor mínimo do fator de tortuosidade é 0 para o solo saturado com água ( $\beta = 0$ ); seu máximo ocorre para o solo totalmente seco ( $\theta = 0$ ), quando  $\beta = \alpha$  e

$$\xi_{\theta=0} = \frac{\alpha^p}{\alpha^2} = \alpha^{p-2} \quad [7.27]$$

o que equivale a  $\xi = \alpha^{4/3}$  para  $p = 10/3$ . Valores de  $\xi$  em função da porosidade de aeração calculados segundo a Eq. [7.26] com  $p = 10/3$  são representados na Figura 7.2 para três valores de porosidade total.

Em analogia às resistências hidráulica (Item 5.4.2) e térmica (Item 8.3), para a resolução de problemas que envolvem duas ou mais camadas de solo em série com difusividades diferentes pode se utilizar a resistência difusiva ( $R_D$ , s  $m^{-1}$ ), definida como a espessura  $\Delta x$  (m) da camada de solo dividida pela sua difusividade gasosa:

$$R_D = \frac{\Delta x}{\xi D_c^{ar}} = \frac{\Delta x}{D_c^{solo}} \tag{7.28}$$

Substituindo a Eq. [7.28] na Lei de Fick (Eq. [7.25]) obtém-se uma versão da Lei de Fourier com resistência difusiva  $R_D$ :

$$q = -\frac{dc_g}{R_D} \tag{7.29}$$

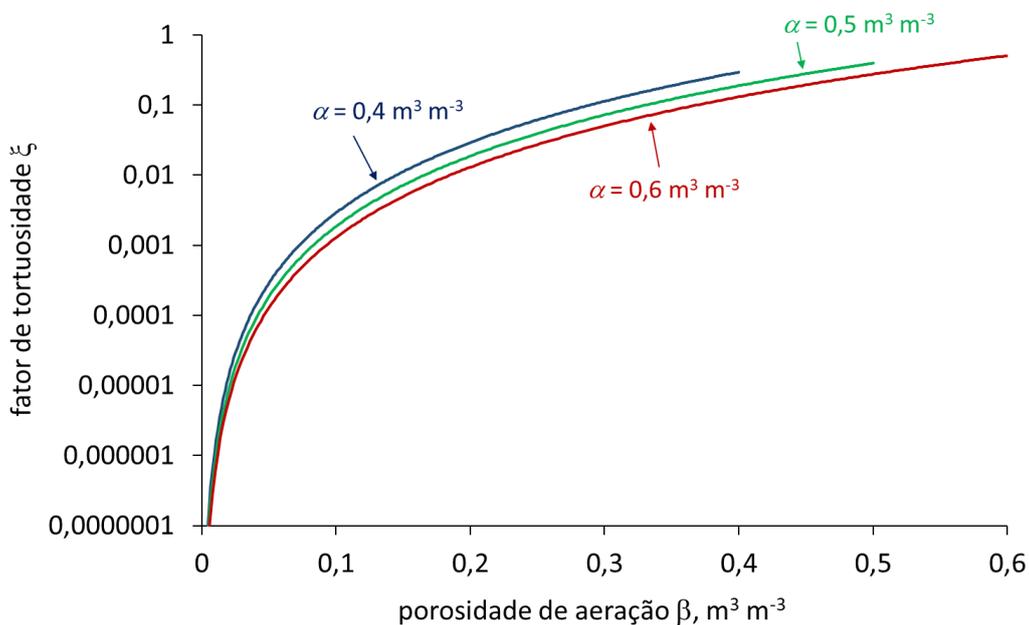


Figura 7.2 - Fator de tortuosidade  $\xi$  em função da porosidade de aeração  $\beta$  calculado segundo a Eq. [7.26] com  $p = 10/3$  para três valores de porosidade total  $\alpha$ .

**EXERCÍCIO 7.3**

Um solo tem uma porosidade total de  $0,55 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . A concentração de oxigênio na profundidade de 60 cm é de um décimo da concentração atmosférica, que é de 20% da pressão atmosférica ( $P_{atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ). A difusividade de oxigênio no ar  $D_{O_2^{ar}} = 0,18 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . Considerando um gradiente de concentração de oxigênio constante entre a superfície e a profundidade em questão, calcular a densidade de fluxo de oxigênio nas seguintes condições (utilizar a equação de Millington & Quirk (1961) com  $p = 10/3$  para calcular o fator de tortuosidade):

- se o teor de água do solo for  $0,25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  *(Resposta:  $4,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol m}^{-2} \text{ h}^{-1}$ )*
- se o teor de água do solo for  $0,45 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  *(Resposta:  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol m}^{-2} \text{ h}^{-1}$ )*

**EXERCÍCIO 7.4**

O solo do Exercício 7.3, com o mesmo teor de oxigênio a 0,60 m, encontra-se com teor de água de  $0,45 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  entre a superfície e a profundidade de 0,20 m. Entre 0,20 e 0,60 m, o teor de água é  $0,25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ . Em equilíbrio dinâmico, desenhar um gráfico da concentração de oxigênio versus a profundidade.

**DICA:** Resolver em analogia ao Exercício 5.4 (água) ou Exercício 8.7 (calor)

**EXERCÍCIO 7.5**

O solo do Exercício 7.3, com o mesmo teor de oxigênio a 0,60 m, apresenta uma camada compactada com porosidade  $0,42 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  entre 0,15 e 0,20 m de profundidade. A umidade do solo é  $0,35 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , tanto na camada compactada como nas demais camadas. Em equilíbrio dinâmico, desenhar um gráfico da concentração de oxigênio versus a profundidade.

**DICA:** Resolver em analogia ao Exercício 5.4 (água) ou Exercício 8.7 (calor)

## 7.7 Equação da continuidade: a lei da conservação de massa

A equação da continuidade quando aplicada ao caso do ar do solo é análoga ao que foi deduzida no Capítulo 4 para a água no solo. Na Eq. [4.8], a equação da continuidade para a água no solo, substitui-se o teor de água  $\theta$  pela concentração do componente da mistura gasosa  $c$  ( $\text{mol m}^{-3}$ ) e a densidade de fluxo de água  $q$  pela densidade de fluxo do componente gasoso  $q_c$  ( $\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ). Contrário ao caso de água do solo, os componentes gasosos podem ser produzidos ou consumidos em reações (bio)químicas. Assim, soma-se à expressão uma variável  $S_c$  ( $\text{mol m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) que representa a taxa de perda do componente devido a reações químicas. A equação resultante é

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{dq_c}{dz} - S_c \quad [7.30]$$

onde  $t$  (s) é o tempo e  $z$  (m) é a coordenada vertical de distância. Observe que um  $S_c$  positivo significa a perda do componente do gás, enquanto um sinal negativo no valor de  $S_c$  indica que o componente é produzido por reações químicas.

Normalmente desconsidera-se a pequena fração do gás que está dissolvida na fase líquida e/ou sólida e nesse caso

$$c = \beta c_g \quad [7.31]$$

onde  $\beta$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) é o conteúdo de ar e  $c_g$  ( $\text{mol m}^{-3}$ ) é a concentração do componente no ar do solo. Considerando  $\beta$  como independente do tempo e combinando as Eqs. [7.30] e [7.31] obtém-se a seguinte forma da equação de continuidade para gases no solo:

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{dq_c}{dz} - S_c \quad [7.32]$$

A Eq. [7.32] têm validade para o fluxo paralelo, isto é, quando não há convergência ou divergência dos vetores de fluxo. Em relação ao fluxo de gases no solo, o fluxo paralelo se verifica nos casos de processos macroscópicos de difusão de  $\text{O}_2$  da atmosfera para o solo e de  $\text{CO}_2$  do solo para a atmosfera. A situação é diferente quando se estuda a aeração de um sistema radicular em nível de raiz singular, apresentando um fluxo de oxigênio em direção a um sumidouro cilíndrico (a raiz) e um fluxo de  $\text{CO}_2$  no sentido contrário. Essa configuração geométrica corresponde ao fluxo axissimétrico (Item 4.3) e seguindo o mesmo raciocínio aplicado para deduzir a Eq. [7.32] obtém-se, a partir da equação da continuidade para o fluxo de água em geometria axissimétrica Eq. [4.18], para o caso do fluxo de gases

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{dq_c}{dr} - S_c \quad [7.33]$$

## 7.8 A equação do transporte de gás

### 7.8.1 Fluxo em geometria paralela

Para o fluxo paralelo, a combinação das Eqs. [7.25] e [7.32] resulta em

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = \frac{d}{dz} \left[ \xi D_c^{ar} \frac{dc_g}{dz} \right] - S_c \quad [7.34]$$

que, considerando  $D_c^{solo}$  independente de  $z$ , é escrito como

$$\frac{dc_g}{dt} = \frac{\xi D_c^{ar}}{\beta} \frac{d^2 c_g}{dz^2} - S_c \quad [7.35]$$

Eq. [7.35] é denominada a equação do transporte de gás e relaciona variações na concentração dos componentes gasosos no tempo e no espaço. Ela é análoga à equação de Richards demonstrada no Item 5.10 para o movimento transiente da água líquida e fundamental para qualquer modelagem do movimento e da concentração gasosa no solo, especialmente em problemas que envolvem difusão de gases entre camadas/horizontes do solo.

### 7.8.2 Fluxo em geometria axissimétrica

No caso do fluxo axissimétrico, combinando-se as Eqs. [7.25] e [7.33], obtém-se

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \xi D_c^{ar} \frac{dc}{dr} \right] - S_c \quad [7.36]$$

Na modelagem da aeração de uma raiz singular, um problema de fluxo axissimétrico, considera-se normalmente a presença de um filme de água na superfície radicular. Embora esse filme tenha uma espessura estimada em no máximo alguns milímetros, ele pode ser limitante no processo de aeração da raiz pelo fato de a difusividade gasosa da água ser da ordem de  $10^4$  vezes menor que a do ar. A solubilidade baixa do oxigênio na água pode também ser fator limitante na aeração, especialmente em condições tropicais de temperatura elevada. Nessas condições a demanda por oxigênio é maior e a solubilidade ainda menor (a solubilidade de gases em líquidos diminui conforme a temperatura aumenta).

Na aplicação da Eq. [7.36] ao caso de fluxo através de ar e água, a difusividade do sistema não pode ser estimada como  $\xi D_c^{ar}$  (conforme Eq. [7.25]), devendo-se levar em consideração a resistência da fase líquida ao fluxo de gases. Assim,

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r D_c^{*solo} \frac{dc}{dr} \right] - S_c \quad [7.37]$$

onde  $D_c^{*solo}$  ( $m^2 s^{-1}$ ) é a difusividade do solo ao componente do gás, considerando-se a difusão composta pela difusão nas fases gasosa e líquida. Mais detalhes podem ser encontrados em, por exemplo, Cook & Knight (2003) e Bartholomeus et al. (2008).

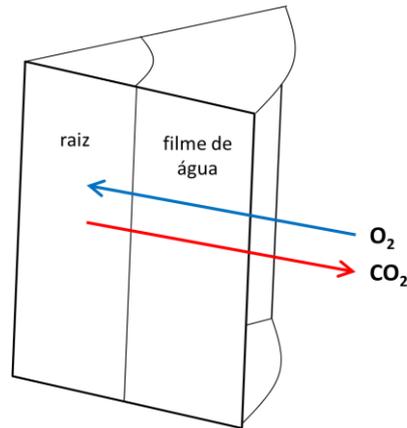


Figura 7.3 - Esquema do fluxo axissimétrico de  $O_2$  e  $CO_2$  ao redor de uma raiz singular.

### 7.8.3 Fluxo em geometria esférica

No caso da aeração de agregados do solo, a equação da continuidade correspondente, análoga à Eq. [4.27], é

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr^2 q}{dr} - S_c \quad [7.38]$$

e combinando a Eq. [7.25] com a [7.38] tem-se

$$\beta \frac{dc_g}{dt} = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \xi D_c^{ar} \frac{dc}{dr} \right] - S_c \quad [7.39]$$

No caso de equilíbrio dinâmico ( $dc_g/dt = 0$ ), a Eq. [7.39] se torna

$$S_c = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \xi D_c^{ar} \frac{dc}{dr} \right] \quad [7.40]$$

Crank (1979) demonstrou que a diferença de concentração entre a superfície e o centro de um agregado esférico de raio  $r$  é

$$\Delta c_g = \frac{S_c r^2}{6 \xi D_c^{ar}} \quad [7.41]$$

onde  $\Delta c$  (representando o déficit de oxigênio ou excesso de  $CO_2$  no centro do agregado) é proporcional a  $S_c$  (a taxa de consumo ou produção em  $\text{mol m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ) e ao raio do agregado e inversamente proporcional à tortuosidade  $\xi$  que, por sua vez, é função do conteúdo de água no agregado. O conhecimento desses três parâmetros é, portanto, necessário para a avaliação da aeração interna de agregados.

## 7.9 Difusão de O<sub>2</sub> e CO<sub>2</sub> e a porosidade de aeração mínima

Como a difusão de ar pelo tecido vegetal é muito lenta (exceto em algumas espécies como o arroz e plantas aquáticas que possuem um tecido específico - aerênquima - para tal finalidade), a entrada do oxigênio consumido e a saída do dióxido de carbono produzido pelo metabolismo do sistema radicular e demais organismos no solo não ocorre através das raízes. Os caminhos para esse transporte passam quase exclusivamente pela fase gasosa do solo, uma vez que as outras duas fases presentes, a líquida e a sólida, são praticamente impermeáveis à difusão de gases: a água é em torno de 10 mil vezes menos permeável aos gases que o ar, os sólidos milhões de vezes. Sendo assim, o conteúdo de ar no solo, ou a chamada “porosidade de aeração” é um parâmetro muito importante para caracterizar a aerabilidade (capacidade de trocar gases com a atmosfera) de um solo. Como o ar e a água ocupam o espaço poroso que normalmente apresenta pequenas variações em volume total, um alto teor de água está correlacionado a um baixo conteúdo de ar e uma baixa aerabilidade e vice-versa.

O estudo do movimento de gases no solo relaciona-se muitas vezes com a aeração do sistema radicular. Especialmente é de interesse prever qual é o conteúdo mínimo de ar (ou o conteúdo máximo de água) admissível em determinadas condições sem que haja aeração deficiente. Pode-se deduzir, de forma analítica, o valor dessa porosidade mínima de aeração. O desenvolvimento teórico apresentado a seguir foi extraído do trabalho de De Jong Van Lier et al. (2018).

Consideramos um solo com uma porosidade de aeração  $\beta$  (m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>). O ar contém um componente gasoso  $G$  na concentração  $[G]$  (mol m<sup>-3</sup>). Para a maioria das aplicações,  $G$  será um dos gases envolvidos no metabolismo (O<sub>2</sub> ou CO<sub>2</sub>). A equação da continuidade para esse caso será, análogo à Eq. [7.32], igual a

$$\frac{d\beta[G]}{dt} = -\frac{dq_G}{dz} + S_G \quad [7.42]$$

onde  $S_G$  (mol m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>) foi definido como termo sumidouro ( $S_G < 0$ ) ou fonte ( $S_G > 0$ ), representando o consumo ou produção do componente  $G$ .

Supõe-se que o movimento dos gases na zona não-saturada do solo ocorre somente por difusão, em função de gradientes de pressão parcial. Nesse caso, a

densidade de fluxo  $q_G$  do componente  $G$  é descrita para Lei de Fick (Eq. [7.25]) que, para o caso específico, se escreve como:

$$q_G = -\xi D_G^{ar} \frac{d[G]}{dz} \quad [7.43]$$

onde  $D_G^{solo}$  ( $m^2 s^{-1}$ ) é a difusividade gasosa do solo para o componente  $G$ .

Considerando uma condição de equilíbrio dinâmico em relação aos fluxos de água e de gases, o membro esquerdo da Eq. [7.42] é igual a zero e a expressão simplifica para

$$dq_G = S_G dz \quad [7.44]$$

Para resolver a Eq. [7.44], supõe-se que a fonte/sumidouro  $S_G$  seja função da profundidade  $z$  conforme:

$$S_G = S_{G,0} \left( 1 - \frac{z}{z_e} \right)^s \quad [7.45]$$

Nessa equação,  $S_{G,0}$  ( $mol m^{-3} s^{-1}$ ) é o valor do termo fonte/sumidouro na superfície do solo ( $z = 0$ ) e  $z_e$  (m) é a profundidade onde  $S_G$  chega ao valor zero, o que tipicamente ocorre na base de um perfil de solo enraizado. A variável  $s$  é um parâmetro de forma que resulta num formato linear ( $s = 1$ ), côncavo ( $s > 1$ ) ou convexo ( $s < 1$ ) da função  $S(z)$  (Fig. 6.8).

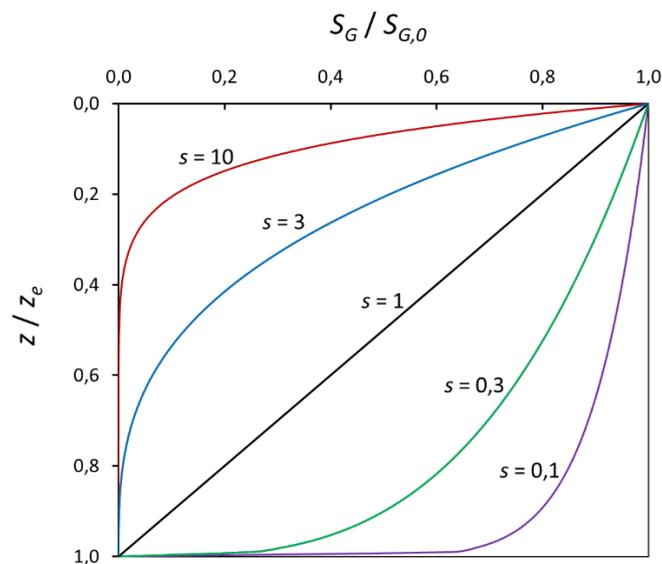


Figura 7.4 - Ilustração da Eq. [7.45] e o efeito do parâmetro de forma  $s$  sobre o termo fonte/sumidouro  $S_G$  relativo ao seu valor na superfície ( $S_{G,0}$ ).

Na profundidade  $z_e$ , onde  $S_G$  é igual a zero,  $q_G$  também é zero e a Eq. [7.44] combinada com a Eq. [7.45] pode ser integrada de acordo com

$$\int_0^{q_G} dq_G = S_{G,0} \int_{z_e}^z \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^s dz \quad [7.46]$$

que resulta na seguinte expressão para  $q_G$  em função da profundidade:

$$q_G(z) = -\frac{S_{G,0} z_e}{s+1} \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s+1} \quad [7.47]$$

A combinação das Eqs. [7.43] e [7.47] resulta em

$$d[G] = \frac{S_{G,0} z_e}{(s+1) \xi D_G^{ar}} \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s+1} dz \quad [7.48]$$

que, em combinação com a Eq. [7.26] se torna

$$d[G] = \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e}{D_G^{ar} (s+1)} \beta^{-p} \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s+1} dz \quad [7.49]$$

Integrando a Eq. [7.49] da superfície ( $z = 0$ ;  $[G] = [G]_{atm}$ ) à profundidade  $z$  resulta em

$$\int_{[G]_{atm}}^{[G]_z} d[G] = \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e}{D_G^{ar} (s+1)} \int_0^z \beta^{-p} \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s+1} dz \quad [7.50]$$

Para resolver a integral do membro direito da Eq. [7.50], a relação entre  $\beta$  e  $z$  deve ser definida. Aqui usamos uma equação análoga à Eq. [7.45]:

$$\beta = \beta_0 \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^b \quad [7.51]$$

onde  $\beta_0$  é a porosidade de aeração na superfície do solo e  $b$  é um parâmetro de forma da função  $\beta(z)$ . A Eq. [7.51] permite similar diferentes formatos, aumentando de forma convexa da base à superfície para  $b > 1$ , aumentando linearmente da base à superfície para  $b = 1$ , aumentando de forma côncava da base à superfície para  $0 < b < 1$ , constante para  $b = 0$ , ou reduzindo de forma côncava da base à superfície para  $-1 < b < 0$ , conforme mostra a Fig. 7.5.

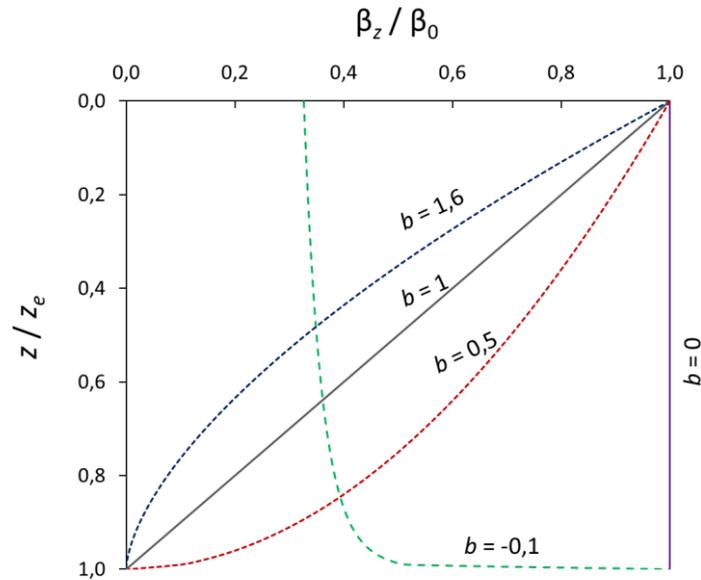


Figura 7.5 - Ilustração da Eq. [7.51] e o efeito do parâmetro de forma  $b$ .

Substituindo  $\beta$  na Eq. [7.50] pela Eq. [7.51] resulta em

$$\int_{[G]_{atm}}^{[G]_z} d[G] = \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e}{\beta_0^p D_G^{ar} (s+1)} \int_0^z \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s-pb+1} dz \quad [7.52]$$

que se resolve como

$$[G]_z = [G]_{atm} + \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e^2}{\beta_0^p D_G^{ar} (s+1)(s-pb+2)} \left[ 1 - \left(1 - \frac{z}{z_e}\right)^{s-pb+2} \right] \quad [7.53]$$

A Eq. [7.53] permite calcular o aumento (para uma fonte,  $S_G > 0$ ) ou o decréscimo (para um sumidouro,  $S_G < 0$ ) na concentração parcial de um componente gasoso em função da profundidade, considerando os parâmetros de forma  $s$  e  $b$ . Matematicamente, a relação implica na restrição paramétrica  $s - pb + 2 > 0$ .

Utilizamos agora a Eq. [7.53] para deduzir uma expressão que permite calcular o teor mínimo de ar (ou máximo de água) que o solo deve conter para permitir condições aeróbicas. Para um componente de fonte como  $CO_2$ , a concentração maior irá ocorrer em  $z = z_e$ . Da mesma forma, para um componente sumidouro como o  $O_2$ , sua

concentração mais baixa será encontrada em  $z = z_e$ . Essas concentrações podem ser calculadas pela Eq. 14 em  $z = z_e$ :

$$[G]_{z_e} = [G]_{atm} + \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e^2}{\beta_0^p D_G^{ar} (s+1)(s-pb+2)} \quad [7.54]$$

Estabelecendo um valor limitante  $[G]_{lim}$ , que corresponde à concentração máxima para um componente fonte como CO<sub>2</sub> ou ao mínimo exigido para um componente de fonte (O<sub>2</sub>), fazendo  $[G]_{ze} = [G]_{lim}$ , a Eq. [7.54] pode ser usada para calcular  $\beta_{0,min}$ , o teor de ar mínimo necessário na superfície:

$$\beta_{0,min} = \left( \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e^2}{\{[G]_{lim} - [G]_{atm}\} D_G^{ar} (s+1)(s-pb+2)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad [7.55]$$

Combinando as equações Eq. [7.51] e [7.55] resulta na expressão final para o teor mínimo de ar necessário em função da profundidade  $\beta_{min}(z)$ :

$$\beta_{min} = \left( \frac{S_{G,0} \alpha^2 z_e^2}{\{[G]_{lim} - [G]_{atm}\} D_G^{ar} (s+1)(s-pb+2)} \right)^{\frac{1}{p}} \left( 1 - \frac{z}{z_e} \right)^b \quad [7.56]$$

A Figura 7.6 apresenta perfis de  $\beta_{min}$  calculadas pela Eq. [7.56] para quatro cenários com diferentes valores dos parâmetros  $b$  e  $s$ . Enquanto o formato dos perfis é definido pelo parâmetro  $b$  (Eq. [7.51]), o valor de  $\beta_{0,min}$  é dado pela Eq. [7.55] e depende dos demais parâmetros do cenário. Conforme aumenta o valor de  $s$ , a produção de CO<sub>2</sub> integrada sobre o perfil de solo diminui, resultando numa exigência menor de  $\beta_{0,min}$ . Assim, na figura, observam-se valores de  $\beta_{0,min}$  cada vez menores conforme  $s$  aumenta de 0,3 a 10. Os perfis de CO<sub>2</sub> correspondentes, calculados pela Eq. [7.53], mostram um incremento muito mais gradual para valores baixos de  $s$  (onde a produção de CO<sub>2</sub> é distribuída muito mais uniforme pelo perfil, Fig. 6.8) do que para os valores baixos.

Nos quatro cenários apresentados na Figura 7.6, a restrição paramétrica  $s - pb + 2 > 0$  foi satisfeita. Quando  $s - pb + 2$  tende a zero, o valor de  $\beta_{0,min}$  calculado pela Eq. [7.55] tende a infinito, o que evidentemente não é possível. Fisicamente, o valor

máximo de  $\beta_{0,min}$  é a própria porosidade total  $\alpha$ . Fazendo  $\beta_{0,min} = \alpha$  na Eq. [7.55] e rearranjando obtém-se

$$(s - pb + 2) = \frac{S_{G,0} \alpha^{2-p} z_e^2}{\{[G]_{lim} - [G]_{atm}\} D_G^{ar} (s+1)} \quad [7.57]$$

sendo que, fisicamente, esse é o valor mínimo para  $s - pb + 2$ . O cenário com  $s = 0,1$  na Figura 7.6 corresponde à Eq. [7.57] e para esse cenário  $\beta_{0,min}$  é igual à porosidade total  $\alpha$ .

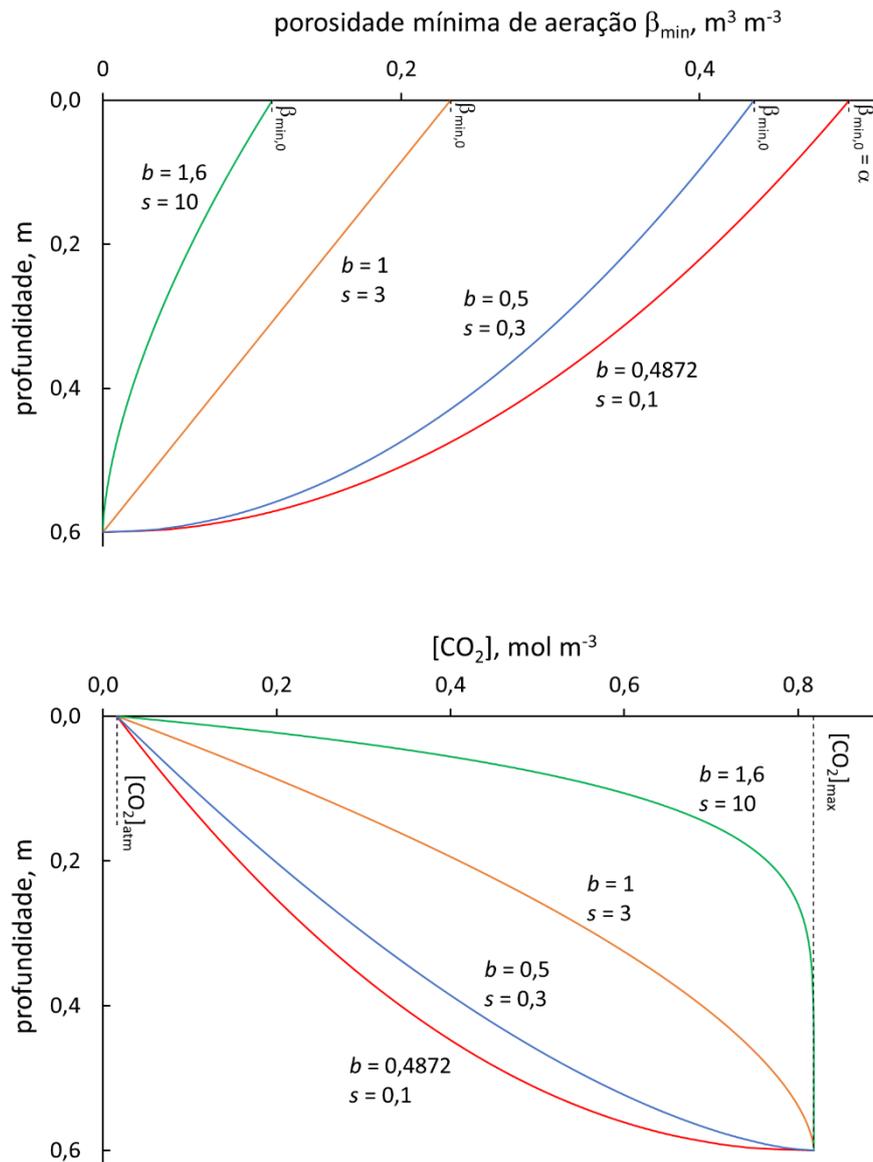


Figura 7.6 - Ilustração do uso da Eq. [7.56] para três cenários com diferentes valores dos parâmetros  $b$  e  $s$  com  $z_e = 0,6$  m, porosidade total  $\alpha = 0,5$  m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>,  $D_{CO_2}^{ar} = 1,39 \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>,  $[CO_2]_{atm} = 0,0161$  mol m<sup>-3</sup>,  $[CO_2]_{lim} = 0,818$  mol m<sup>-3</sup> (2%),  $S_{CO_2,0} = 6,43 \cdot 10^{-6}$  mol m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup> e  $p = 10/3$ . O cenário com  $s = 0,1$  corresponde a  $s - pb + 2$  conforme Eq. [7.57].

Verifica-se que a porosidade mínima de aeração pode variar bastante, desde valores baixos, quando a produção de CO<sub>2</sub> e o consumo de O<sub>2</sub> reduzem rapidamente com a profundidade (valores maiores de  $s$ ) até valores significativamente maiores que o utilizado tradicionalmente, no caso de sistemas radiculares profundos e com atividade biológica mais homogênea no perfil do solo.

A utilização de valores fixos para parametrizar a aerabilidade do solo deve, portanto, ser considerada falha e aspectos físicos e biológicos simples podem ser utilizados com relativa facilidade para uma estimativa mais precisa deste parâmetro. Um fator de elevada importância é a temperatura do solo. O efeito da temperatura na taxa de respiração, e, portanto, na produção de CO<sub>2</sub> e o consumo de O<sub>2</sub> é comumente expresso pela equação

$$S_t = S_{t_0} Q_{10}^{(t-t_0)/10} \quad [7.58]$$

onde  $S_t$  (kg m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>) é a taxa de consumo de oxigênio (ou produção de CO<sub>2</sub>) à temperatura  $t$ ,  $S_{t_0}$  (kg m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>) é a mesma taxa à temperatura  $t_0$ ,  $t$  é a temperatura em °C e  $Q_{10}$  é a magnitude do aumento de  $S$  para um incremento de 10 °C na temperatura (veja também a Eq. [8.1] no Capítulo 8 sobre calor no solo). O valor de  $Q_{10}$  varia de 2 a 3 para a grande maioria de reações químicas e bioquímicas. Assim, a necessidade de aeração será maior nas regiões tropicais do que nas temperadas e, nas regiões temperadas e subtropicais, maior no verão do que no inverno. Principalmente no primeiro decímetro do solo a partir da superfície, onde a variação de temperatura ao longo do ano pode ser grande (veja também no Capítulo 8), a variação da demanda de oxigênio é um fator que deve ser levado em consideração; em maior profundidade, a temperatura varia pouco ao longo do ano e pode-se utilizar um valor médio anual da temperatura para fins de estimativa da necessidade de aeração.

## 7.10 Difusão de vapor de água no solo

O entendimento do transporte de água no estado gasoso (vapor) é de especial interesse à física do solo devido à importância que esse movimento tem nos processos que envolvem a redistribuição da água no solo em condições (muito) secas. Nessas condições, a facilidade de o solo conduzir água no estado líquido é muito reduzida (veja Capítulo 5) e o fluxo de água no estado de vapor pode se tornar significativo. Assim, no estudo e modelagem do processo de evaporação, por exemplo, quando se forma uma camada seca na superfície do solo o movimento de água nela se dá principalmente pelo fluxo de vapor. Como o vapor de água é um gás de moléculas pequenas, à pressão atmosférica comum ele pode ser considerado um gás ideal, obedecendo à Eq. [7.1], à

Lei de Fick (Eq. [7.24]) e às demais apresentadas nesse capítulo. Portanto, podemos escrever a Eq. [7.25] para o caso do fluxo de vapor de água  $q_v$  em  $\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$  como

$$q_v = -\xi D_v^{ar} \frac{d\phi_v}{dz} \quad [7.59]$$

onde  $D_v^{ar}$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ) é a difusividade do ar para o fluxo de vapor e  $d\phi_v/dz$  ( $\text{mol m}^{-3} \text{m}^{-1}$ ) é o gradiente de concentração do vapor no ar do solo. O valor de  $D_v^{ar}$  é em torno de  $2,19 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  em condições padrão de temperatura a pressão.

### 7.10.1 Difusão de vapor de água no solo por gradiente térmico

A umidade relativa do ar do solo ( $\Omega$ ), para fins práticos, equivale a 1 ou 100% (Figura 7.1), portanto, a não ser em solos muito secos, a concentração de vapor  $\phi_v$  pode ser considerada igual à concentração de vapor saturado  $\phi_{v,s}(T)$ , função da temperatura. Sendo assim,

$$\frac{d\phi_v}{dz} \approx \frac{d\phi_{v,s}}{dz} = \frac{d\phi_{v,s}}{dT} \frac{dT}{dz} \quad [7.60]$$

A combinação das Eqs. [7.59] e [7.60] resulta na seguinte expressão para a densidade de fluxo de vapor no solo condicionada a  $\Omega \approx 1$ :

$$q_v = -\xi D_v^{ar} \frac{d\phi_{v,s}}{dT} \frac{dT}{dz} \quad [7.61]$$

Os valores de  $d\phi_{v,s}/dT$  em função da temperatura podem ser calculados pela derivada da equação de Magnus (Eq. [7.10] ou [7.11]) e dessa forma a Eq. [7.61] permitiria calcular a densidade de fluxo de vapor no solo em função de um gradiente de temperatura no espaço.

Experimentos com fluxo de vapor em amostras de solo, no entanto, mostraram a Eq. [7.61] inadequada: os fluxos observados são muito maiores (da ordem de 10 vezes) que os previstos pela equação. Duas causas dessa discrepância entre teoria e observação foram hipotetizadas por Philip & De Vries (1957). Segundo esses autores, em primeiro lugar, uma molécula de vapor de água, ao contrário das dos demais gases, quando encontra uma barreira líquida (um poro preenchido com água) não precisa atravessá-la (pelo processo de difusão de gases na água que é muito lento), mas pode condensar de um lado enquanto outra molécula evapora do lado oposto. Esse mecanismo está ilustrado na Figura 7.7.

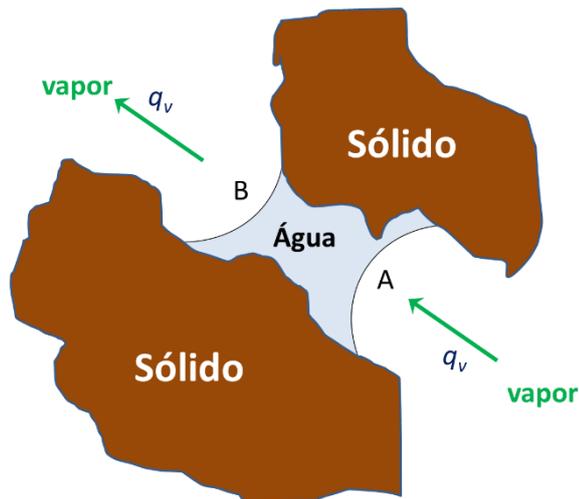


Figura 7.7 - Passagem de vapor de água através de uma barreira de água líquida num poro do solo. Conforme ocorre condensação de água no menisco do lado A ocorre evaporação do lado B.

Assim, Philip & De Vries (1957) concluíram que o vapor de água pode se deslocar com a mesma facilidade por poros com ou sem água e o fator de tortuosidade  $\xi$  que para os demais gases normalmente é estimado pela Eq. [7.26] deve, no caso de fluxo de vapor de água, ser estimado considerando a porosidade total do solo:  $\xi_v$  (fator de tortuosidade para o fluxo de vapor de água) é igual a  $\alpha^{p-2}$  (Eq. [7.27]).

Philip & De Vries (1957) também consideraram que as propriedades térmicas das fases sólida, líquida e gasosa do solo são muito diferentes (veja Capítulo 8). Sendo assim, medições de gradientes térmicos, que representam uma média entre as três fases, devem subestimar os gradientes na fase gasosa onde ocorre o fluxo de vapor. Em função dessas hipóteses propuseram a seguinte equação:

$$q_v = -\xi_v D_v^{ar} \frac{d\phi_{v,s}}{dT} \frac{dT}{dz} \Big|_{ar} \quad [7.62]$$

onde o termo  $dT/dz|_{ar}$  representa o gradiente térmico no ar do solo. Experimentalmente foi encontrado que  $dT/dz|_{ar}$  é 2 a 3 vezes maior que  $dT/dz$ .

### 7.10.2 Difusão de vapor de água no solo por gradiente de potencial matricial

No caso de condições isotérmicas pode ocorrer um fluxo de vapor em função de um gradiente de concentração de vapor causado por diferentes umidades relativas que, por sua vez, se relacionam com o potencial matricial. Pela combinação das Eqs [7.16] e

[7.17] obtém-se a seguinte expressão que relaciona a concentração de vapor e o potencial matricial:

$$\phi_v = \phi_{v,s} e^{h \frac{M_a g}{RT}} \quad [7.63]$$

e, derivando

$$\frac{d\phi_v}{dh} = \phi_{v,s} \frac{M_a g}{RT} e^{h \frac{M_a g}{RT}} \Leftrightarrow d\phi_v = \left[ \phi_{v,s} \frac{M_a g}{RT} e^{h \frac{M_a g}{RT}} \right] dh \quad [7.64]$$

A substituição da Eq. [7.61] na [7.59] resulta em

$$q_v = -\xi_v D_v^{ar} \left[ \phi_{v,s} \frac{M_a g}{RT} e^{h \frac{M_a g}{RT}} \right] \frac{dh}{dz} \quad [7.65]$$

que expressa a densidade de fluxo de vapor, em  $\text{mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$ , em função de um gradiente de potencial matricial, em condições isotérmicas. Observe a semelhança da Eq. [7.65] com a equação de Buckingham-Darcy, desconsiderando o gradiente gravitacional (p.e. a Eq. [5.36]). Contudo, a densidade de fluxo na Eq. [5.36] é dada em  $\text{m s}^{-1}$  ou  $\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$  e devemos multiplicar a Eq. [7.65] por  $1/\phi_v$  ( $\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$ ) para obter  $q_v$  em  $\text{m s}^{-1}$  e fazer a equiparação. Lembrando que  $\phi_v/\phi_{v,s}$  é a própria umidade relativa  $\Omega$  (Eq. [7.16]) que, por sua vez, é igual ao termo exponencial da equação, obtemos

$$q_v = -\xi_v D_v^{ar} \left[ \frac{\phi_{v,s}}{\phi_v} \frac{M_a g}{RT} e^{h \frac{M_a g}{RT}} \right] \frac{dh}{dz} = -\frac{\xi_v D_v^{ar} M_a g}{RT} \frac{dh}{dz} \quad (\text{em } \text{m s}^{-1}) \quad [7.66]$$

A partir da comparação podemos concluir que a parte do membro direito da Eq. [7.66] que multiplica o gradiente de potencial matricial equivale à condutividade hidráulica da fase de vapor  $K_v$  ( $\text{m s}^{-1}$ ).

$$K_v = \frac{\xi_v D_v^{ar} M_a g}{RT} \quad [7.67]$$

A Eq. [7.67] é composta por constantes físicas, o valor da tortuosidade  $\xi_v$ , que é, de acordo com a abordagem de Philip & De Vries (1957) apresentada no Item 7.10.1, independente do teor de água ou potencial. Considerando  $\xi_v = \alpha^{4/3}$ ,  $D_v^{ar} = 2,19 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , calcula-se pela Eq. [7.67] que  $K_v$  é igual a  $6,15 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-1}$  ou  $0,0532 \text{ mm d}^{-1}$ , para um solo com porosidade total de  $0,5 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  a  $T = 300 \text{ K}$ . Esse valor é da mesma ordem de grandeza que a condutividade hidráulica de solos a potenciais em

torno de -10 m. Conclui-se assim que em solos com potenciais mais negativos de -10 m uma parte considerável do fluxo de água ocorre por difusão de vapor.

**EXERCÍCIO 7.6**

- Demonstrar a coerência dimensional da Eq. [7.67]
- Elaborar um gráfico do valor de  $K_v$  em função da porosidade total  $\alpha$ , na faixa de 0,4 a 0,6  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ , considerando os seguintes dados:

$$D_{v^{ar}} = 2,19 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$M_a = 0,018 \text{ kg mol}^{-1}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$\zeta_v = \alpha^{4/3}$$



# 8 Calor no solo

---

## 8.1 Introdução

A temperatura do solo ( $T$ , K ou °C) afeta muitos dos processos químicos, físicos e biológicos que nele ocorrem. O coeficiente denominado de  $Q_{10}$  expressa o aumento da taxa de variação do estado de um sistema biológico ou químico ( $dF/dT$ ) em decorrência de um aumento da temperatura de 10 °C ou 10 K. Na forma matemática:

$$\frac{dF}{dT} = Q_{10}^{\frac{T-T_0}{10}} \left( \frac{dF}{dT} \right)_0 \quad [8.1]$$

onde  $(dF/dT)_0$  representa a taxa de variação à temperatura  $T_0$ . Considera-se, normalmente, um valor entre 2 e 3 para  $Q_{10}$  para o caso de processos químicos ou biológicos.

### EXERCÍCIO 8.1

A taxa de consumo biológico de  $O_2$  em determinado solo, a 20 °C, é determinada em 8,1 g m<sup>3</sup> d<sup>-1</sup>. A 25 °C a taxa de consumo aumentou para 12,4 g m<sup>3</sup> d<sup>-1</sup>. Faça uma previsão da taxa de consumo em 28 °C.

**DICA:** Determine o valor do  $Q_{10}$  com base nos dados a 20 e 25 °C (Resposta:  $Q_{10} = 2,34$ ).

Utilizando esse valor, calcule a taxa de consumo a 28 °C (Resposta: 16,0 g m<sup>3</sup> d<sup>-1</sup>).

### EXERCÍCIO 8.2

Quais propriedades de fluidos, vistas nos capítulos anteriores, têm uma dependência considerável da temperatura? Quais propriedades do solo são, portanto, dependentes da temperatura? Essa dependência é, normalmente, considerada?

O regime térmico do solo é induzido principalmente por fenômenos na sua superfície: a absorção e emissão de radiação, e a evaporação. Outros processos, como a infiltração de água, fluxo de gases e vento podem causar alterações na temperatura também, mas são normalmente muito menos importantes. O transporte da energia térmica no solo, que eventualmente leva à propagação de diferenças de temperatura em profundidade, ocorre essencialmente pelo processo de condução, como veremos mais adiante. Devido à natureza do processo da condução e pelo fato de as principais

trocas de energia ocorrerem na superfície do solo, é na superfície que as variações de temperatura são as mais intensas, reduzindo rapidamente em profundidade.

Esse capítulo trata dos principais processos e leis que regem o movimento da energia térmica (calor) no solo.

## 8.2 A primeira lei da termodinâmica

A relação entre fluxos de energia e a energia interna  $U$  (J) de um sistema (Figura 8.1) é dada pela primeira lei da termodinâmica, a interpretação termodinâmica do princípio de conservação de energia, conforme

$$\Delta U = Q + W \quad [8.2]$$

onde  $Q$  (J) representa o calor, a energia transferida entre sistema e meio pela difusão da energia em nível molecular e  $W$  (J) é o trabalho, representando a energia transferida em nível macroscópico, por exemplo por efeito de pressão-volume comum em transformações gasosas, por impacto, ou por uma corrente elétrica passando por uma resistência. Para identificar se determinada transferência de energia é calor ou trabalho, basta verificar se ela ocorreu devido a um gradiente (ou uma diferença) de temperatura (calor) ou não (trabalho). Dessa forma, calor é a transferência de energia por efeito térmico e trabalho é qualquer outra transferência de energia. Observe que, dessa forma, a terminologia “fluxo de calor” é, a rigor, um pleonasmo.

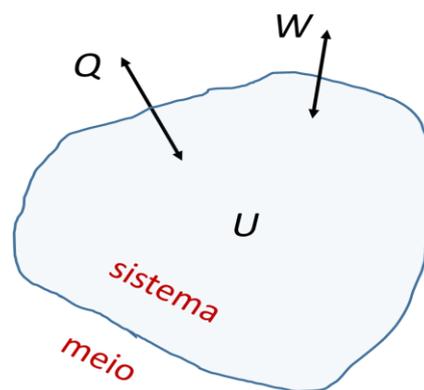


Figura 8.1 - O sistema termodinâmico representando fluxos de energia (calor  $Q$  e trabalho  $W$ ) e energia interna  $U$ .

A energia interna  $U$  inclui todas as formas de energia potencial que o sistema possui, incluindo a energia nuclear, química, latente e térmica. Para aplicações em física do solo, variações na energia nuclear e química (que somente ocorrem na ocorrência de reações nucleares ou químicas) são normalmente de menor importância. Variações na energia latente, especificamente a evaporação ou a condensação de água na superfície do solo ou dentro de seus poros, podem ser importantes para estudos específicos, mas não serão o foco desse capítulo. Assim, as variações da energia interna correspondem a variações na energia térmica, ou seja, resultam em variações da temperatura do sistema.

Define-se a grandeza *capacidade calórica* ( $C$ ,  $\text{J K}^{-1}$ ) como sendo o calor por unidade de variação da temperatura de um sistema:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad [8.3]$$

Em outras palavras, a capacidade calórica indica quanto calor será necessário para elevar a temperatura de um sistema em um grau Celsius ou Kelvin. Podemos transformar a capacidade calórica numa grandeza intensiva, dividindo seu valor ou pelo volume, ou pela massa ou pelo número de mol do sistema. Nesse caso, a grandeza é chamada de *calor específico*  $c$  e pode ser expresso a base de volume ( $\text{J K}^{-1} \text{m}^{-3}$ ), a base de massa ( $\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$ ) ou a base molar ( $\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$ ), sendo a primeira forma (a base de volume) o mais comum em estudos da física do solo:

$$c = \frac{C}{V} = \frac{Q}{V\Delta T} \Leftrightarrow Q = Vc\Delta T \quad [8.4]$$

A Tabela 8.1 apresenta valores do calor específico a base de volume de alguns materiais relevantes para a física do solo, onde se observa que, no solo, o componente água tem o maior calor específico, enquanto o  $c$  do ar é desprezível.

Tabela 8.1 - Calor específico de alguns materiais relevantes para a física do solo.

Componente	Calor específico $c$ (MJ K <sup>-1</sup> m <sup>-3</sup> )
Minerais	~2,0
Água (líquida)	4,18
Matéria orgânica	2,5
Ar	0,00125
Gelo	1,9
Solo seco (10% água)	~1,4
Solo úmido (30% água)	~2,2

O calor específico do solo ( $c_{solo}$ , J K<sup>-1</sup> m<sup>-3</sup>) pode ser calculado fazendo uma média de seus componentes minerais, orgânicos, água e ar, ponderada pelas respectivas frações de volume:

$$c_{solo} = f_{min}c_{min} + f_{org}c_{org} + f_{água}c_{água} + f_{ar}c_{ar} \quad [8.5]$$

onde  $f$  (m<sup>3</sup> m<sup>-3</sup>) se refere à fração volumétrica dos componentes minerais ( $min$ ), orgânicos ( $org$ ), água e ar e  $c$  aos respectivos calores específicos. Considerando que  $c_{ar}$  é desprezível comparado aos demais (Tabela 8.1) e que  $f_{org}$  é um valor muito pequeno em solos minerais (da ordem de 0,01 ou 0,02), a Eq. [4] pode ser simplificada para

$$c_{solo} \approx f_{min}c_{min} + f_{água}c_{água} \quad [8.6]$$

O termo  $f_{min}$  é igual a  $(1 - \alpha)$ , sendo  $\alpha$  a porosidade do solo, e  $f_{água}$  nada mais é que o conhecido teor de água a base de volume,  $\theta$ . Assim

$$c_{solo} \approx (1 - \alpha)c_{min} + \theta c_{água} \quad [8.7]$$

que descreve o calor específico do solo em função do teor de água como uma linha reta com coeficiente angular igual a  $c_{água}$  (Figura 8.2).

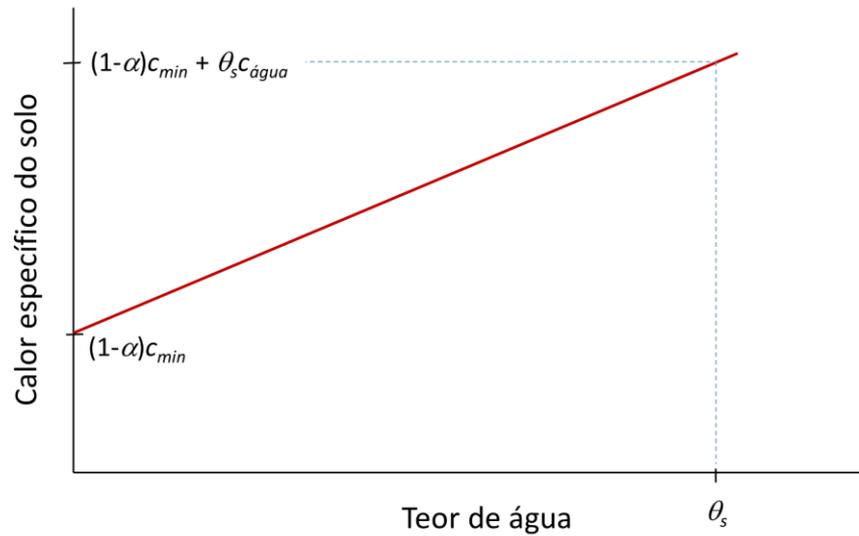


Figura 8.2 - Representação gráfica da Eq. [8.7], o calor específico do solo ( $c_{solo}$ ) em função de seu teor de água a base de volume  $\theta$ .

**EXERCÍCIO 8.3**

Um solo mineral tem uma porosidade total de  $0,52 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , metade da qual contém água. A densidade dos sólidos do solo é  $2.650 \text{ kg m}^{-3}$ . Utilizando os valores da Tabela 8. 1, qual é o calor específico desse solo, a base de volume? E a base de massa?

(Resposta:  $2,052 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$  ou  $1,61 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

**EXERCÍCIO 8.4**

Um solo tem uma densidade de  $1400 \text{ kg m}^{-3}$  e uma densidade dos sólidos de  $2400 \text{ kg m}^{-3}$ . O material sólido é composto por matéria orgânica (5%, em volume), quartzo (20%) e minerais de argila (75%). Utilize os dados da tabela abaixo para calcular o calor específico (em  $\text{J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) do solo quando

- a. totalmente seco (Resposta:  $1,365 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ )
- b. com  $0,25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  de umidade (Resposta:  $2,410 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ )
- c. totalmente saturado com água (Resposta:  $3,106 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ )

Componente	Densidade ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Calor específico ( $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )
Quartzo	2660	800
Minerais de argila	2650	900
Matéria orgânica	1300	1920
Água	1000	4180
Ar (20 °C)	1,2	1010

**8.3 A Lei de Fourier**

A transferência de energia na forma de calor pode ocorrer pelos processos de radiação, condução e convecção, sendo que as últimas duas, condução e convecção, são

as que predominam no fluxo de energia térmica no solo. A condução-convecção é regida pela *Lei de Fourier*:

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [8.8]$$

onde  $q$  ( $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} = \text{W m}^{-2}$ ) é a densidade de fluxo de energia,  $\lambda$  ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) é a *condutividade térmica*,  $\Delta T$  (em K ou em °C) é a diferença de temperatura e  $\Delta x$  (m) é a distância. Denomina-se o quociente  $\Delta T/\Delta x$  ( $\text{K m}^{-1}$ ) também de *gradiente térmico*. O sinal negativo aparece na equação para indicar que a energia flui do ponto de maior temperatura ao de menor temperatura, contrário ao gradiente térmico. A condutividade térmica é uma propriedade do material pelo qual a condução ocorre e seu valor pode ser determinado experimentalmente.

Para diversos materiais de interesse à física do solo, valores da condutividade são listados na Tabela 8.2. Observa-se que os minerais apresentam os valores mais elevados, seguidos pela água, a matéria orgânica e o ar. A relação entre a condutividade térmica do solo e seus constituintes, espaço poroso e teor de água será discutida no Item 8.5.

Tabela 8.2 - Condutividade térmica de alguns materiais relevantes na física do solo.

Componente	Condutividade térmica $\lambda$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
Quartzo	8,8
Outros minerais	~2,9
Água (líquida)	0,60
Matéria orgânica	~0,25
Ar	0,025
Vapor d'água	0,016
Gelo	2,1
Solo seco	~0,3
Solo úmido	~2,0

Por exemplo, observando o esquema da Figura 8.3 de uma camada de solo que possui uma espessura  $\Delta x$  de 0,1 m, sendo que na sua face inferior a temperatura ( $T_1$ ) é igual a 23 °C e na sua face superior  $T_2$  é igual a 20 °C, considerando sua condutividade térmica igual a  $1,5 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , a densidade de fluxo de energia (calor) através dessa camada será, conforme a Lei de Fourier (Eq. [8.8]),  $q = -1,5 \cdot (20-23) / 0,1 = 45 \text{ W m}^{-2}$ .

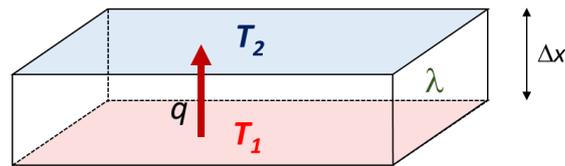


Figura 8.3 - Representação esquemática de um fluxo de energia  $q$  (calor) por condução através de uma camada de solo de espessura  $\Delta x$  a partir de uma temperatura maior  $T_1$  no sentido da temperatura menor  $T_2$ .

Assim, a Lei de Fourier (Eq. [8.8]) permite fazer cálculos do calor em geometrias simples como a da Figura 8.3, mas quando se trata de sistemas multicamadas, como o da Figura 8.4, não tem como proceder, pois embora exista um  $\Delta x$  (soma de  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$ ) e um  $\Delta T$ , não tem mais um valor único de  $\lambda$  para ser usado.

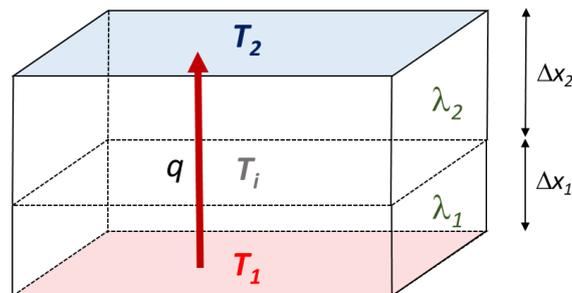


Figura 8.4 - Representação esquemática de um fluxo de energia  $q$  (calor) por condução através de duas camadas de solo de espessuras e condutividades térmicas diferentes, a partir de uma temperatura maior  $T_1$  no sentido da temperatura menor  $T_2$ .

Para resolver o problema se utiliza uma grandeza auxiliar, a resistência térmica ( $R_T$ ,  $m^2 K W^{-1}$ ), definida como a espessura  $\Delta x$  (m) de um sistema (por exemplo, de uma camada de solo) dividida pela sua condutividade térmica:

$$R_T = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad [8.9]$$

Pela substituição da Eq. [8.9] na [8.8] obtém-se uma nova versão da Lei de Fourier incluindo a resistência térmica  $R_T$ :

$$q = -\frac{\Delta T}{R_T} \quad [8.10]$$

A vantagem de se trabalhar com a resistência térmica no lugar da condutividade térmica é que, no caso do fluxo de energia por condução por um sistema composto por diferentes camadas em série, como no exemplo da Figura 8.4, as resistências das camadas podem ser somadas para se encontrar a resistência total, conforme será demonstrado a seguir.

Sendo  $q_1$  a densidade de fluxo através da camada 1 de condutividade térmica  $\lambda_1$  e espessura  $\Delta x_1$  obtém-se pela Lei de Fourier (Eq. [8.8]):

$$q_1 = -\lambda_1 \frac{T_i - T_1}{\Delta x_1} \Rightarrow T_i = -\frac{q_1 \Delta x_1}{\lambda_1} + T_1 \quad [8.11]$$

e analogamente

$$q_2 = -\lambda_2 \frac{T_2 - T_i}{\Delta x_2} \Rightarrow T_i = T_2 + \frac{q_2 \Delta x_2}{\lambda_2} \quad [8.12]$$

Como  $q_1 = q_2 = q$ , das Eqs. [8.11] e [8.12] segue que

$$\frac{q \Delta x_1}{\lambda_1} - T_1 = -\frac{q \Delta x_2}{\lambda_2} - T_2 \Rightarrow \frac{q \Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{q \Delta x_2}{\lambda_2} = T_1 - T_2 \quad [8.13]$$

Pela definição da resistência térmica (Eq. [8.9]) verifica-se que

$$R_{T_1} = \frac{\Delta x_1}{\lambda_1} \text{ e } R_{T_2} = \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} \quad [8.14]$$

e combinando as Eqs. [8.13] e [8.14]

$$qR_{T_1} + qR_{T_2} = T_1 - T_2 \Rightarrow q = -\frac{T_2 - T_1}{R_{T_1} + R_{T_2}} = -\frac{\Delta T}{\sum R_T} \quad [8.15]$$

que é a Eq. [8.10] com a somatória das resistências. Fica assim demonstrada a validade de se somar as resistências térmicas.

Usando as mesmas temperaturas que no exemplo anterior ( $T_1 = 23^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 20^\circ\text{C}$ ) e considerando  $\Delta x_1 = 0,1\text{ m}$  e  $\Delta x_2 = 0,15\text{ m}$  com respectivas condutividades térmicas  $\lambda_1 = 1,0\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$  e  $\lambda_2 = 0,5\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , verifica-se inicialmente que a resistência térmica da camada 1 é (Eq. [8.9])  $R_{T_1} = 0,1 / 1,0 = 0,1\text{ m}^2\text{ K W}^{-1}$  e, analogamente  $R_{T_2} = 0,15 / 0,5 = 0,3\text{ m}^2\text{ K W}^{-1}$ . Assim, a resistência térmica total do sistema ( $R_T$ ) será a soma das resistências das duas camadas, ou seja,  $R_T = 0,1 + 0,3 = 0,4\text{ m}^2\text{ K W}^{-1}$  e o calor através do sistema pode ser calculada usando a segunda versão da Lei de Fourier (Eq. [10]),  $q = -(20-23) / 0,4 = 7,5\text{ W m}^{-2}$ .

Em equilíbrio dinâmico as temperaturas no sistema não mudam ao longo do tempo e conseqüentemente, pela equação da continuidade, a densidade de fluxo de energia calculada deve ser igual em ambas as camadas do sistema. Aplicando a Eq. [8.8] à camada 1 obtém-se, portanto,  $\Delta T_{11} = -q \cdot R_{T1} = -7,5 \text{ W m}^{-2} \cdot 0,1 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1} = -0,75 \text{ K}$ , ou seja, através da camada 1 a temperatura decresce  $0,75 \text{ K} = 0,75 \text{ }^\circ\text{C}$ , reduzindo portanto de  $23 \text{ }^\circ\text{C}$  na base da camada a  $22,25 \text{ }^\circ\text{C}$  na face superior (temperatura indicada na Figura 8.4 como  $T_i$ ). Esse procedimento permite calcular a temperatura em posições intermediárias num sistema estratificado em equilíbrio dinâmico.

O exemplo acima é representado na Figura 8.5. Observe nessa figura que na camada 1, que possui a maior condutividade térmica, o gradiente de temperatura ( $\Delta T/\Delta x$ ) é menor que na camada 2, de forma a resultar na mesma densidade de fluxo em ambas as camadas.

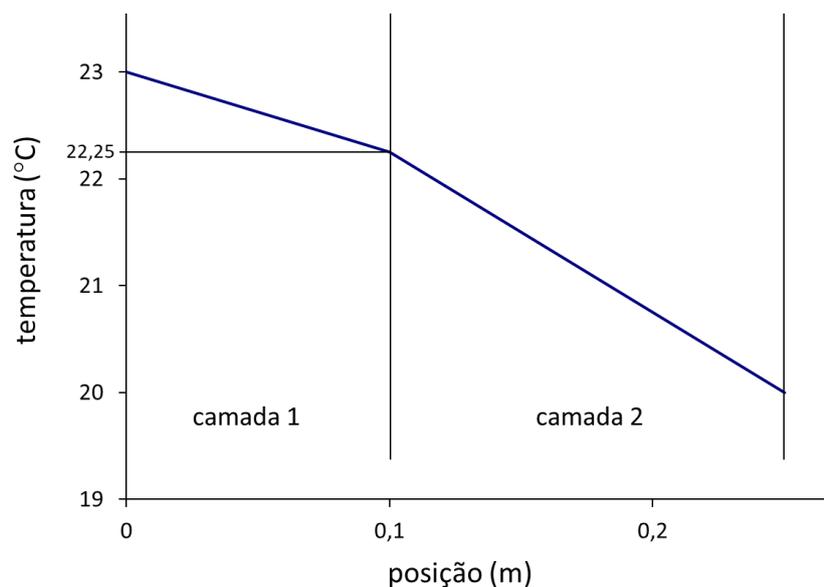


Figura 8.5 - Temperatura versus posição no sistema de duas camadas da Figura 8.4 conforme exemplo numérico apresentado no texto.

Pelo princípio desse exemplo deduz-se uma equação para calcular a temperatura da interface  $T_i$  conforme

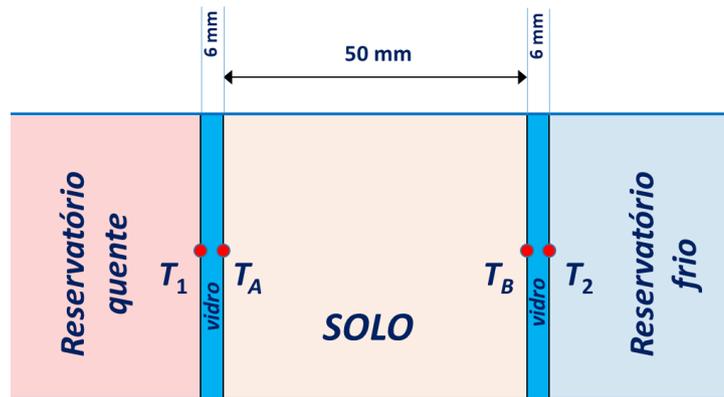
$$T_i = T_1 - \frac{L_1 \lambda_2}{L_1 \lambda_2 + L_2 \lambda_1} (T_2 - T_1) = T_1 - \frac{1}{1 + \frac{R_{T2}}{R_{T1}}} (T_2 - T_1) \quad [8.16]$$

**EXERCÍCIO 8.5**

Uma camada de solo de 5 cm de espessura possui um calor específico de  $2,5 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ . A camada recebe, na superfície, um fluxo energético de entrada de  $200 \text{ W m}^{-2}$  e na sua base, a 5 cm, de profundidade, a saída é de  $100 \text{ W m}^{-2}$ . Nessas condições, qual é a taxa de variação da temperatura na camada, em  $^{\circ}\text{C min}^{-1}$ ? [Resposta:  $0,048 \text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$ ]

**EXERCÍCIO 8.6**

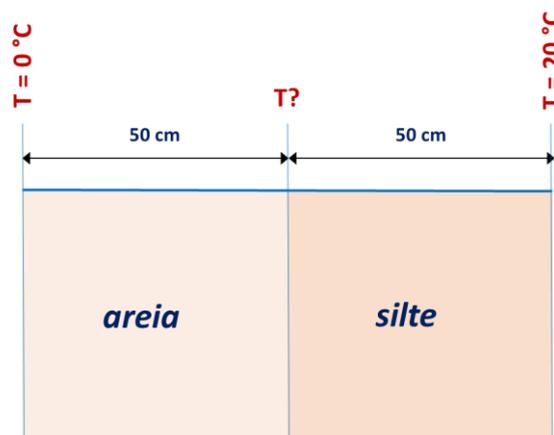
Na figura abaixo, uma amostra de solo de 50 mm de altura está contida entre duas chapas de vidro de 6 mm de espessura. A temperatura  $T_1$  é mantida em  $50,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Com termopar determinam-se as temperaturas  $T_A$  e  $T_B$ , que são constantes, respectivamente  $49,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $25,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . A condutividade térmica de vidro pode ser encontrada em tabelas; consideremos aqui  $0,75 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ .



- Calcular o gradiente de temperatura e o fluxo de calor pela chapa de vidro superior. [Resposta:  $200 \text{ K m}^{-1}$ ;  $150 \text{ W m}^{-2}$ ]
- Calcular a condutividade térmica  $\lambda$  do solo [Resposta:  $0,32 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ]
- Calcular a temperatura  $T_2$  do reservatório inferior. [Resposta:  $24,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ]

**EXERCÍCIO 8.7**

Estabelece-se uma diferença de temperatura de  $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$  através de uma coluna de solo de 100 cm de comprimento, que contém numa metade areia ( $\lambda_{\text{areia}} = 0,8 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) e na outra metade silte ( $\lambda_{\text{silte}} = 0,4 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ). A figura abaixo ilustra a situação.



- Calcular a temperatura na interface entre a areia e o silte. [Resposta:  $6,67 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ]
- Confeccionar um gráfico representando a temperatura ao longo da distância na coluna.

## 8.4 A Equação do calor

No Capítulo 4, Item 4.2 deduzimos a equação da continuidade para o caso do movimento da água e teor de água (Eq. [4.8]). Substituindo o teor de água daquela equação pelo teor de energia  $H$  ( $\text{J m}^{-3}$ ) e o fluxo de água pelo fluxo de energia, ou seja, expressando  $q$  na unidade de  $\text{W m}^{-2}$ , obtém-se

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{dq}{dx} \quad [8.17]$$

Observe que o teor de energia  $H$  equivale à energia interna  $U$  do sistema dividida pelo seu volume, ou seja,

$$H = \frac{U}{V} \quad [8.18]$$

Pela primeira lei da termodinâmica (Eq. [8.2]), na ausência de trabalho  $W$ ,  $dU = Q$  e, portanto,

$$dH = \frac{Q}{V} \quad [8.19]$$

A combinação da Eq. [8.19] com a [8.4] resulta em

$$dH = c dT \quad [8.20]$$

Inserindo a Eq. [8.20] na [8.12] resulta em

$$c \frac{dT}{dt} = -\frac{dq}{dx} \quad [8.21]$$

Substituindo a densidade de fluxo de energia  $q$  nessa equação pela forma diferencial da Lei de Fourier (Eq. [8.8]) obtém-se

$$c \frac{dT}{dt} = \frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) \quad [8.22]$$

e considerando que  $\lambda$  independe da posição, a Eq. [8.22] pode ser reescrita como a *Equação do Calor*:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 T}{dx^2} = D_T \frac{d^2 T}{dx^2} \quad [8.23]$$

onde  $D_T$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ), a *difusividade térmica*, é definida como

$$D_T = \frac{\lambda}{c} \quad [8.24]$$

A equação do calor (Eq. [8.23]) é uma equação diferencial de segunda ordem e soluções analíticas podem ser obtidas para condições de contorno definidas. Uma solução óbvia é a condição de equilíbrio dinâmico, caso em que não há variação da temperatura no tempo, ou seja,  $dT/dt = 0$  para qualquer  $x$ . Nesse caso, pela Eq. [8.23],  $d^2T/dx^2$  também será zero. A única equação cuja segunda derivada no domínio inteiro é zero é a equação linear, ou seja,  $T = a + bx$ . Em outras palavras, o equilíbrio dinâmico implica na variação linear da temperatura com a distância.

Essa solução linear (para cenários em que não há variação da temperatura no tempo) não é de grande interesse para a física do solo. No solo, as temperaturas mudam ao longo do dia e do ano de forma contínua. No Item 8.7 a seguir será apresentada uma solução da Equação do Calor com uma aplicabilidade muito maior na física do solo.

## 8.5 Condutividade térmica do solo

A Tabela 8.2 elenca a condutividade térmica  $\lambda$  de possíveis componentes do solo, porém, analisados como materiais puros, sendo que no solo esses componentes se encontram espacialmente distribuídos conforme uma estrutura. Além disso, o teor de água do solo varia em curto espaço de tempo entre condições saturadas, quando todos os poros do solo contêm água e condições bastante secas quando uma parte considerável dos poros do solo contém ar. Sem fazer nenhuma medição, algumas hipóteses podem ser levantadas sobre a condutividade térmica  $\lambda$  do solo:

1. A condutividade térmica  $\lambda$  dos minerais é muito maior que a do ar ou mesmo da água. Dessa forma, quanto menor a porosidade (e maior a densidade) do solo, maior será  $\lambda_{solo}$ .
2. Entre os minerais comuns do solo, o quartzo possui uma condutividade térmica excepcionalmente alta, duas a três vezes maior que dos demais minerais. Assim, solos cuja composição mineralógica apresenta uma maior proporção de quartzo devem possuir um maior  $\lambda_{solo}$ .
3. Solos com uma granulometria mais grosseira, ou seja, solos arenosos ou de textura média, apresentam uma condutividade térmica maior que solos com maiores teores de partículas finas (argila), pois nesses últimos o calor deve

atravessar muito mais “pontes” entre as partículas. Essas “pontes” consistem em ar ou água com um  $\lambda$  menor.

4. Conforme aumenta o teor de água do solo, o valor de  $\lambda_{solo}$  deve aumentar também, pelo fato de a água ter uma condutividade térmica muito maior (em torno de 20 vezes maior) que o ar;
5. Em relação à dependência de  $\lambda_{solo}$  do teor de água  $\theta$ , como a maior parte das “pontes” entre as partículas ocorre nos pontos de quase-contato, ou seja, onde o raio do poro é pequeno, muitas das “pontes” estarão entre os primeiros poros a serem preenchidos quando um solo é umedecido a partir da condição muito seca. Assim, três fases podem ser observadas na relação entre a condutividade térmica e o teor de água (Figura 8.6): fase 1, um pequeno trecho na parte muito seca onde  $d\lambda_{solo}/d\theta$  é quase nulo, pois o teor de água é muito pequeno para preencher as “pontes”; fase 2, onde muitas “pontes” estão se preenchendo com água e  $d\lambda_{solo}/d\theta$  é, conseqüentemente, grande; e fase 3, com a maior parte das “pontes” já formadas, ainda há um  $d\lambda_{solo}/d\theta$  positivo porém bem menor que na fase 2.

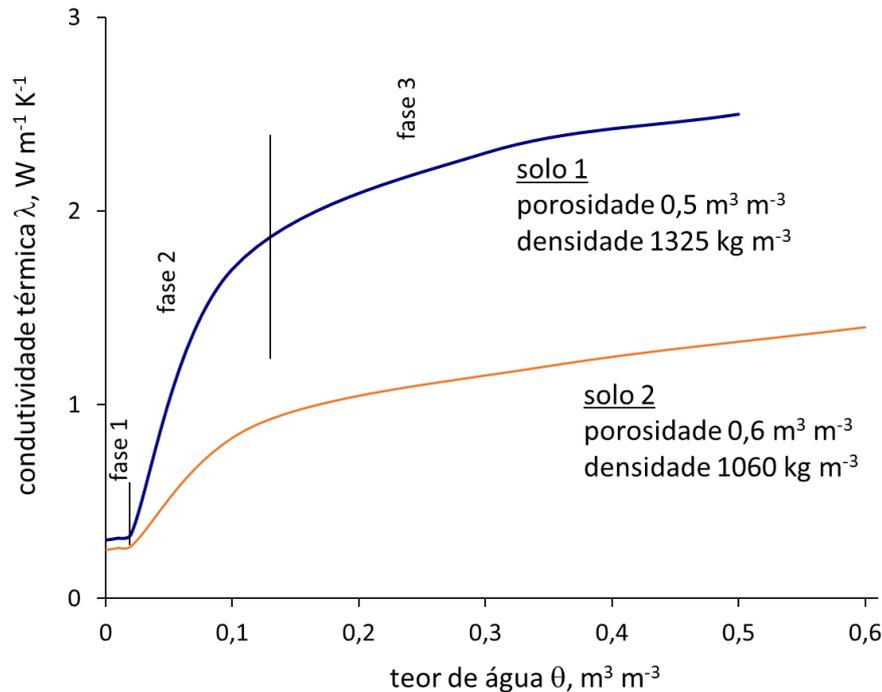


Figura 8.6 - Condutividade térmica em função do teor de água do solo para dois solos com porosidades respectivas de 0,5 e 0,6  $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ . As respectivas densidades do solo foram calculadas considerando  $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ .

Existem diversas equações empíricas para prever a condutividade térmica do solo em função dos constituintes e do teor de água. A seguir descrevemos os métodos de De Vries (1963), Johansen (1975) e Farouki (1986).

### 1. O modelo de De Vries (1963)

Um modelo clássico é o modelo de De Vries (1963) e uma descrição mais completa pode ser encontrada em Ochsner et al. (2001). Segundo De Vries (1963), a condutividade térmica  $\lambda$  de um sistema com partículas misturadas num meio contínuo (p.e., ar num solo seco, ou água num solo saturado) é:

$$\lambda = \frac{f_f \lambda_f + k_s f_s \lambda_s}{f_f + k_s f_s} \quad [8.25]$$

onde  $f$  e  $\lambda$  representam a fração volumétrica ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) e a condutividade térmica ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) do fluido e dos sólidos, respectivamente. O fator  $k_s$  é calculado, para um sistema de duas fases com partículas esféricas, conforme

$$k_s = \left[ 1 + \frac{\frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 1}{3} \right]^{-1} \quad [8.26]$$

Valores para a condutividade térmica do ar, da água e de componentes sólidos podem ser encontrados na Tabela 8.2 e o valor de  $\lambda$  pode então ser calculado para o solo seco e saturado. Como o quartzo possui uma condutividade muito maior que os outros minerais, é comum calcular  $\lambda_s$  como uma média ponderada em função das frações volumétricas de quartzo e outros minerais.

### EXERCÍCIO 8.8

Para um solo arenoso (porosidade  $0,4 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ; teor de quartzo  $0,3 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ; demais minerais  $0,3 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ) e para um solo argiloso (porosidade  $0,5 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ; teor de quartzo  $0,02 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ; demais minerais  $0,48 \text{ m}^3 \text{m}^{-3}$ ) calcular a condutividade térmica para a condição seca e saturada. Utilizar os valores de  $\lambda$  da Tabela 8.2

(Resposta: Arenoso: seco  $0,134 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ; saturado  $2,054 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ;  
Argiloso: seco  $0,097 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ; saturado  $1,344 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

## 2. O modelo de Johansen (1975)

Baseado na condutividade térmica do solo seco ( $\lambda_0$ ) e saturado ( $\lambda_1$ ), o modelo de Johansen (1975) se escreve como

$$\lambda = \lambda_0 + K_e (\lambda_1 - \lambda_0) \quad [8.27]$$

onde  $K_e$  é o coeficiente de Kersten dado por

$$K_e = 1 + \log \Theta \quad \text{para } \Theta > 0,1 \quad [8.28a]$$

$$K_e = 1 + 0,7 \log \Theta \quad \text{para } 0,05 < \Theta \leq 0,1 \quad [8.28b]$$

Segundo Johansen (1975), o valor de  $\lambda_1$  pode ser calculado conforme

$$\lambda_1 = \lambda_w^\alpha \lambda_s^{1-\alpha} \quad [8.29]$$

onde  $\alpha$  é a porosidade total do solo,  $\lambda_w$  é a condutividade térmica da água (em torno de  $0,6 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , Tabela 8.2) e  $\lambda_s$  é a condutividade térmica dos sólidos. Como a

condutividade térmica do quartzo é muito maior do que dos demais minerais do solo (Tabela 8.2), o teor de quartzo deve ser considerado no cálculo de  $\lambda_s$ , conforme

$$\lambda_s = \lambda_q^q \lambda_o^{1-q} \quad [8.30]$$

onde  $\lambda_q$  é a condutividade térmica de quartzo,  $\lambda_o$  é a condutividade térmica dos demais minerais e  $q$  é a fração, a base de volume, dos minerais composta por quartzo. Para  $\lambda_o$  propõe-se uma equação em função da densidade do solo  $\rho$  (em  $\text{kg m}^{-3}$ ) conforme

$$\lambda_o = \frac{64,7 + 0,135\rho}{2700 - 0,947\rho} \quad [8.31]$$

### 3. O modelo de Farouki (1986)

De acordo com o modelo semi-empírico de Farouki (1986)

$$\lambda(\theta) = \frac{F_s(1-\alpha)\lambda_s + F_a(\alpha-\theta)\lambda_a + \theta\lambda_w}{F_s(1-\alpha) + F_a(\alpha-\theta) + \theta} \quad [8.32]$$

onde  $F_s$  e  $F_a$  representam os valores dos gradientes térmicos médios nos sólidos e no ar, respectivamente, relativos ao gradiente na fase líquida,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_a$  e  $\lambda_w$  ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) são a condutividade térmica dos sólidos, do ar e da água, respectivamente e  $\alpha$  ( $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$ ) é a porosidade total.

De acordo com esse modelo, os valores de  $F_s$  e  $F_a$  são calculados conforme

$$F_x = \frac{2/3}{1 + g_x \left( \frac{\lambda_x}{\lambda_w} - 1 \right)} + \frac{1/3}{1 + (1 - 2g_x) \left( \frac{\lambda_x}{\lambda_w} - 1 \right)} \quad [8.33]$$

onde  $F_x$ ,  $g_x$  e  $\lambda_x$  representam  $F_s$ ,  $g_s$  e  $\lambda_s$  para os sólidos e  $F_a$ ,  $g_a$  e  $\lambda_a$  para o ar. O valor de  $g_s$  é 0,125, enquanto  $g_a$  é calculado em função do teor de água como

$$g_a = 0,035 + 0,298 \frac{\theta}{\alpha} \quad [8.34]$$

Os valores das condutividades térmicas  $\lambda_s$ ,  $\lambda_a$  e  $\lambda_w$  podem ser encontrados em tabelas, por exemplo a Tabela 8.2.

## 8.6 Difusividade térmica do solo

Em relação à difusividade térmica, essa é definida pela Eq. [8.24] como o quociente entre a condutividade e o calor específico. Como foi visto (Eq. [8.7]), a relação

entre o calor específico e o teor de água é uma linha reta ascendente e podemos combinar as duas equações resultando em

$$D_T = \frac{\lambda}{(1-\alpha)c_{\min} + \theta c_{\text{água}}} \quad [8.35]$$

Durante a Fase 2 da Figura 8.6, o aumento de  $\lambda$  com  $\theta$  ( $d\lambda/d\theta$ ) é muito maior que  $dc_{\text{solo}}/d\theta$  (que é uma constante e sempre igual a  $c_{\text{água}}$ ). Sendo assim, nessa fase o numerador da Eq. [8.35] aumenta mais rapidamente que o denominador e  $dD_T/d\theta$  será positivo. No entanto, nas fases 1 e especialmente na fase 3,  $d\lambda/d\theta$  é menor que  $dc_{\text{solo}}/d\theta$  e  $dD_T/d\theta$  é negativo, ou seja, nessas fases a difusividade térmica diminui com o aumento do teor de água. A Figura 8.7 ilustra isso, apresentando o formato típico de  $D_T$  em função de  $\theta$  para os solos da Figura 8.6.

Como entender a redução da difusividade térmica na fase 3, enquanto a condutividade térmica aumenta? Podemos entender  $D_T$  como a facilidade do solo em difundir diferenças de temperatura. Por exemplo, se a superfície aquece durante o dia, com qual intensidade o aumento da temperatura da camada superficial vai se propagar em profundidade? Se o solo estiver com um teor de água intermediário, por exemplo  $0,15 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  nas Figuras 8.6 e 8.7, a sua condutividade térmica é alta (significando que o transporte de energia térmica ocorre facilmente) mas, por outro lado, seu calor específico está baixo (fazendo com que uma quantidade pequena de energia causa uma variação grande de temperatura). Consequentemente, diferenças de temperatura difundem rapidamente, isto é, a difusividade térmica será elevada. Se aumentarmos o teor de água desse solo (por exemplo para  $0,25 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ ), sua condutividade térmica aumenta um pouco (Figura 8.6), mas a quantidade de energia necessária para causar um aumento de temperatura (o calor específico) aumentou mais ainda. Como resultado, diferenças de temperatura se propagam com menor facilidade, não por causa da condutividade, mas pelo valor alto do calor específico.

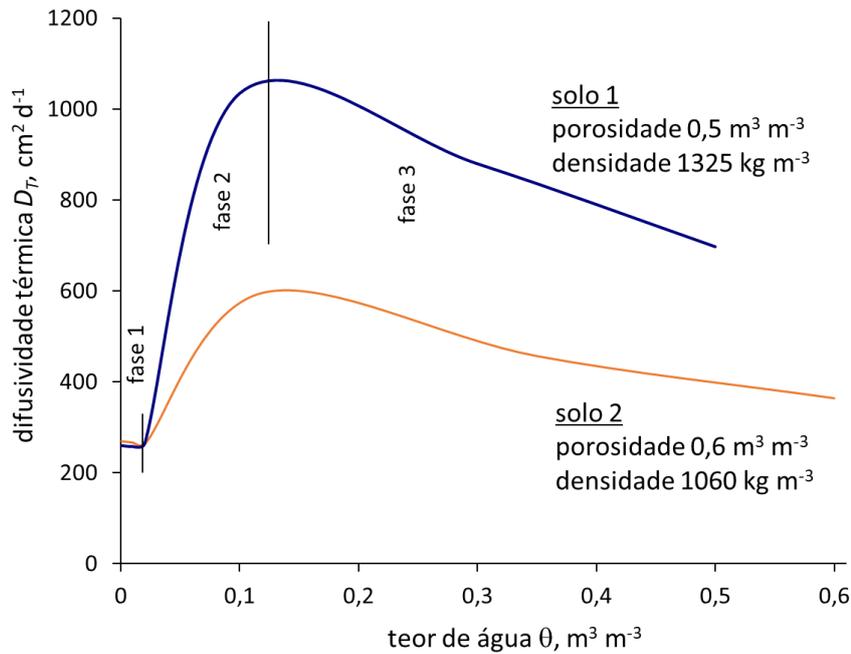


Figura 8.7 - Difusividade térmica em função do teor de água do solo para os solos apresentados na Figura 8.6.

## 8.7 A equação do calor para variações senoidais de temperatura

A solução para a equação do calor (Eq. [8.23] apresentada no fim do Item 8.4 para o caso do equilíbrio dinâmico é simples, mas de aplicação muito limitada pelas suas condições de contorno restritivas. Diversos fenômenos naturais referentes ao calor e à temperatura no solo apresentam uma tendência senoidal. Exemplos são a temperatura ao longo de um dia e ao longo de um ano que, aproximadamente, se assemelham a uma curva senoidal.

Sendo assim, procura-se uma solução para a Eq. [8.23] com condições de contorno correspondentes, ou seja, na superfície do solo

$$T = T_a + A_0 \sin \left[ \frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) \right] \quad [8.36]$$

enquanto numa profundidade muito grande (“infinita”)

$$T = T_a \quad [8.37]$$

Nessas equações,  $T$  (K ou °C) é a temperatura,  $T_a$  (K ou °C) é a temperatura média ao longo do período,  $\tau$  (em s ou d) é a duração do período, normalmente 1 dia ou 1 ano,  $t_0$  (s ou d) é a defasagem da curva senoidal na superfície e  $t$  (s ou d) é o tempo. O efeito

de cada um dos parâmetros  $T_a$ ,  $A_0$  e  $t_0$  na descrição da temperatura ao longo de um período é ilustrado na Figura 8.8, onde se observa que os três parâmetros dão todos os graus de liberdade para se ajustar a dados observados. O ajuste dos parâmetros pode ser realizado minimizando a soma dos quadrados dos desvios utilizando um software adequado. Um exemplo da Eq. [8.36] ajustada a dados de temperatura ao longo de um ano é mostrado na Figura 8.9 e ao longo de um dia na Figura 8.10.

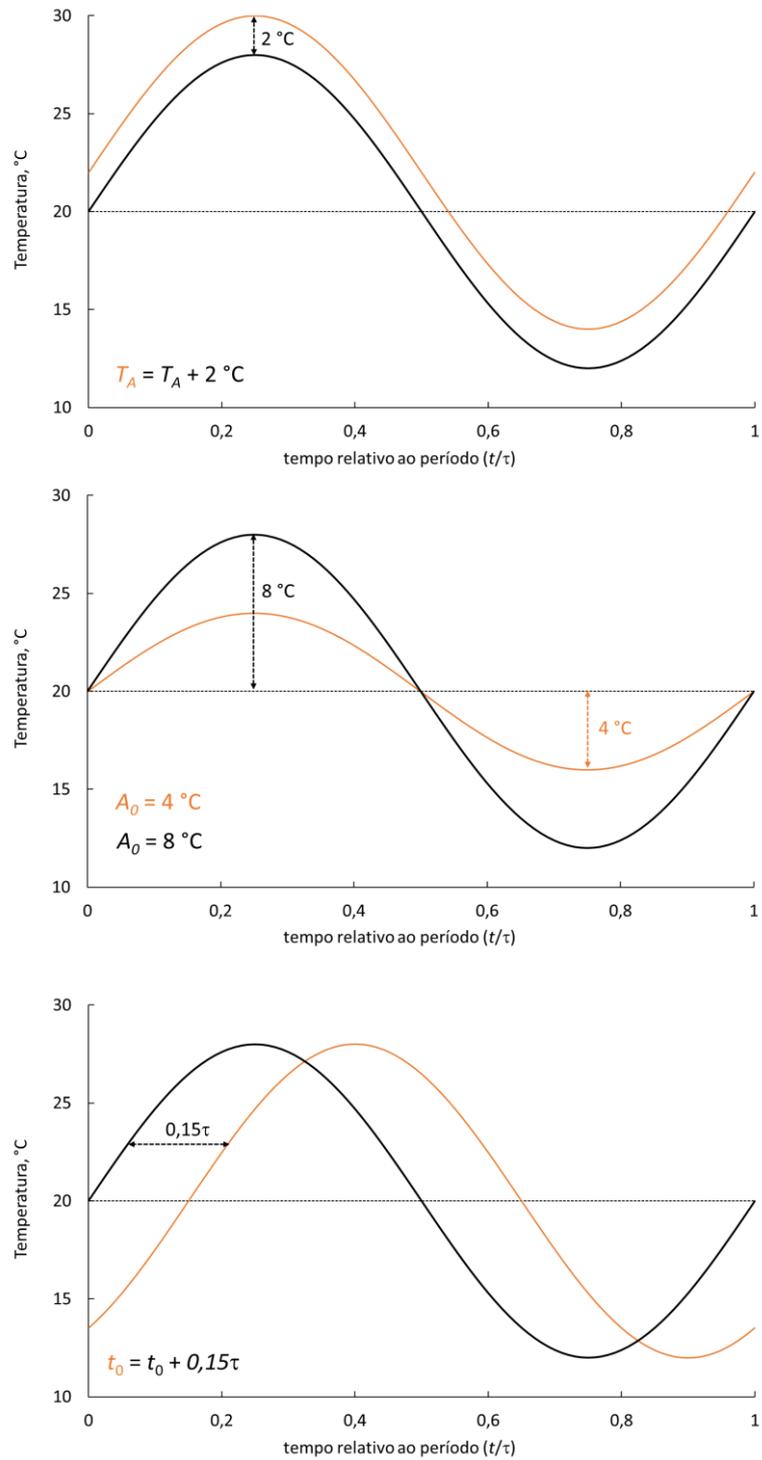


Figura 8.8 - Ilustração do efeito dos parâmetros  $T_a$ ,  $A_0$  e  $t_0$  da Eq. [8.36] na descrição da temperatura na superfície do solo ao longo de um período cíclico (p.e. um dia ou um ano).

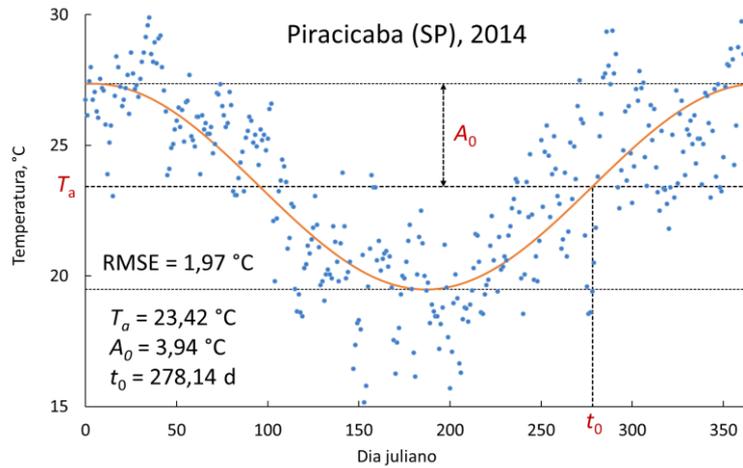


Figura 8.9 - Temperatura média do ar diária medida no observatório meteorológico da ESALQ/USP em Piracicaba (SP) ao longo do ano de 2014 (pontos) e a Eq. [8.36] ajustada a esses valores (curva) com parâmetros  $T_a$ ,  $A_0$  e  $t_0$ .

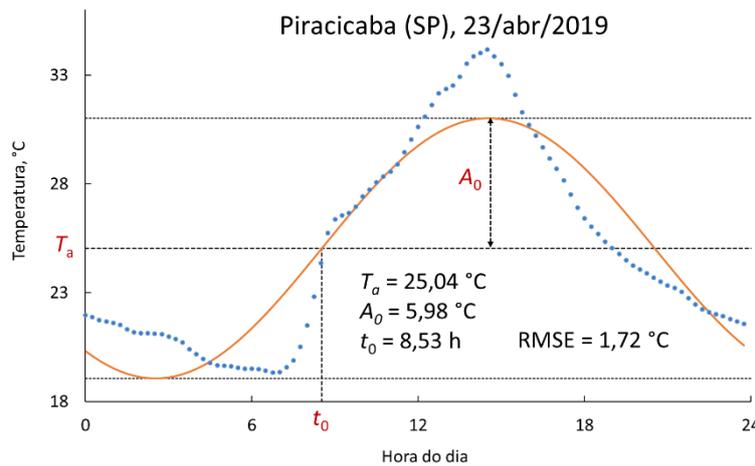


Figura 8.10 - Temperatura média do ar medida no observatório meteorológico da ESALQ/USP em Piracicaba (SP) a cada 15 minutos ao longo de 23 de abril de 2019 (pontos) e a Eq. [8.36] ajustada a esses valores (curva) com parâmetros  $T_a$ ,  $A_0$  e  $t_0$ .

A solução para a Eq. [8.23] com as condições de contorno Eqs. [8.36] e [8.37] é

$$T(z,t) = T_a + A_0 e^{-z/d} \sin \left[ \frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) - \frac{z}{d} \right] \quad [8.38]$$

onde  $d$  (m) é chamada de *profundidade de amortecimento* (em inglês “damping depth”), definida por

$$d = \sqrt{\frac{\tau D_T}{\pi}} \quad [8.39]$$

Observe que a Eq. [8.38] atende às condições de contorno, pois quando  $z = 0$  ela reduz para a condição de contorno da Eq. [8.36] e quando  $z$  tende ao infinito o termo  $e^{-z/d}$  se torna zero e ela reduz para a condição de contorno da Eq. [8.37]. A comprovação da validade da Eq. [8.38] será dada a seguir. Inicialmente verifica-se que sua derivada em relação do tempo é

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\pi}{\tau} A_0 e^{-z/d} \cos\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] \quad [8.40]$$

A seguir, deriva-se a Eq. [8.38] em relação à distância  $z$  obtendo

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{A_0}{d} e^{-z/d} \left( \sin\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] + \cos\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] \right) \quad [8.41]$$

e, derivando mais uma vez em relação a  $z$  obtém-se a segunda derivada conforme

$$\frac{d^2T}{dz^2} = \frac{2}{d^2} A_0 e^{-z/d} \left( \cos\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] \right) \quad [8.42]$$

Substituindo as respectivas derivadas Eqs. [8.40] e [8.42] na equação do calor (Eq. [8.23]) resulta em

$$\frac{2\pi}{\tau} A_0 e^{-z/d} \cos\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] = D_T \frac{2}{d^2} A_0 e^{-z/d} \left( \cos\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0) - \frac{z}{d}\right] \right) \quad [8.43]$$

ou, eliminando os termos redundantes

$$\frac{\pi}{\tau} = \frac{D_T}{d^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{\frac{\tau D_T}{\pi}} \quad [8.44]$$

que é igual à Eq. [8.39], sendo, portanto, comprovada a validade da Eq. [8.38].

O significado físico dos termos da Eq. [8.38] é o seguinte:

- $T_a$  (K ou °C) é a temperatura média da onda senoidal; nas condições de contorno utilizadas, ela será igual em todas as profundidades;
- $A_0$  (K ou °C) é a amplitude da onda na superfície do solo, igual à metade da diferença entre o valor mínimo e máximo da temperatura;

- $A_0 e^{-z/d}$  (K ou °C) é a amplitude da onda em função da profundidade  $z$ , ou seja

$$A(z) = A_0 e^{-z/d} \quad [8.45]$$

- $d$  é a profundidade de amortecimento. A Eq. [8.45] implica no fato de a amplitude ser multiplicada por  $e^{-1}$  ( $\approx 0,37$ , ou seja, aproximadamente um terço) cada vez que a profundidade aumenta em  $d$  m. É assim que o  $d$  pode ser interpretado: o intervalo de distância que faz a amplitude da onda de temperatura reduzir para (aproximadamente) um terço.
- $t_0$  (unidade de tempo, s, h ou d) é a defasagem da curva senoidal na superfície. Se  $t_0 = 0$ , a temperatura será crescente e igual a  $T_a$  em  $t = 0$ . Se  $t_0 > 0$ , essa situação será atingida para  $t = t_0$
- $z/d$  (dentro do seno) – esse termo descreve a defasagem da onda senoidal na profundidade em relação à onda na superfície. Quando  $z/d = \pi$  (ou:  $z = \pi d$ ) a defasagem será de um meio período, ou seja, nessa profundidade a temperatura máxima coincide com a mínima na superfície e vice-versa. Da mesma forma, quando  $z/d = 2\pi$  (ou:  $z = 2\pi d$ ) a defasagem será de um período completo, ou seja, as temperaturas máxima e mínima ocorrem no mesmo momento que na superfície, no entanto, um período defasado. Pela Eq. [8.45], nessa profundidade a amplitude se reduziu para

$$A(2\pi d) = A_0 e^{-2\pi} \approx 0,0019 A_0 \quad [8.46]$$

A Figura 8.11 mostra gráficos da temperatura em algumas profundidades num solo com difusividade térmica  $D_T = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ d}^{-1}$  estimada pela Eq. [8.38] ao longo de um ciclo, um ano usando os parâmetros ajustados para 2014 da Figura 8.9 e um dia usando os parâmetros de 23 de abril de 2019 (Figura 8.10). Ambos os gráficos mostram a diminuição da amplitude e a defasagem do senoidal com o aumento da profundidade.

Das figuras fica evidente que ondas com períodos maiores (nesse caso: 1 ano) penetram muito mais em profundidade que os períodos menores, por exemplo 1 dia. Isso se reflete na profundidade de amortecimento  $d$  que é função não somente das propriedades térmicas do solo (da difusividade térmica  $D_T$ ), mas também do período  $\tau$  (Eq. [8.39]). No exemplo da Figura 8.11,  $d$  para a onda anual foi pouco mais que 1 metro e para a onda diária pouco mais que 5 cm. Dessa forma, na profundidade

de 1,5 m ainda há uma oscilação anual de temperatura (com amplitude igual a  $e^{-z/d} = e^{-1,5/1,08} \approx 0,25$  vezes a amplitude na superfície) enquanto que a onda diária já está quase inexistente na profundidade de 20 cm, onde  $A = A_0 \cdot e^{-20/5,64} \approx 0,03 A_0$ .

Pode-se deduzir uma relação entre  $d_{anual}$  e  $d_{diário}$  que é

$$\frac{d_{anual}}{d_{diário}} = \frac{\sqrt{\frac{365D_T}{\pi}}}{\sqrt{\frac{1D_T}{\pi}}} = \sqrt{365} \approx 19,1 \quad [8.47]$$

e, generalizando, pode se afirmar que uma onda anual penetra da ordem de 20 mais profundo no solo que uma onda diária.

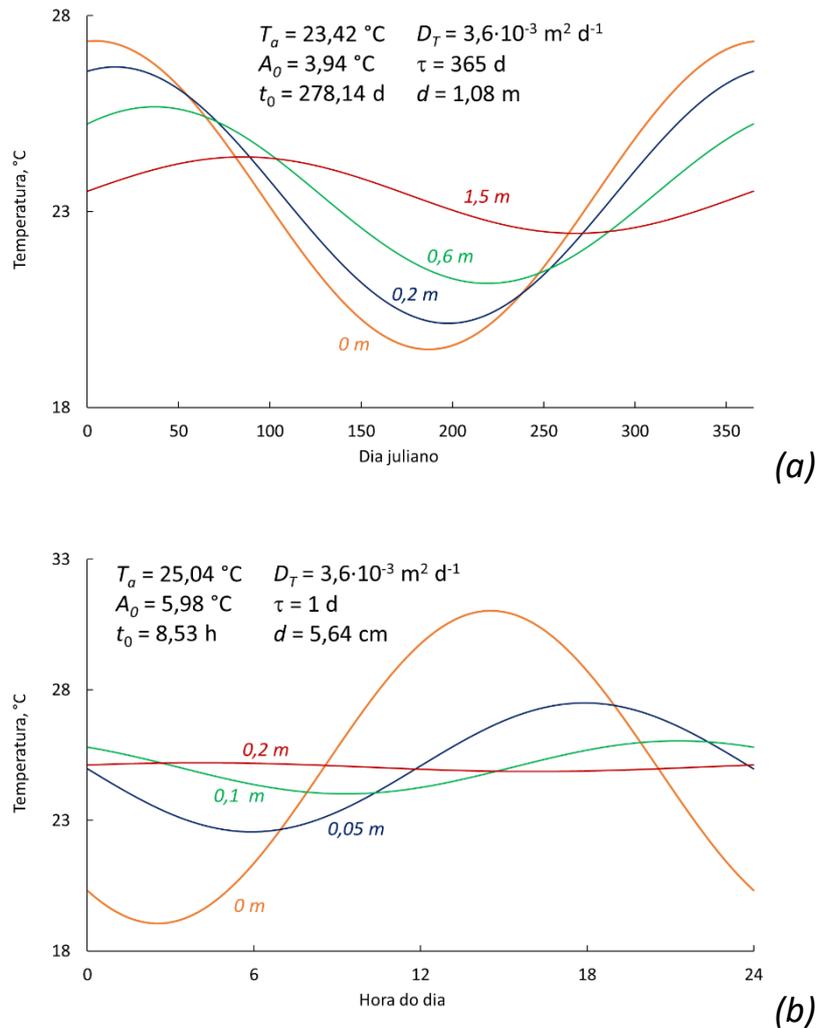


Figura 8.11 - Temperatura em algumas profundidades num solo com difusividade térmica  $D_T = 3,6 \cdot 10^{-3}\text{ m}^2\text{ d}^{-1}$  estimada pela Eq. [8.38] (a) ao longo de um ano usando parâmetros ajustados para o ano de 2014 (Figura 8.9) e (b) ao longo de um dia usando parâmetros ajustados para o dia 23 de abril de 2019 (Figura 8.10).

## 8.8 Estimativa da difusividade térmica do solo pela equação do calor

A solução da propagação da onda térmica senoidal (Eq. [8.38]) pode ser utilizada para fazer uma estimativa da difusividade térmica  $D_T$  do solo a partir de medições simples por dois procedimentos.

O primeiro, denominado do *método da amplitude*, consiste em medir a amplitude  $A$  da temperatura de uma onda senoidal (geralmente por meio da medição da temperatura mínima e máxima ocorrida ao longo de um ano) em duas profundidades

$z_1$  e  $z_2$  no solo, obtendo assim os pares de dados  $(A_1, z_1)$  e  $(A_2, z_2)$ . Substituindo os dois pares de dados na Eq. [8.45] obtém-se

$$A_1 = A_0 e^{-z_1/d} \quad \text{e} \quad A_2 = A_0 e^{-z_2/d} \quad [8.48]$$

Dividindo uma pela outra resulta em

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-z_1/d}}{e^{-z_2/d}} = e^{z_2 - z_1/d} \quad [8.49]$$

donde se deduz que

$$d = \frac{z_2 - z_1}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \quad [8.50]$$

que, em combinação com a Eq. [8.39], resulta na seguinte expressão para calcular  $D_T$  em função dos pares de dados  $(A_1, z_1)$  e  $(A_2, z_2)$ :

$$\sqrt{\frac{\tau D_T}{\pi}} = \frac{z_2 - z_1}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow D_T = \frac{\pi}{\tau} \left( \frac{z_2 - z_1}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \right)^2 \quad [8.51]$$

Um outro método para a estimativa de  $D_T$  consiste na determinação da defasagem das ondas senoidais de temperatura em duas profundidades. Isso pode ser feito pela determinação do tempo de ocorrência da temperatura máxima ou mínima anual nas respectivas profundidades,  $t_{m1}$  (d) e  $t_{m2}$  (d). Nesses tempos, o termo dentro do seno da Eq. [8.38] deve ser igual nas duas profundidades, conseqüentemente

$$\frac{2\pi t_{m1}}{\tau} - \frac{z_1}{d} = \frac{2\pi t_{m2}}{\tau} - \frac{z_2}{d} \Rightarrow \frac{2\pi}{\tau} (t_{m2} - t_{m1}) = \frac{z_2 - z_1}{d} \quad [8.52]$$

e

$$d = \frac{\tau}{2\pi} \left[ \frac{z_2 - z_1}{t_{m2} - t_{m1}} \right] \quad [8.53]$$

que, em combinação com a Eq. [8.39], resulta na seguinte expressão para calcular  $D_T$  em função dos pares de dados  $(t_{m1}, z_1)$  e  $(t_{m2}, z_2)$ :

$$D_T = \frac{\tau}{4\pi} \left[ \frac{z_2 - z_1}{t_{m2} - t_{m1}} \right]^2 \quad [8.54]$$

Um exemplo da aplicação dos métodos acima descritos para a determinação de propriedades térmicas em solos brasileiros pode ser encontrado em De Jong Van Lier e Durigon (2013).

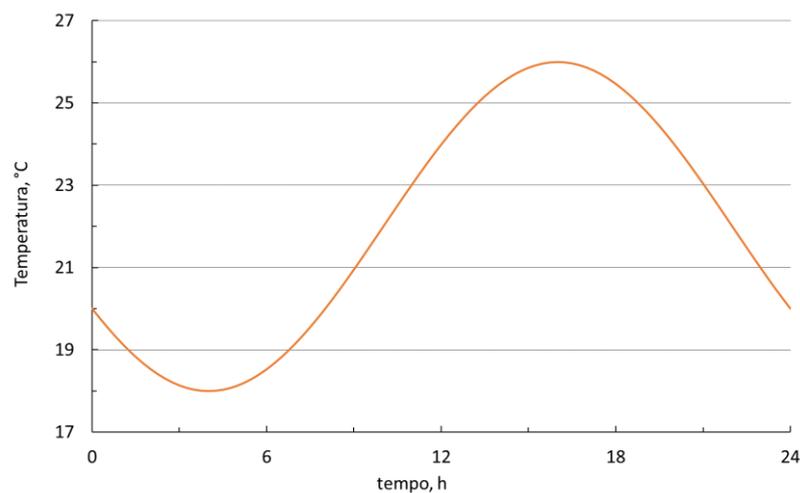
### EXERCÍCIO 8.9

Um solo tem uma condutividade térmica de  $0,3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  e um calor específico de  $1,5 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Qual é a profundidade de amortecimento diário e anual nesse solo? O que esses dois valores representam? [Resposta: diário: 7,4 cm; anual: 1,42 m].

### EXERCÍCIO 8.10

A figura abaixo mostra um gráfico da temperatura ao longo de um dia na superfície do solo da Questão 8.9 *versus* o tempo em horas.

- Determinar a temperatura média e a amplitude. [Resposta:  $22 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $4 \text{ }^\circ\text{C}$ ]
- Determinar a amplitude térmica nas profundidades de 5,5, 11 e 16,5 cm. [Resposta:  $1,9 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $0,91 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $0,43 \text{ }^\circ\text{C}$ ]
- Escrever a equação que descreve a temperatura em função da profundidade e do tempo para esse solo (considere que a temperatura média na superfície é atingida às 10h).



### EXERCÍCIO 8.11

Utilizando a profundidade de amortecimento encontrada para o mesmo solo da Questão 8.10, encontre o tempo no qual a temperatura atinge o máximo na profundidade de 5,5 cm. [Resposta: 18:50 aproximadamente].

### EXERCÍCIO 8.12

Para um solo com difusividade térmica de  $2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ :

- Determinar a profundidade na qual a amplitude da variação anual de temperatura é 5% da variação na superfície. [Resposta: 4,2 m]
- Determinar a profundidade na qual a onda de temperatura anual apresenta um mínimo quando na superfície ocorre o máximo. Qual é a amplitude nessa profundidade em relação à amplitude na superfície? [Resposta: 4,45 m;  $e^{-\pi} = 0,043$  ou 4,3%]

**EXERCÍCIO 8.13**

A condutividade térmica  $\lambda$  de um sistema com partículas misturadas num meio contínuo (p.e ar num solo seco, ou água num solo saturado) é (De Vries, 1963):

$$\lambda = \frac{f_f \lambda_f + \xi_s f_s \lambda_s}{f_f + \xi_s f_s}$$

onde  $f$ ,  $\lambda$  e  $\xi$  representam a fração volumétrica ( $m^3 m^{-3}$ ), condutividade térmica ( $W m^{-1} K^{-1}$ ) e um fator de ponderação, respectivamente. O subscrito  $f$  se refere ao fluido (ar ou água) e  $s$  ao sólido.

Para um sistema de duas fases com partículas esféricas:  $\xi = \left[ 1 + \frac{\lambda_s - \lambda_f}{3} \right]^{-1}$

- Encontrar a condutividade térmica para um solo de textura média utilizando para o ar:  $\lambda_f = 0,025 W m^{-1} K^{-1}$ ; para os sólidos:  $\lambda_s = 2,5 W m^{-1} K^{-1}$ ; e  $f_f = 0,4 m^3 m^{-3}$ .  
(Resposta:  $0,13 W m^{-1} K^{-1}$ )
- Idem para um solo arenoso: utilize a mesma porosidade  $f_f$  e  $\lambda_s = 8,0 W m^{-1} K^{-1}$ .  
(Resposta:  $0,14 W m^{-1} K^{-1}$ )
- Repita para o solo de textura média saturado, utilizando  $\lambda_f = 0,60 W m^{-1} K^{-1}$  para água. (Resposta:  $1,40 W m^{-1} K^{-1}$ )
- Idem para o solo arenoso saturado com água. (Resposta:  $2,28 W m^{-1} K^{-1}$ )

**EXERCÍCIO 8.14**

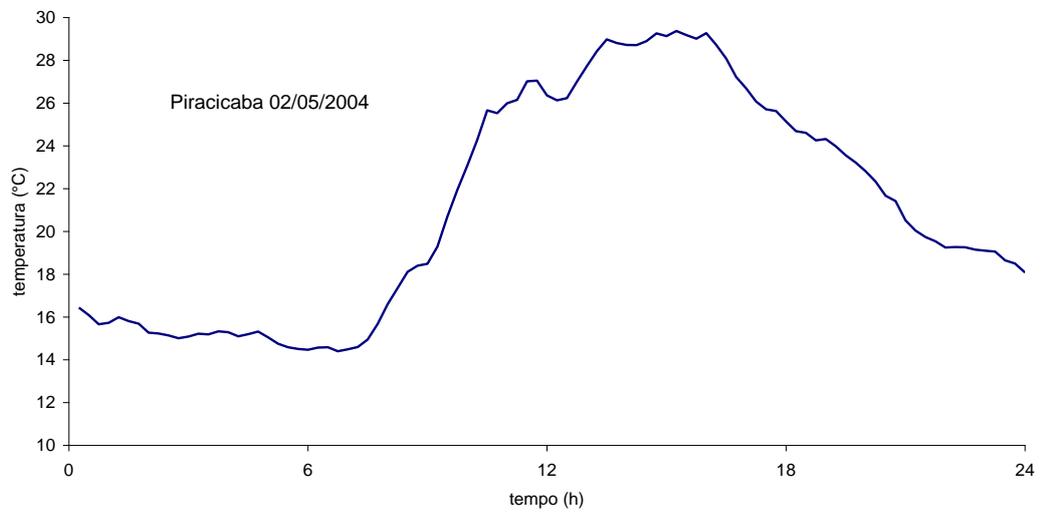
Dois termopares são enterrados num solo a  $z = -75$  cm e a  $z = -150$  cm. Depois de um ano, eles registram as seguintes temperaturas mínimas e máximas:

$z$ (cm)	$T_{max}$ (°C)	$T_{min}$ (°C)
-75	25,5	18,5
-150	23,5	20,5

- Estimar a profundidade de amortecimento  $d$ , a difusividade térmica  $D$  e a amplitude térmica na superfície. (Resposta:  $d = 0,885$  m;  $D_f = 7,8 \cdot 10^{-8} m^2 s^{-1}$ ;  $A_0 = 8,17$  °C)
- A temperatura máxima na superfície do solo foi observada em 15 de fevereiro. Quando ocorreu o máximo nas profundidades de 75 e 150 cm?

**EXERCÍCIO 8.15**

A figura abaixo mostra a temperatura medida na superfície do solo em Piracicaba no dia 2 de maio de 2004.



Considerando uma difusividade térmica do solo  $D_T = 20 \text{ cm}^2 \text{ h}^{-1}$ , faça uma estimativa da amplitude térmica e da defasagem temporal da curva de temperatura nas profundidades de 5 e de 20 cm, representando as respectivas curvas no gráfico.



# 9 Funções de pedotransferência

---

## 9.1 Introdução

Nos capítulos anteriores vimos vários exemplos de problemas cuja solução requer a disponibilidade de dados ou parâmetros que descrevem as propriedades hidráulicas do solo. Modelos de simulação hidrológica são exemplos mais notáveis dessa necessidade. Um dos principais desafios para o uso desses modelos é a falta de dados de entrada imprescindíveis. A determinação direta das propriedades hidráulicas (condutividade hidráulica e retenção de água) não pode ser feita com a mesma frequência e densidade que análises de rotina que não necessitam de amostras indeformadas e cuja execução é mais rápida, como a determinação dos teores granulométricos e da matéria orgânica.

Sabemos que existem correlações entre as propriedades hidráulicas e, por exemplo, os teores granulométricos. Assim, solos argilosos têm um comportamento diferente que os de textura média ou arenosos em relação a diversos componentes do balanço hídrico como a drenagem, infiltração e ascensão. Em relação ao fornecimento de água para a transpiração das plantas e a disponibilidade de água, as diferenças são grandes também. A quantificação dessa noção de correlação pode resultar numa função de pedotransferência, com sigla PTF (do inglês “pedotransfer function”). O termo *função de pedotransferência* foi introduzido por Bouma (1989) que as descreveu como funções para transformar dados que temos em dados que precisamos. Entendem-se por “dados que temos” aquelas informações (características) normalmente disponíveis em levantamentos de solos, como teores granulométricos, enquanto que os “dados que precisamos” são aquelas propriedades de interesse para a realização de cálculos e execução de modelos em física do solo, como a função retenção – teor de água, condutividade hidráulica ou outras de interesse. Assim, no contexto desse livro, poderíamos definir PTFs também como *equações de correlação entre características e propriedades*.

As grandezas (características) utilizadas numa PTF são os preditores, e a propriedade estimada é o predito. A grande maior parte das PTFs disponíveis mundialmente foi desenvolvida com o objetivo de prever a retenção da água (predito) em função dos teores granulométricos (preditores) e, dependendo da PTF específica, complementada com algumas outras informações. PTFs para prever outras propriedades, como a condutividade hidráulica, podem ser encontradas também. Equações como as apresentadas no Item 8.5 para o cálculo da condutividade térmica podem, também, ser consideradas funções de pedotransferência.

PTFs podem ser puramente empírico-estatísticas, ou podem possuir algum grau de embasamento físico. Um exemplo de uma PTF para a previsão da curva de retenção com embasamento físico é o modelo de Arya & Paris (1981), validado para solos brasileiros por Vaz et al. (2005) e implementado, por exemplo, no software Splintex (Da Silva et al., 2020). O modelo de Arya & Paris (1981) é baseado na distribuição granulométrica, densidade do solo e dos sólidos. Inicialmente, o modelo transforma a distribuição granulométrica numa distribuição de tamanho de poro. Nessa etapa, uma parametrização empírica é necessária para incluir o efeito da estrutura, que obviamente não está presente na informação granulométrica. Numa próxima etapa, os volumes cumulativos de poros correspondentes a raios de poro progressivamente crescentes são divididos pelo volume dos sólidos para resultar nos teores de água correspondentes aos respectivos raios de poro, que podem ser convertidos em potenciais matriciais pela equação de capilaridade.

Outro método com embasamento físico é o método *Beerkan* que permite estimar os parâmetros de normalização e de forma da função retenção  $\theta(h)$  e da função condutividade hidráulica  $K(h,\theta)$  baseando-se na análise de distribuição de tamanho de partícula e de dados transientes de experimentos de infiltração. Maiores detalhes sobre esse método bastante promissor podem ser encontrados em, por exemplo, Lassabatère et al. (2006) e Souza et al. (2008).

A maior parte das PTFs desenvolvidas mundialmente é, no entanto, do tipo empírico-estatístico. O desenvolvimento empírico de uma PTF é baseado numa regressão normalmente multivariada, tendo como base de dados uma série de observações dos “dados que precisamos” e “dados que temos”. A base de dados pode ter abrangência regional, nacional, ou continental e subdivisões em tipos de solos

podem ser feitas. Por ser um resultado de uma regressão empírica, uma PTF não pode, normalmente, ser extrapolada, isto é, não deve ser usada fora da região ou do conjunto de tipos de solos para qual ela foi desenvolvida (Pachepsky & Rawls, 1999). Muitas das PTFs existentes foram desenvolvidas e testadas com dados de solos de regiões de clima temperado. Aplicá-las a solos tropicais não é aconselhável, entre outros fatores devido à distinta mineralogia da fração argila e composição da matéria orgânica, resultando numa estrutura diferenciada.

Focando nas PTFs empíricas mais comuns, aquelas que predizem a propriedade de retenção de um solo, podemos subdividi-las em dois grupos: as *paramétricas*, que predizem os parâmetros de uma equação de retenção (mais comumente a equação de Van Genuchten (1980)) e as *pontuais*, que predizem o teor de água num ou mais potenciais matriciais definidos.

Assim, Tomasella et al. (2000) desenvolveram uma das mais citadas funções de pedotransferência paramétricas para solos brasileiros, a ser apresentada mais adiante. Outros exemplos de PTFs desenvolvidas para solos de regiões brasileiras são as de Barros et al. (2013) e de Medrado & Lima (2014). Diversos autores publicaram PTFs pontuais para estimar a capacidade de campo e ponto de murcha permanente, por exemplo Oliveira et al. (2002) para o Estado de Pernambuco e Reichert et al. (2009) para solos do Rio Grande do Sul. Outra importante contribuição ao assunto para solos tropicais foi feita por Van den Berg et al. (1997) que desenvolveram PTFs para estimar o teor de água disponível entre os potenciais matriciais de -1 e -150 m a partir da granulometria e densidade para latossolos de dez países tropicais. Medeiros et al. (2014) fizeram uma análise de diversas PTFs estatísticas e avaliaram seu desempenho em solos da região amazônica.

Uma função de pedotransferência, por ser o fruto de um procedimento experimental seguido de uma regressão para minimizar a soma dos quadrados dos desvios, contém diversas fontes de erros associados. São elas:

1. Erros aleatórios ou sistemáticos na medição dos preditores e preditos:

O conjunto de dados usado para desenvolver a PTF contém preditores (p.e. teores de areia, silte e argila) e preditos (p.e. teores de água em função do potencial matricial) que foram determinados, normalmente em laboratório, a

partir de amostras de solo. Tanto a amostragem como o processamento laboratorial estão sujeitos a erros que podem propagar na PTF.

2. Erros associados à variabilidade natural dos preditores e preditos:

Os dados obtidos em amostras de solo contêm erros de representatividade em função da variabilidade espacial existente que podem propagar na PTF.

3. Erros associados à representatividade do conjunto de dados:

O conjunto de dados utilizados para parametrizar a PTF pode não ser representativo para a população de solos objetivada pela PTF.

4. (em PTFs paramétricas): Erros oriundos do ajuste dos dados a uma equação empírica:

A equação de ajuste usada numa PTF paramétrica pode não se ajustar perfeitamente aos dados medidos de uma propriedade a ser predita, podendo propagar-se na PTF.

5. Erros associados à convergência da regressão para a parametrização da PTF:

A equação da PTF não pode se ajustar com perfeição aos dados do parâmetro predito pela PTF, resultando um erro associado à PTF.

## 9.2 Algumas PTFs desenvolvidas para regiões brasileiras

Como exemplo apresentam-se a seguir duas funções de pedotransferência desenvolvidas para regiões brasileiras.

### 9.2.1 A PTF de Tomasella et al. (2000)

A PTF desenvolvida por Tomasella et al. (2000) é uma das mais citadas e utilizadas para o território brasileiro. O trabalho apresenta equações para a estimativa dos parâmetros da equação de Van Genuchten (1980) em função de uma série de características do solo. Foi desenvolvida com base em 630 locais de amostragem no Brasil. Desses, 517 foram usados para o desenvolvimento (por regressão multivariada) da PTF e os 113 restantes para sua validação.

A PTF de Tomasella et al. (2000) tem o seguinte formato:

$$y_i = \beta_{i,1} + \beta_{i,2}S_c + \beta_{i,3}S_f + \beta_{i,4}Si + \beta_{i,5}C + \beta_{i,6}OC + \beta_{i,7}Me + \beta_{i,8}\rho + \beta_{i,9}S_cS_f + \dots + \beta_{i,j}SiC + \beta_{i,j+1}Si^2C + \dots + \beta_{i,n}Si^2 \quad [9.1]$$

onde  $y_i$  corresponde ao respectivo parâmetro da equação de Van Genuchten (Eq. [3.46]),  $y_1 = \ln(\alpha)$ ,  $y_2 = n$ ,  $y_3 = \theta_r$  e  $y_4 = \theta_s$  e  $\beta_{i,n}$  são os parâmetros empíricos da PTF,  $S_c$ ,  $S_f$ ,  $S_i$  e  $C$  são os teores granulométricos, de areia grossa (diâmetro entre 0,2 e 2 mm), areia fina (entre 0,05 e 0,2 mm), silte (0,002 a 0,05 mm) e argila (< 0,002 mm), respectivamente,  $OC$  é o teor (em porcentagem a base de massa) de carbono orgânico,  $\rho_b$  (em  $\text{g cm}^{-3}$ ) é a densidade do solo e  $Me$  ( $\text{kg kg}^{-1}$ ) é o equivalente de umidade.

O equivalente de umidade é uma grandeza considerada obsoleta, no entanto presente em muitos relatórios de levantamentos de solos mais antigos no Brasil. É o teor de água, normalmente expresso a base de massa, que permanece numa amostra de solo após centrifugação a 2400 rpm por 30 min e possui alta correlação com o teor de água no potencial matricial de -3,3 m. Conforme concluíram Tomasella et al. (2000), sua inclusão na PTF aumenta o seu desempenho, em outras palavras, reduz os erros associados. Contudo,  $Me$  e  $\rho_b$  são grandezas de disponibilidade mais restrita e Tomasella et al. (2000) apresentaram também versões de sua PTF que não necessitam desses valores. Elabora-se aqui um pouco mais a PTF mais simples, a de “nível 4”, conforme relatada na tabela 8 do trabalho original, que se utiliza somente das grandezas  $S_c$ ,  $S_f$ ,  $S_i$ ,  $C$  e  $OC$ . Na Tabela 9.1 reproduzem-se os parâmetros dessa PTF, adaptando-os para unidades dos teores em  $\text{kg kg}^{-1}$ .

Tabela 9.1 - Coeficientes da função de pedotransferência de Tomasella et al. (2000), nível 4, para a predição de parâmetros da equação de Van Genuchten (Eq. [3.46]) a partir dos preditores: teores granulométricas  $S_c$ ,  $S_f$ ,  $Si$ ,  $C$  e teor de carbono orgânico  $OC$  em  $\text{kg kg}^{-1}$ . Tabela adaptada do trabalho original, com alteração das unidades.

	$\ln \alpha$ (para $\alpha$ em $\text{m}^{-1}$ )	$n$	$\theta_s$	$\theta_r$
	(m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> )			
Intercepto				
	-0,086703*	1,709352	0,369797	0,157568
Fator multiplicador				
$S_c$	3,6242			
$Si$			0,3762	
$C$				0,1358
$OC$			3,2576	
$S_c \cdot Si$	0,43	-1,79		
$S_c \cdot C$	0,14		-0,26	
$S_f \cdot C$	8,98	-3,1	0,34	
$Si \cdot C$			-0,32	0,52
$S_c^2$				-0,28
$S_f^2$		0,94		-0,21
$S_f^2$		-0,81		-0,45
$C^2$	1,78		0,28	

\* valor da tabela original dividido por 100 e somado de  $\ln(9,81)$  para resultar em  $\text{m}^{-1}$

### EXERCÍCIO 9.1

Utilizar os dados da Tabela 9.1 para calcular os parâmetros da equação de Van Genuchten para um solo com  $0,336 \text{ kg kg}^{-1}$  de argila,  $0,222 \text{ kg kg}^{-1}$  de silte,  $0,211 \text{ kg kg}^{-1}$  de areia fina,  $0,231 \text{ kg kg}^{-1}$  de areia grossa e contendo  $0,011 \text{ kg kg}^{-1}$  de carbono orgânico.  
Resposta:  $\alpha = 5,057 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,400$ ,  $\theta_s = 0,501 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $\theta_r = 0,196 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

### 9.2.2 A PTF de Barros et al. (2013)

Barros et al. (2013) desenvolveram PTFs paramétricas para solos do nordeste do Brasil baseadas em 786 locais de amostragem (673 para o desenvolvimento e 113 para a validação). As PTFs usam quatro preditores: teor de areia ( $S$ ,  $\text{kg kg}^{-1}$ ), argila ( $C$ ,  $\text{kg kg}^{-1}$ ), matéria orgânica ( $O$ ,  $\text{kg kg}^{-1}$ ) e densidade do solo  $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) e prediz os parâmetros da equação de Van Genuchten (1980). Da mesma forma que Tomasella et al. (2000), fizeram a calibração com o conjunto completo de preditores, mas também para um

conjunto reduzido, utilizando somente os teores de areia (S) e argila (C). A PTF de Barros et al. (2013) se escreve como:

$$y_i = \beta_{i,0} + \beta_{i,1}S + \beta_{i,2}C + \beta_{i,3}O + \beta_{i,4}\rho \quad [9.2]$$

onde  $y_i$  corresponde ao respectivo parâmetro da equação de Van Genuchten (Eq. [3.46]), onde  $\alpha = 10^{y_1}$ ,  $n = y_2$ ;  $\theta_r = y_3$  e  $\theta_s = y_4$  e  $\beta_{i,n}$  são os coeficientes da PTF, onde  $\beta_{i,0}$  é o intercepto e  $\beta_{i,1}$ ,  $\beta_{i,2}$ ,  $\beta_{i,3}$  e  $\beta_{i,4}$  são os parâmetros que multiplicam os teores de areia, argila e matéria orgânica e a densidade do solo, respectivamente. Calibraram os parâmetros para o conjunto de todos os solos disponíveis, mas também para uma subdivisão em classes de solos.

Tabela 9.2 - Parâmetros de regressão múltipla linear para a PTF de Barros et al. (2013) para a predição dos parâmetros da equação de Van Genuchten (Eq. [3.46]) para solos do nordeste do Brasil. Teores de areia e argila em  $\text{kg kg}^{-1}$ .

parâmetro da regressão	parâmetro de Van Genuchten			
	$\log_{10} \alpha$ (para $\alpha$ em $\text{m}^{-1}$ )	$n$	$\theta_r$	$\theta_s$
$\beta_{i,0}$ (intercepto)	0,9267	1,5299	0,1286	0,5526
$\beta_{i,1}$ (x teor de areia)	0	0,3265	-0,1484	-0,2320
$\beta_{i,2}$ (x teor de argila)	-1,5958	-0,3957	0,3571	-0,1178

### EXERCÍCIO 9.2

Para o mesmo solo do Exercício 9.1, calcular os parâmetros da equação de Van Genuchten usando a PTF de Barros et al. (2013) – parâmetros da Tabela 9.2.

Resposta:  $\alpha = 2,458 \text{ m}^{-1}$ ,  $n = 1,541$ ,  $\theta_s = 0,410 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e  $\theta_r = 0,183 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .



# 10 Simulações de perfis de potencial e de teor de água

---

## 10.1 Introdução

Modelos de simulação baseados em processos para a previsão do teor de água no solo fazem uso de algoritmos numéricos para resolver e utilizar a equação de Richards e assim fazer previsões dos potenciais e teores de água no solo em função de tempo e da profundidade. Alguns modelos conhecidos desse tipo são o Hydrus (Šimůnek et al., 2016) e o SWAP (Kroes et al., 2017). O emprego da equação de Richards requer a disponibilidade das propriedades hidráulicas retenção e condutividade e essas devem ser fornecidas ao modelo, para cada camada de solo, normalmente na forma de parâmetros da equação de Van Genuchten (1980).

Consideremos aqui as versões 1-D desses modelos. Nessas versões, o modelo faz uma simulação que corresponde a um ponto, calculando os fluxos de água na direção vertical, desconsiderando qualquer movimento horizontal. Para executar uma simulação, o modelo precisa das condições iniciais e das condições de contorno. As condições iniciais se referem ao estado inicial, isto é, o perfil de potencial ou de teor de água. As condições de contorno incluem a condição de contorno superior e inferior. A condição de contorno superior é a atmosférica, ou seja, entrada de água da chuva, irrigação ou inundação por infiltração e a perda de água por evapotranspiração. A condição de contorno inferior diz respeito à drenagem, que pode ser definida como nula, livre ou sob efeito de um lençol freático. Nos solos bem drenados e profundos, os mais comuns na paisagem brasileira, a condição de drenagem livre sem a influência de um lençol freático é a mais comum. Nessa condição, os modelos consideram que a taxa de drenagem na base do perfil corresponde a um gradiente de potencial total unitário, isto é, que a taxa de drenagem seja igual à condutividade hidráulica  $K$ .

Nesse capítulo serão apresentados resultados de simulações com o modelo SWAP (Kroes et al., 2017), versão 4. Diversos cenários exemplares serão apresentados e discutidos, com diferenças relativas a:

1. Condições de contorno superior e inferior
  - A. Somente drenagem livre (sem infiltração ou evapotranspiração)
  - B. Evaporação com lençol freático em profundidade fixa (1 m)
    - B<sub>1</sub>.  $E_p = 3 \text{ mm d}^{-1}$
    - B<sub>2</sub>.  $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$
  - C. Evaporação ( $E_p = 3 \text{ mm d}^{-1}$ ) com drenagem livre
  - D. Infiltração por inundação com drenagem livre
  - E. Drenagem livre com pastagem,  $ET_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$
  - F. Como A. (somente drenagem), mas com lençol freático em 1 m.
  - G. “Completo”, incluindo chuva, ET, drenagem livre
2. Textura e estratificação do solo
  - A. Média (monocamada, “homogêneo”)
  - B. Argilosa (monocamada, “homogêneo”)
  - C. Argilosa, com camada compactada (entre 20 e 25 cm de profundidade)
  - D. Argilosa, com selamento superficial (entre 0 e 2 cm de profundidade)
  - E. Bicamada (25 cm de textura média sobre argilosa)
  - F. Bicamada (25 cm de textura argilosa sobre média)

Os cenários são identificados conforme os números e letras acima, p.e., o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>A significa “Infiltração constante com drenagem livre num solo monocamada de textura média”. Todas as simulações <sup>1</sup>A, <sup>1</sup>B, <sup>1</sup>C, <sup>1</sup>E e <sup>1</sup>F têm como condição inicial o perfil do solo saturado com água, isto é, potencial matricial igual a zero ao longo das profundidades. Para as simulações <sup>1</sup>D (infiltração num solo inicialmente seco), o potencial matricial inicial foi considerado igual a -10 m no perfil inteiro. Semelhante, para as simulações <sup>1</sup>G (incluindo chuva e ET), o potencial matricial inicial foi considerado igual a -1 m no perfil inteiro. Para esses cenários foram usados os dados meteorológicos de 2014 observados no posto meteorológico da ESALQ/USP em Piracicaba (SP).

Os parâmetros hidráulicos usados para as duas texturas usadas nas simulações são listados na Tabela 10.1 e as respectivas curvas  $K(\theta)$ ,  $K(h)$  e  $\theta(h)$  são representadas na Figura 10.1. Para a textura argilosa, a condição compactada foi simulada reduzindo-se a porosidade total ( $= \theta_s$ ) da camada entre 0,20 e 0,25 m em  $0,07 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e dividindo-se a condutividade hidráulica por 5. A condição de selamento superficial foi simulada reduzindo-se a porosidade total entre 0 e 0,02 m em  $0,12 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  e dividindo-se a respectiva condutividade hidráulica por 20.

Tabela 10.1 - Parâmetros hidráulicos dos solos / camadas utilizadas nas simulações com o modelo SWAP.

Componente	Textura média	Textura argilosa	Textura argilosa compactada	Textura argilosa selada
$\alpha \text{ (m}^{-1}\text{)}$	2,3	1,0	1,0	1,0
n	1,8	1,3	1,3	1,3
$\theta_r$	0,01	0,12	0,12	0,12
$\theta_s$	0,43	0,55	0,48	0,43
$K_s \text{ (m d}^{-1}\text{)}$	0,30	0,10	0,02	0,005
$\lambda$	0,5	-1,0	-1,0	-1,0

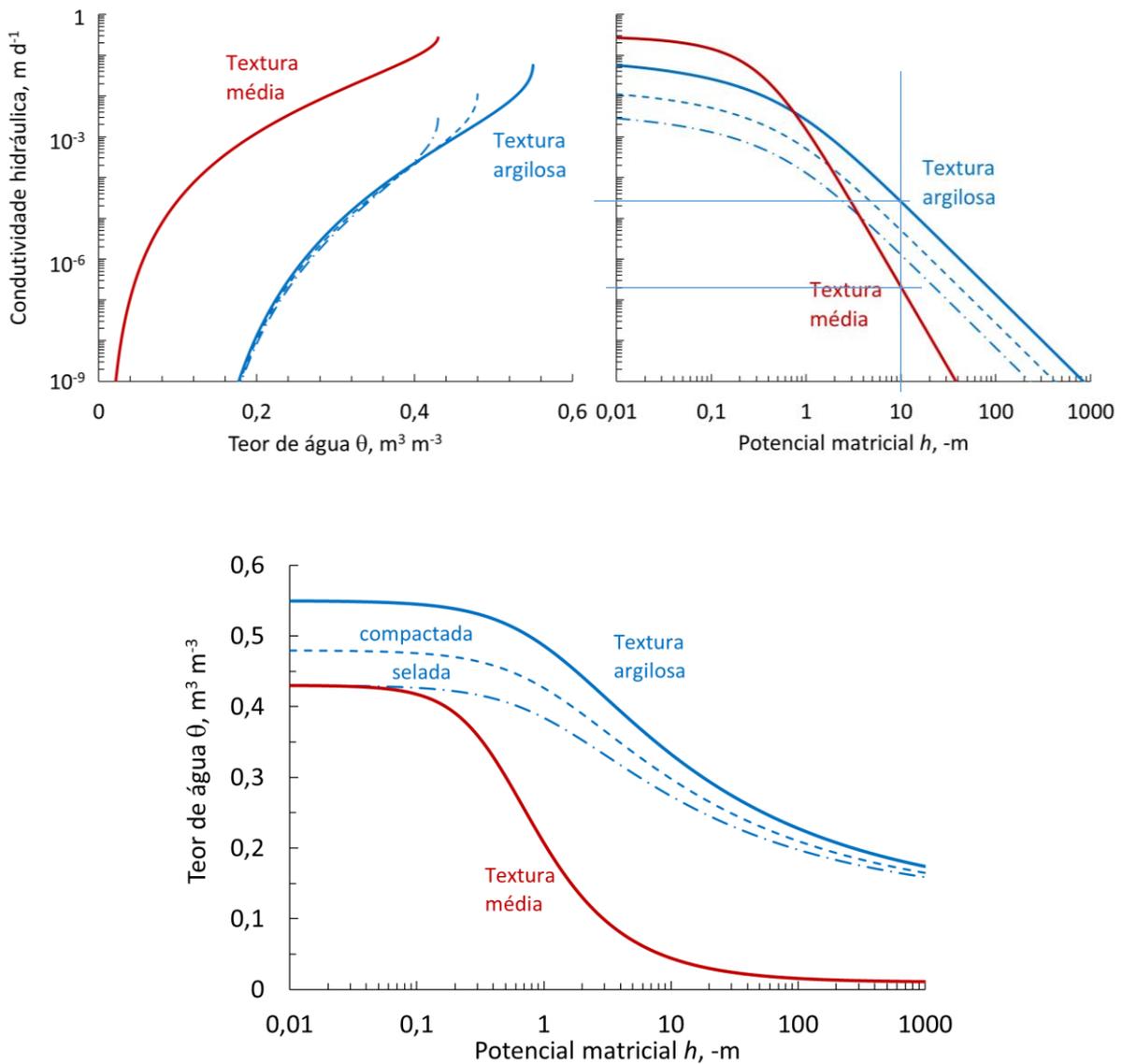


Figura 10.1 - Curvas  $K(\theta)$ ,  $K(h)$  e  $\theta(h)$  para os dados usados nas simulações. Elaborada a partir dos parâmetros da Tabela 10.1.

Na apresentação e discussão dos resultados das simulações serão apresentados gráficos dos perfis de potencial e do teor de água. A Figura 10.2 apresenta uma figura desse tipo. Para entendimento e interpretação dessas figuras é importante observar:

1. A linha verde representando o potencial matricial  $h$ , que está vinculada à linha pontilhada azul representando o teor de água  $\theta$  por meio da curva de retenção. Um  $h$  mais negativo corresponde a um teor de água menor. O teor de água máximo ( $\theta_s$ ) corresponde a  $h = 0$ , como ocorre no cenário  ${}^1B_2^2F$  da figura, na profundidade do lençol freático. Em alguns cenários, os valores de

$h$  podem se tornar levemente positivos em algumas profundidades, indicando um solo saturado com água sob pressão.

2. A linha marrom representando o potencial total  $H$ . O potencial total se relaciona diretamente com o movimento da água. Observe que  $H = h - z$ , sendo  $z$  a profundidade. Assim, por exemplo, em 1,0 m de profundidade, o valor de  $H$  é exatamente 1 m inferior (mais negativo) que o valor de  $h$ . O movimento da água se dá sempre do ponto de um  $H$  maior para um  $H$  menor (mais negativo). No exemplo da Figura 10.2, cenário  $^1C^2B$ , a água se move para cima na parte superior do perfil e para baixo na parte inferior. A profundidade que delimita o movimento ascendente do descendente é chamada de plano de fluxo zero (PFZ). No cenário  $^1B_2^2F$ , o movimento é ascendente no perfil inteiro.
3. Nas figuras indicam-se ainda as taxas de evaporação, transpiração, infiltração, drenagem e/ou ascensão, em função do cenário. Na Figura 10.2, cenário  $^1C^2B$ , por exemplo, observa-se uma evaporação de  $3,0 \text{ mm d}^{-1}$  e uma taxa de drenagem de evaporação de  $1,8 \text{ mm d}^{-1}$ .
4. Em alguns cenários ocorrem descontinuidades devido à transição entre camadas de solo ou camadas compactadas ou seladas, como por exemplo no cenário  $^1B_2^2F$ . Nesses casos, observa-se que as curvas dos potenciais são contínuas, embora seus gradientes apresentem uma descontinuidade na profundidade da transição. Isso se explica pela mudança abrupta do valor da condutividade hidráulica naquela profundidade. No caso do exemplo, o valor do potencial matricial na transição é de  $-1,42 \text{ m}$ . Na Figura 10.1 verifique-se que esse potencial corresponde a um teor de água de  $0,16 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  na camada de textura média versus  $0,47 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  na camada argilosa. Na mesma figura observa-se que os respectivos valores da condutividade hidráulica são de  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m d}^{-1}$  para a camada de textura média e aproximadamente três vezes maior ( $1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m d}^{-1}$ ) para a camada argilosa. Como a densidade de fluxo não pode mudar abruptamente (pois implicaria num  $dq/dz$  infinito, portanto num  $d\theta/dt$  infinito), a mudança da condutividade hidráulica vem acompanhada de uma mudança compensatória do gradiente  $dH/dz$ . Pelos valores de

condutividade hidráulica apuradas acima, espera-se um gradiente de  $H$  três vezes maior na camada inferior de textura média, o que se verifica na figura.

5. Ao mesmo tempo, como há uma mudança da propriedade de retenção, o teor de água correspondente ao potencial matricial  $h$  na interface será diferente nas duas camadas, resultando na descontinuidade do teor de água  $\theta$ .

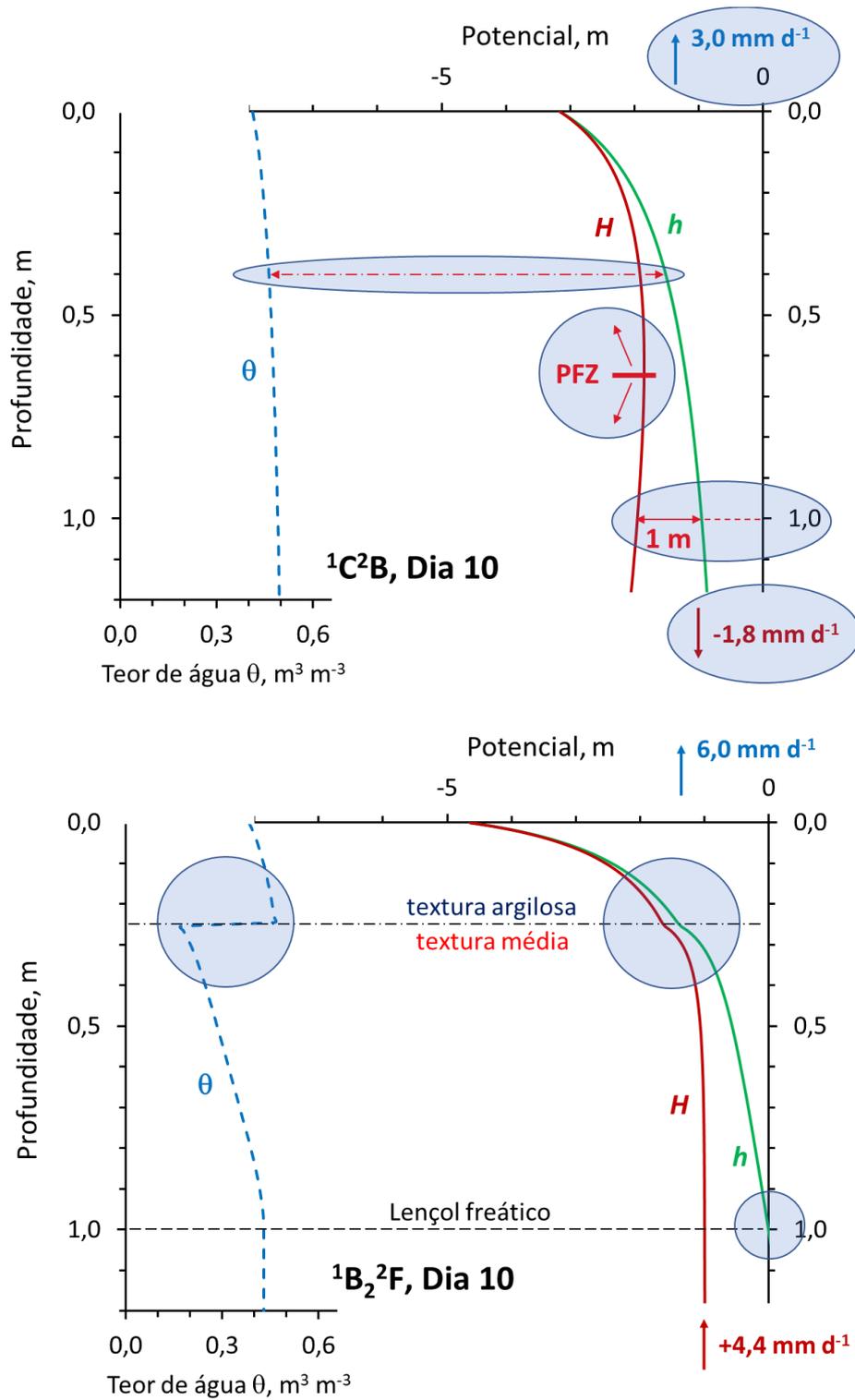


Figura 10.2 - Perfil de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o dia 10 dos cenários <sup>1</sup>C<sub>2</sub>B e <sup>1</sup>B<sub>2</sub><sup>2</sup>F.

## 10.2 Cenários de drenagem livre sem evapotranspiração (<sup>1</sup>A)

Nos cenários <sup>1</sup>A, que se iniciam com o perfil de solo saturado com água, o único processo que resulta na variação da armazenagem e dos teores de água é a drenagem. Não há, portanto, evaporação, transpiração ou infiltração. Esses cenários são semelhantes aos estabelecidos em experimentos para determinar a capacidade de campo ou experimentos para determinar a condutividade hidráulica do tipo “drenagem interna” ou “perfil instantâneo” (Item 5.11.2).

Nesses cenários, na condição inicial saturada o gradiente do potencial matricial é zero, portanto o movimento descendente da água ocorre por conta do gradiente gravitacional unitário. Nessas condições, quanto maior a condutividade hidráulica saturada do solo, maior será a taxa de drenagem. A secagem do perfil ocorre mais rapidamente próximo à superfície. Isso fica claro quando se percebe que a camada superficial, por exemplo, perde água por drenagem para a subsuperficial, mas não recebe nenhuma água vinda de cima. Uma camada mais subsuperficial também perde água para a camada subjacente, mas ao mesmo tempo recebe água da camada suprajacente. Em função da secagem mais intensa das camadas em posições superiores gera-se um gradiente de potencial matricial, contrário ao gravitacional, fazendo com que o gradiente do potencial total se reduz. Essa redução do gradiente, juntamente com a secagem do solo que resulta numa redução da condutividade hidráulica, faz com que a taxa de drenagem vá diminuindo com o tempo, conforme mostra a Figura 10.3 para o caso dos seis perfis de solo usados como exemplo. Observe que a taxa de drenagem é mais lenta nos cenários <sup>1</sup>A<sup>2</sup>B, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>C, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>D, que se referem ao solo de textura argilosa e com uma condutividade hidráulica mais baixa próximo à saturação (Figura 10.1).

As Figuras 10.4 a 10.9 mostram os perfis de potenciais e teor de água para os cenários <sup>1</sup>A. Observe que os perfis de potencial finais, aos 300 dias de simulação, são muito parecidos, todos mostrando um fluxo muito baixo e um gradiente de potencial total quase nulo. No solo de textura média (<sup>1</sup>A<sup>2</sup>A) e no argiloso sobre média (<sup>1</sup>A<sup>2</sup>F) o potencial total final está em torno de -3 m, enquanto nos demais solos, predominantemente argilosos, ele está ao redor de -5 m. A diferença se explica pelas respectivas propriedades hidráulicas (Figura 10.1). Enquanto a drenagem inicialmente ocorre de forma mais rápida no solo de textura média por causa de sua condutividade

hidráulica maior, a perda de água reduz menos seu potencial matricial. Entre a saturação e o potencial matricial de -3 m, por exemplo, a perda de teor de água é em torno de  $0,33 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ , enquanto no solo de textura argilosa no mesmo intervalo se perde somente  $0,10 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ .

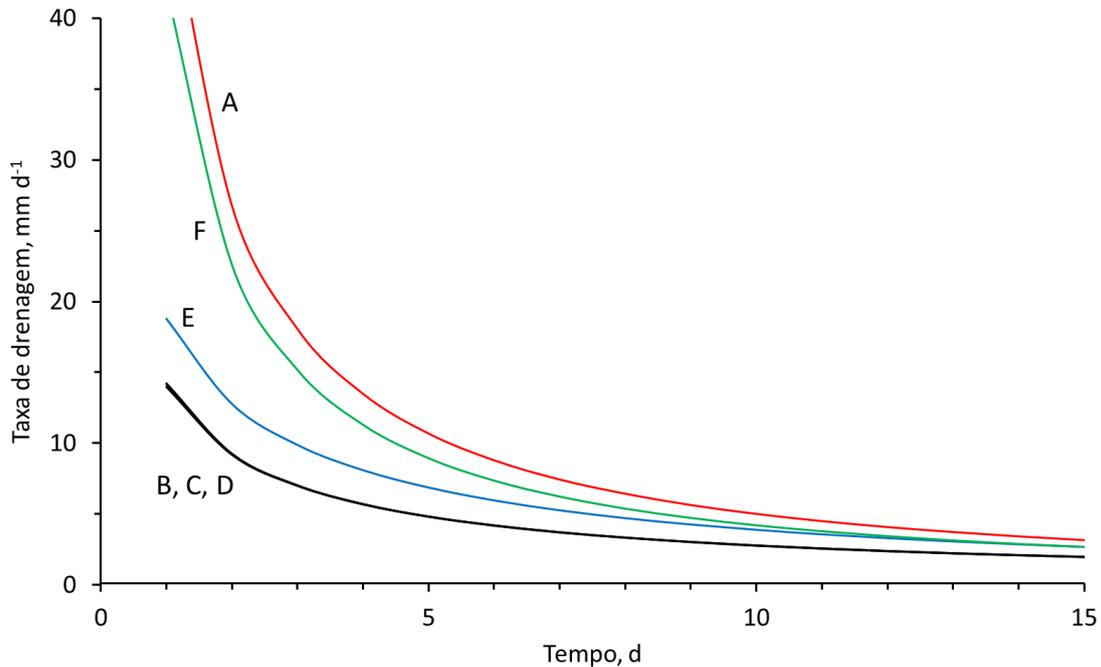


Figura 10.3 - Taxa de drenagem ao longo do tempo, simulada na profundidade de 1,20 m para os cenários <sup>1</sup>A<sup>2</sup>A, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>B, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>C, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>D, <sup>1</sup>A<sup>2</sup>E e <sup>1</sup>A<sup>2</sup>F.

A partir das simulações dos cenários <sup>1</sup>A podemos determinar a capacidade de campo para os solos de acordo com o conceito original da capacidade de campo de Veihmeyer & Hendrickson (1931), conforme apresentado no Item 5.13. Para fazê-lo, verificamos o valor do potencial matricial no perfil do solo que corresponde a um fluxo considerado desprezível na base do perfil, semelhante ao proposto por Twarakavi et al. (2009) e De Jong Van Lier & Wendroth (2016). Veja especialmente o Item 5.13.4 para mais detalhes. Aplicamos aqui os mesmos fluxos “limites” usados na Figura 5.33 (5, 2 e 1 mm d<sup>-1</sup>) e duas profundidades de avaliação, 0,60 m e 1,0 m. Os resultados são apresentados na Tabela 10.2. Observe que a presença de uma camada compactada ou de selamento no material argiloso não afeta, praticamente, os valores de capacidade de campo. Diferenças grandes ocorrem em função da definição da profundidade e do limite

de fluxo. Ademais, os potenciais que correspondem às densidades de fluxo avaliados são mais negativos no solo de textura argilosa, exceto para a densidade de fluxo maior.

Tabela 10.2 - Potencial matricial ( $h_{cc}$ , m) na capacidade de campo para os seis perfis de solo utilizados nas simulações, avaliado por três critérios de fluxo em duas profundidades. Os valores são a média do potencial no perfil até a profundidade de avaliação.

Profundidade, m	0,60			1,0		
	5	2	1	5	2	1
Densidade de fluxo, mm d <sup>-1</sup>						
Textura média	-0,73	-0,94	-1,12	-0,81	-1,02	-1,21
Textura argilosa	-0,59	-0,94	-1,32	-0,70	-1,13	-1,56
Argilosa/compactada	-0,57	-0,92	-1,30	-0,69	-1,12	-1,56
Argilosa/selamento	-0,59	-0,94	-1,32	-0,70	-1,13	-1,57
Média sobre argilosa	-0,64	-1,00	-1,34	-0,69	-1,14	-1,56
Argilosa sobre média	-0,78	-0,95	-1,12	-0,82	-1,04	-1,23

Solo monocamada de textura média (cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>A)

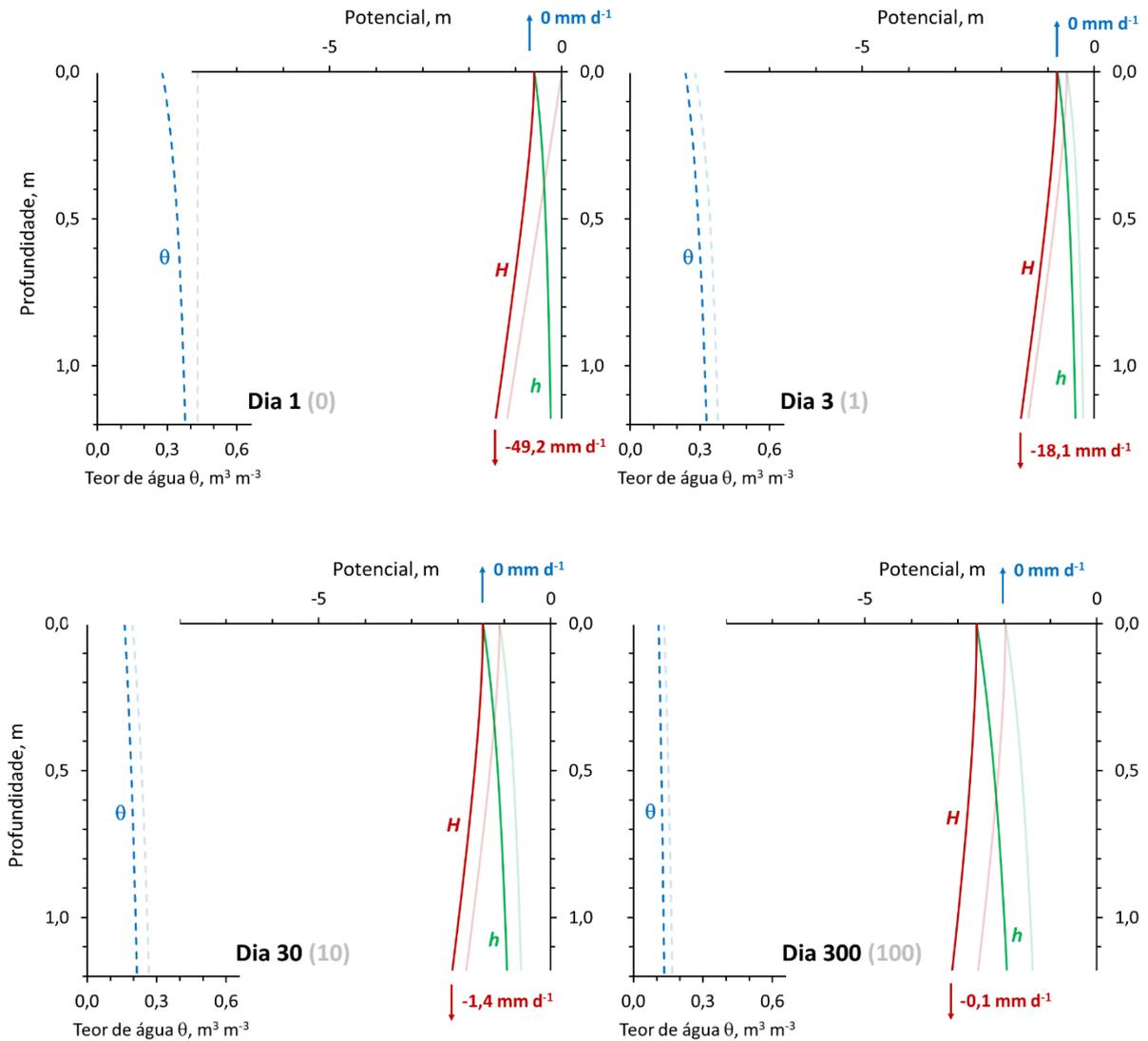


Figura 10.4 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>A para dias selecionados após o início da simulação.

Solo monocamada de textura argilosa (cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>B)

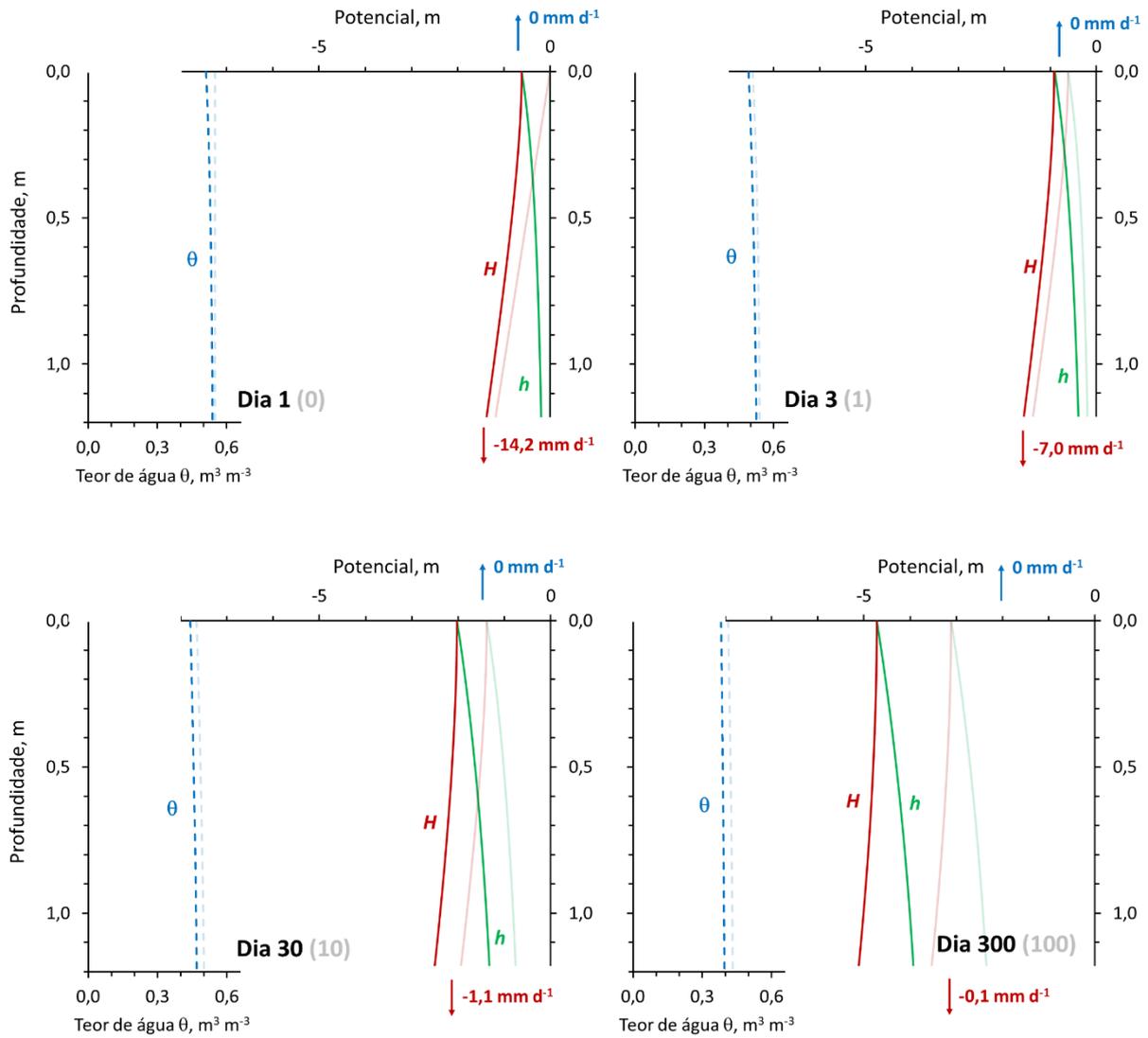


Figura 10.5 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>B para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com camada compactada (cenário 1A<sup>2</sup>C)

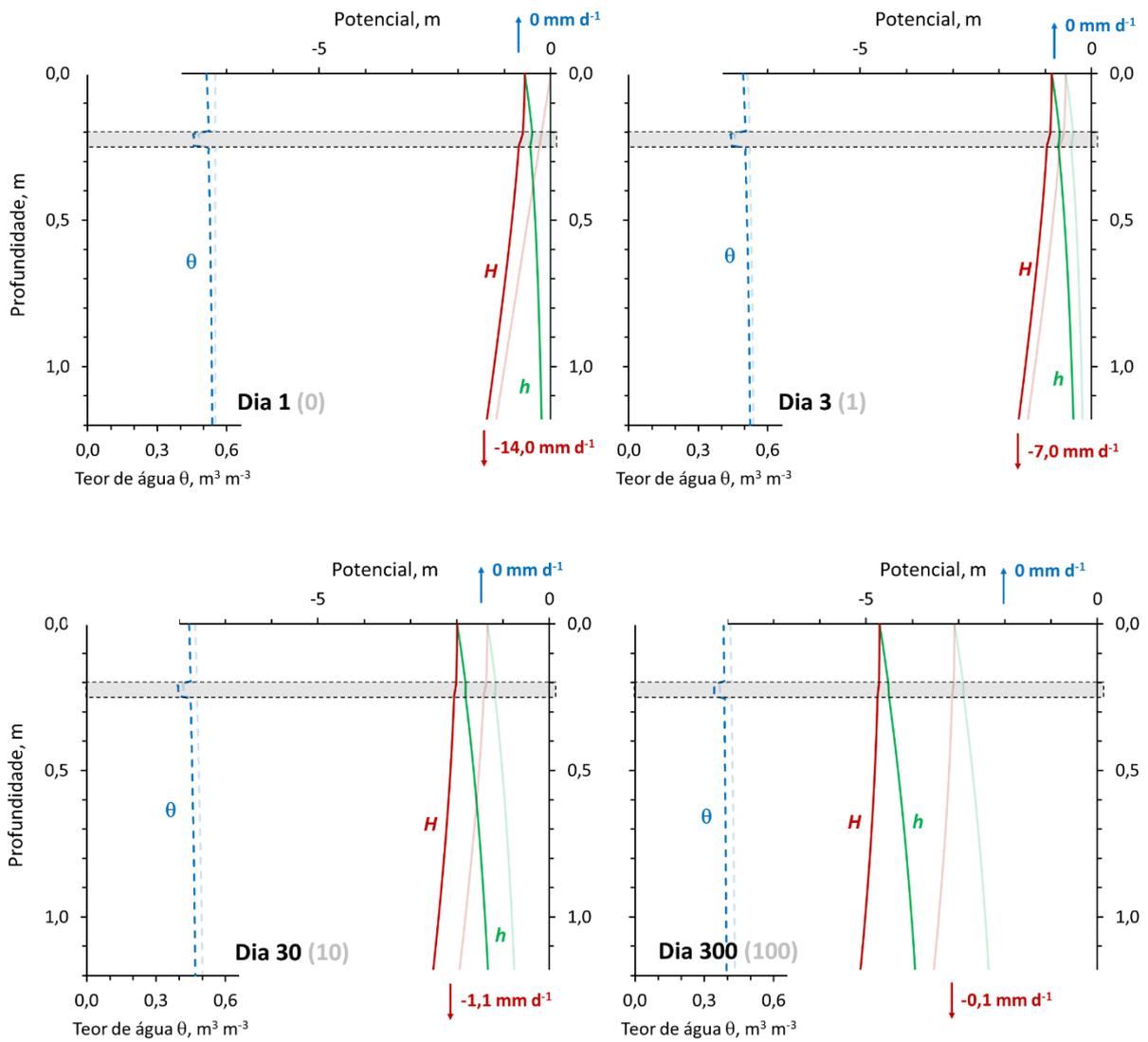


Figura 10.6 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário 1A<sup>2</sup>C para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com selamento superficial (cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>D)

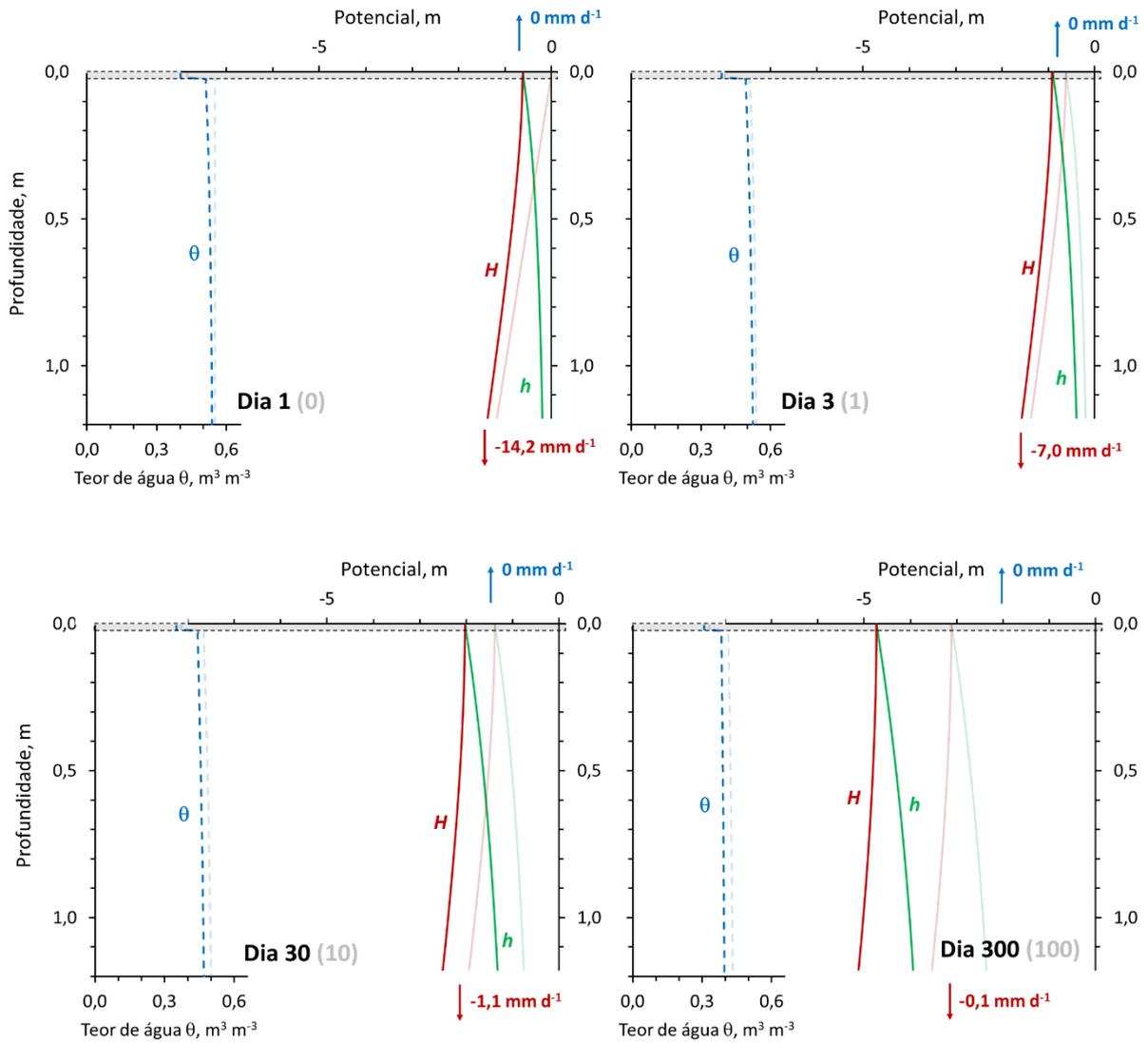


Figura 10.7 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>D para dias selecionados após o início da simulação.

Solo bicamada - textura média sobre argilosa (cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>E)

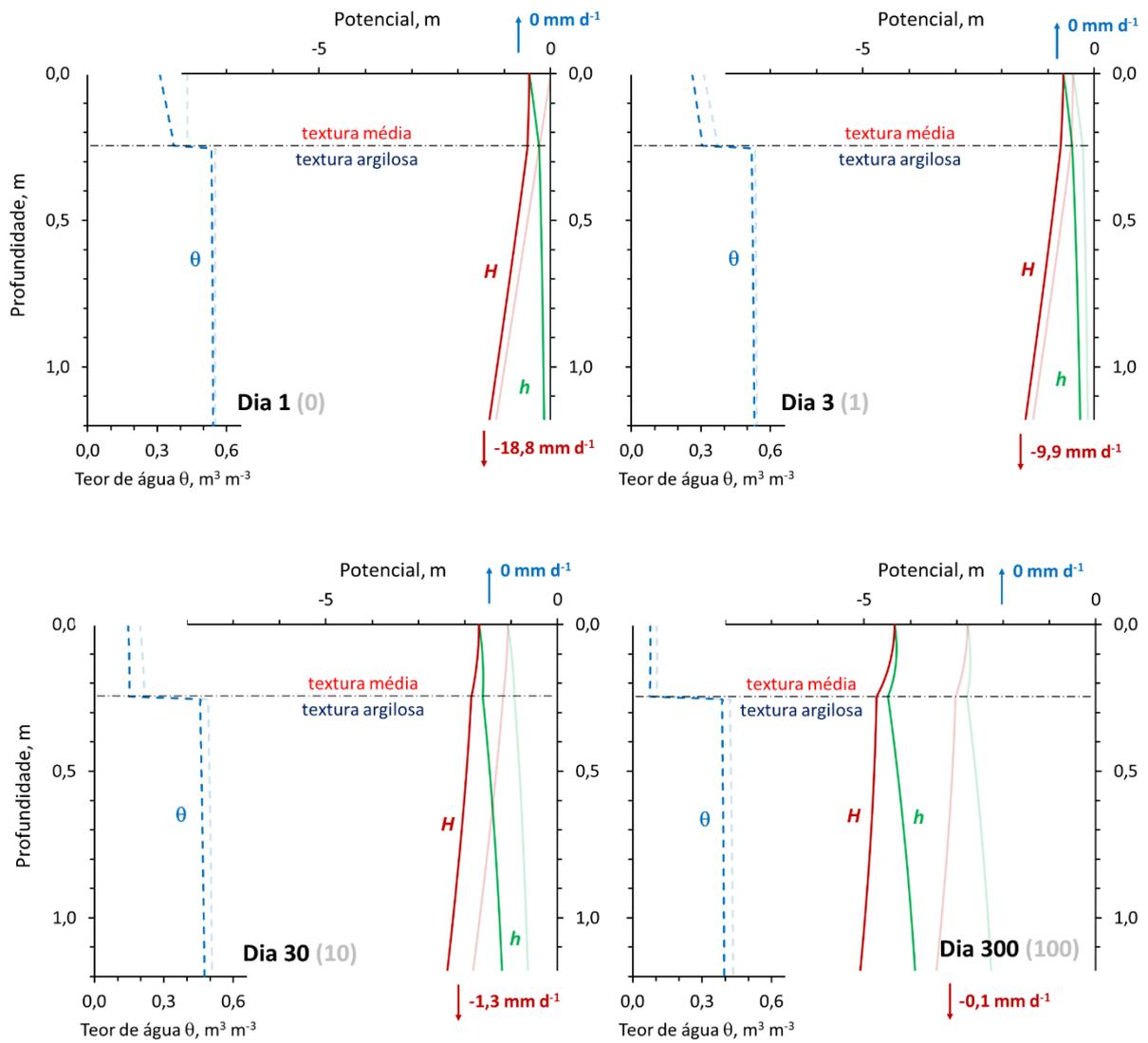


Figura 10.8 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>A<sup>2</sup>E para dias selecionados após o início da simulação.

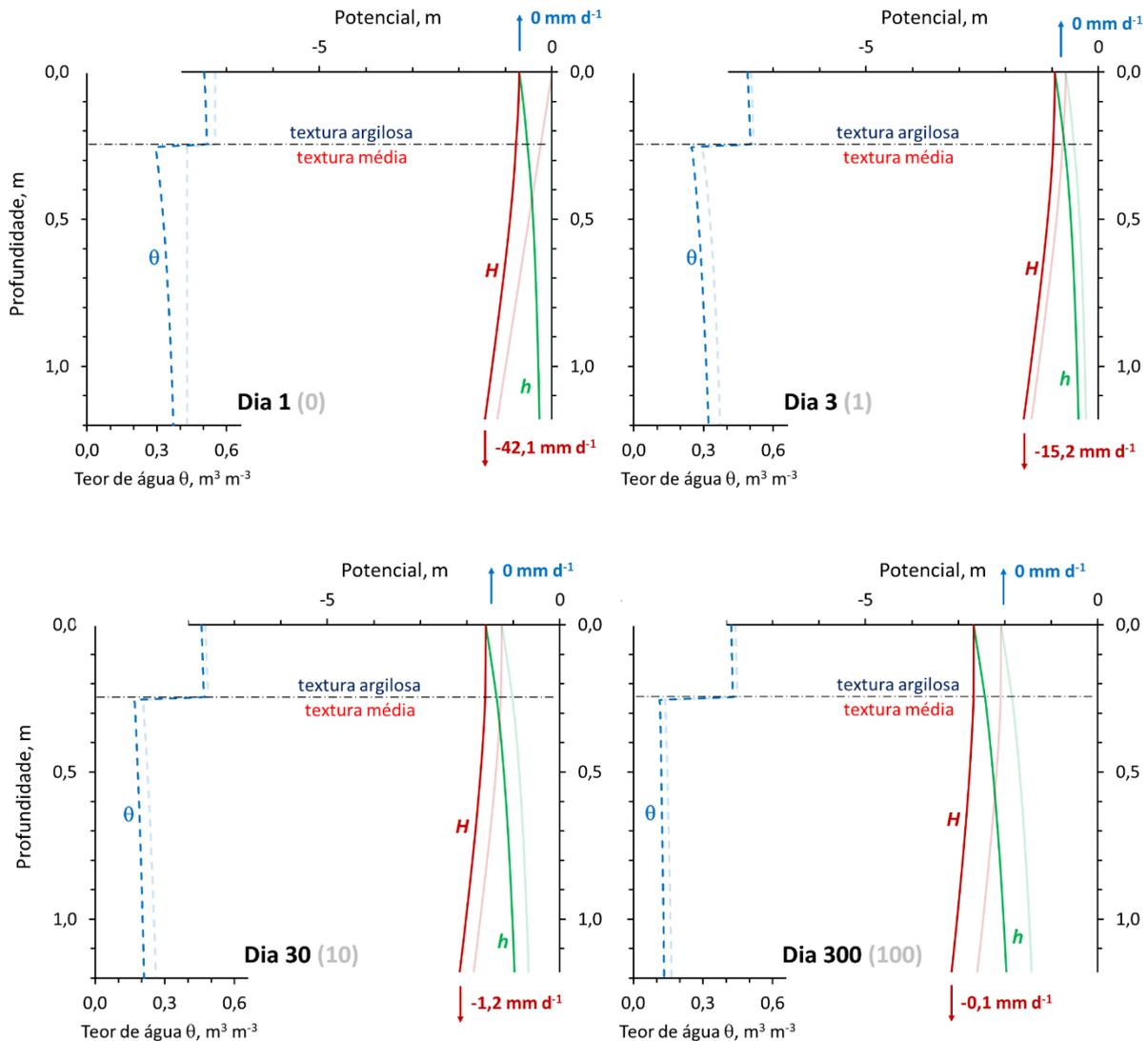
Solo bicamada - textura argilosa sobre média (cenário  $1A^2F$ )

Figura 10.9 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1A^2F$  para dias selecionados após o início da simulação.

### 10.3 Cenários de evaporação com lençol freático ( $1B$ )

Nos cenários  $1B$  existe um lençol freático em profundidade fixa (1,0 m abaixo da superfície) e uma taxa de evaporação constante ( $3 \text{ mm d}^{-1}$  nos cenários  $1B_1$  e  $6 \text{ mm d}^{-1}$  nos cenários  $1B_2$ ). Uma teoria vinculada ao cenário foi apresentada no Item 6.1.4.

A Figura 10.10 mostra as taxas de evaporação e de ascensão capilar durante os primeiros 20 dias de simulação nos cenários  $1B_1^2A$  e  $1B_2^2A$ . Para ambas as taxas de evaporação potencial, a evaporação final de equilíbrio, atingida em torno do dia 15, é de  $2 \text{ mm d}^{-1}$  aproximadamente e igual à densidade de fluxo de ascensão. As simulações

desses cenários mostram que o solo possui uma capacidade limitada para transportar água do lençol freático até a superfície do solo. A Eq. [6.11] mostra o equacionamento dessa evaporação máxima para a condutividade hidráulica descrita conforme a equação de Gardner (1958), Eq. [6.10].

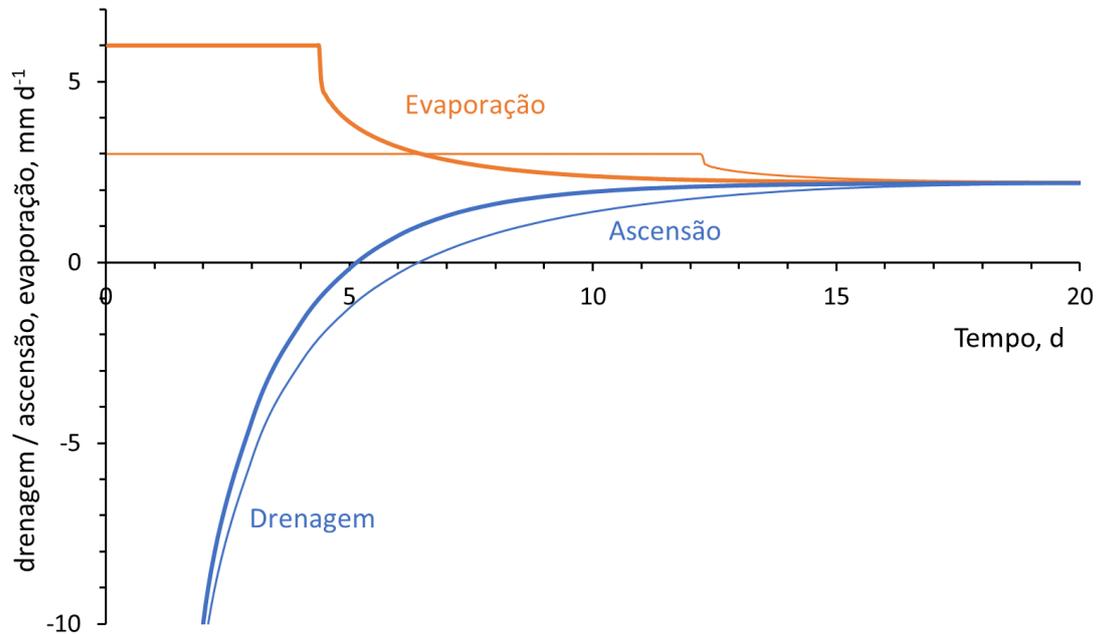


Figura 10.10 - Taxa de drenagem/ascensão simulada na profundidade de 1,20 m e evaporação ao longo do tempo, para os cenários <sup>1</sup>B<sub>1</sub><sup>2</sup>A (linhas finas,  $E_p = 3 \text{ mm d}^{-1}$ ) e <sup>1</sup>B<sub>2</sub><sup>2</sup>A (linhas grossas,  $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ).

As Figuras 10.11 a 10.16 mostram os perfis de potenciais e teor de água para os cenários <sup>1</sup>B<sub>2</sub>, com  $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ . Evidentemente, todos esses cenários têm em comum que o potencial matricial  $h$  é igual a zero na profundidade do lençol freático, em 1,0 m. Conseqüentemente, nessa profundidade o potencial total  $H$  será igual a -1 m, sempre. Observa-se que as curvas dos potenciais se inclinam próximo à superfície, aumentando o gradiente. Nessa camada, a secagem pela evaporação reduziu o teor de água e, portanto, a condutividade hidráulica. O aumento do gradiente do potencial total compensa essa redução na condutividade hidráulica, mantendo o fluxo constante. Observando inicialmente a Figura 10.11 referente ao solo de textura média (cenário <sup>1</sup>B<sub>2</sub><sup>2</sup>A), verificamos que até o dia 30, último dia mostrado para esses cenários, a evaporação atingiu o valor final de equilíbrio de 2,2 mm d<sup>-1</sup>. O equilíbrio dinâmico se evidencia pelo fato de o fluxo de ascensão do lado inferior ser igual à taxa de

evaporação. Também, com mais dados das simulações, pode ser verificado que não há mais mudanças nos perfis de potenciais a partir desse dia. Observe o perfil de potencial total  $H$  mostrando um gradiente muito baixo no lado inferior, onde a condutividade hidráulica é maior, aumentando até chegar no máximo próximo à superfície, onde ocorre a condição mais seca e de menor condutividade hidráulica.

Para o solo de textura argilosa (Figura 10.12), o equilíbrio é atingido para uma taxa de evaporação mais alta e próxima à potencial, de  $5,7 \text{ mm d}^{-1}$ . Comparado com o solo de textura média, os potenciais atingem valores bem mais negativos próximo à superfície. Observando as curvas de retenção verifica-se que nesse solo tensões mais negativas correspondem a condições menos secas do que no solo de textura média (Figura 10.1).

A inserção de uma camada compactada (Figura 10.13) ou um selamento superficial (Figura 10.14) dentro do solo argiloso aumenta a resistência hidráulica do perfil do solo e assim reduz a valor da evaporação de equilíbrio final. Verifique que dentro da camada compactada ou selada, que possui uma condutividade hidráulica bem inferior à do solo argiloso natural, o gradiente dos potenciais é bem maior.

Um desafio é explicar os valores na Figura 10.15, cenário  ${}^1\text{B}_2{}^2\text{E}$ , solo bicamada de textura média sobre textura argilosa. Nesse cenário, o equilíbrio final, aos 30 dias, se estabeleceu com uma taxa de evaporação de  $1,9 \text{ mm d}^{-1}$ , menor que os  $2,2 \text{ mm d}^{-1}$  observados no cenário  ${}^1\text{B}_2{}^2\text{A}$  do solo monocamada de textura média. Esse fato parece contraditório, à primeira vista, pois o solo monocamada de material argiloso apresentou uma evaporação de equilíbrio bem maior que o material de textura média. Podemos entender o encontrado observando a curva do potencial total  $H$  de baixo para cima. Evidentemente, em ambos os cenários,  $H = -1 \text{ m}$  na profundidade do lençol freático. Nessa profundidade e no geral em condições quase saturadas, a condutividade hidráulica do material de textura média é maior que do material argiloso. Assim, para manter o mesmo fluxo, o gradiente do potencial total  $H$  deve ser maior no material argiloso. Como resultado verificamos que, na profundidade de  $0,25 \text{ m}$  (limite dos horizontes no solo bicamada), o potencial total atingiu um valor de aproximadamente  $-1,155 \text{ m}$  no solo monocamada, versus  $-1,20 \text{ m}$  no solo bicamada. Essa pequena diferença em potencial total (e, portanto, também em potencial matricial) corresponde a um teor de água no material de textura média na profundidade de

transição (0,25 m de profundidade) de  $0,219 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  no solo monocamada versus  $0,211 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$  no solo bicamada, com respectivos valores de condutividade hidráulica de  $2,04 \text{ mm d}^{-1}$  (monocamada) e  $1,69 \text{ mm d}^{-1}$  (bicamada). O teor de água e a condutividade hidráulica ligeiramente inferiores no solo bicamada se mantêm até a superfície, fazendo com que a resistência hidráulica da camada de textura média é significativamente maior no solo bicamada e que sua condição de equilíbrio corresponde a um valor menor da taxa de evaporação.

Esse exemplo é uma demonstração da importância dos modelos de simulação baseados na equação de Richards. As relações entre as variáveis em questão (fluxo, condutividade hidráulica, potenciais) pode ser tão complexa e as funções hidráulicas são tão não-lineares que um raciocínio simples pode nos enganar. Assim verificamos, mesmo num exemplo relativamente simples, que uma condição de equilíbrio dinâmico num solo multicamada nem sempre é uma média (ou intermediária) das condições das camadas que o compõem.

Solo monocamada de textura média (cenário  ${}^1B_2^2A$ )

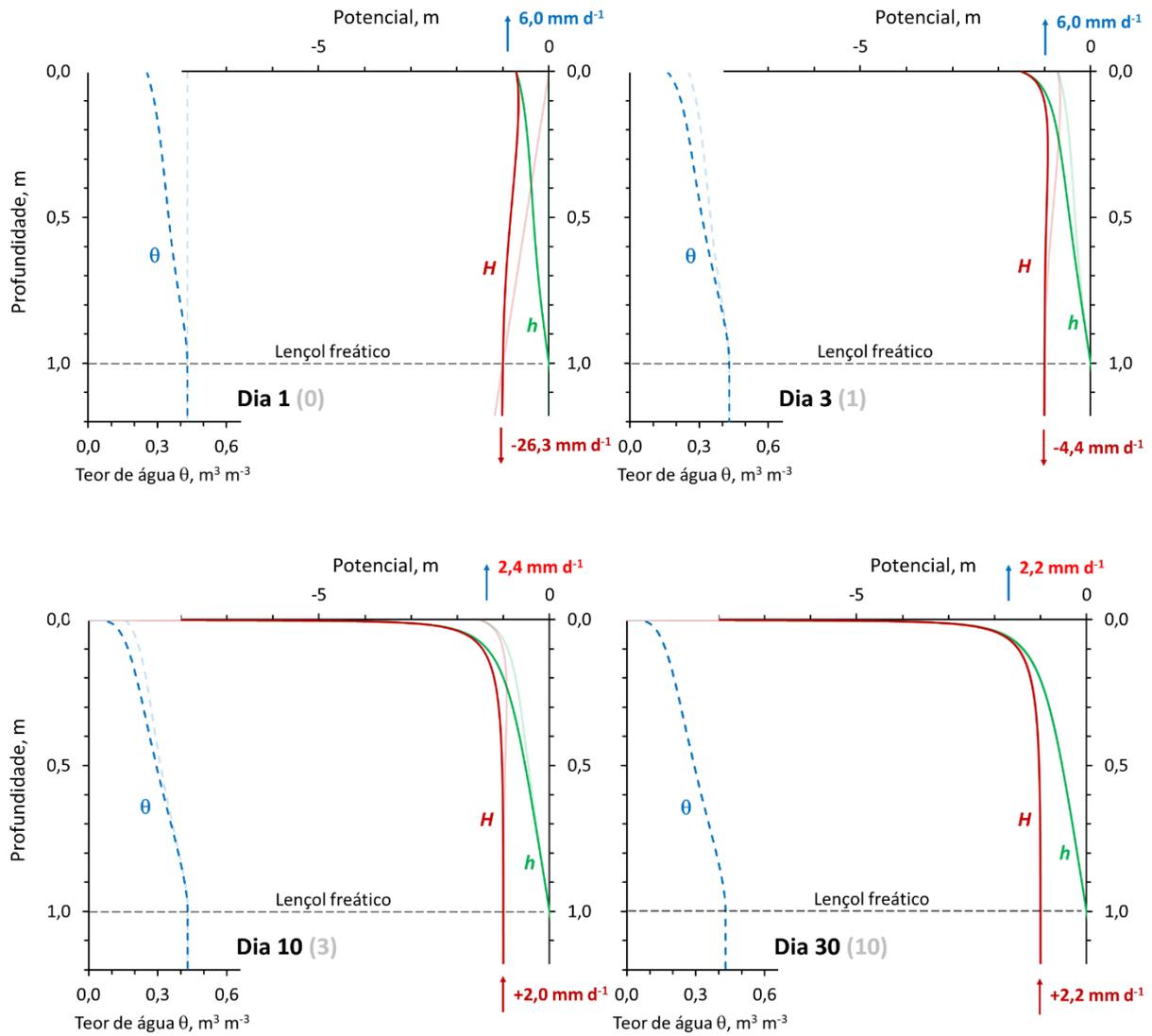


Figura 10.11 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  ${}^1B_2^2A$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

Solo monocamada de textura argilosa (cenário  $1B_2^2B$ )

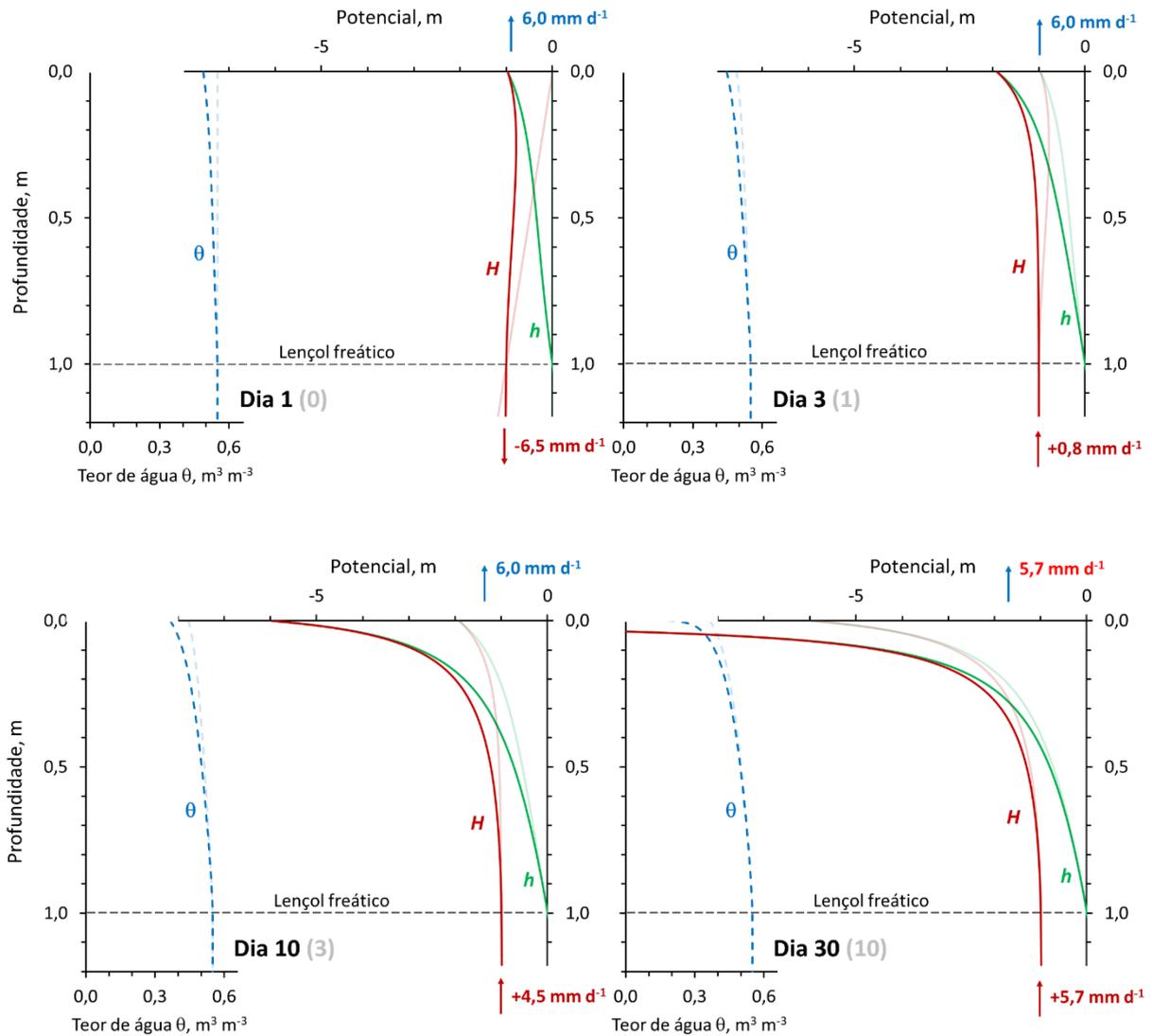


Figura 10.12 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1B_2^2B$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com camada compactada (cenário  $1B_2^2C$ )

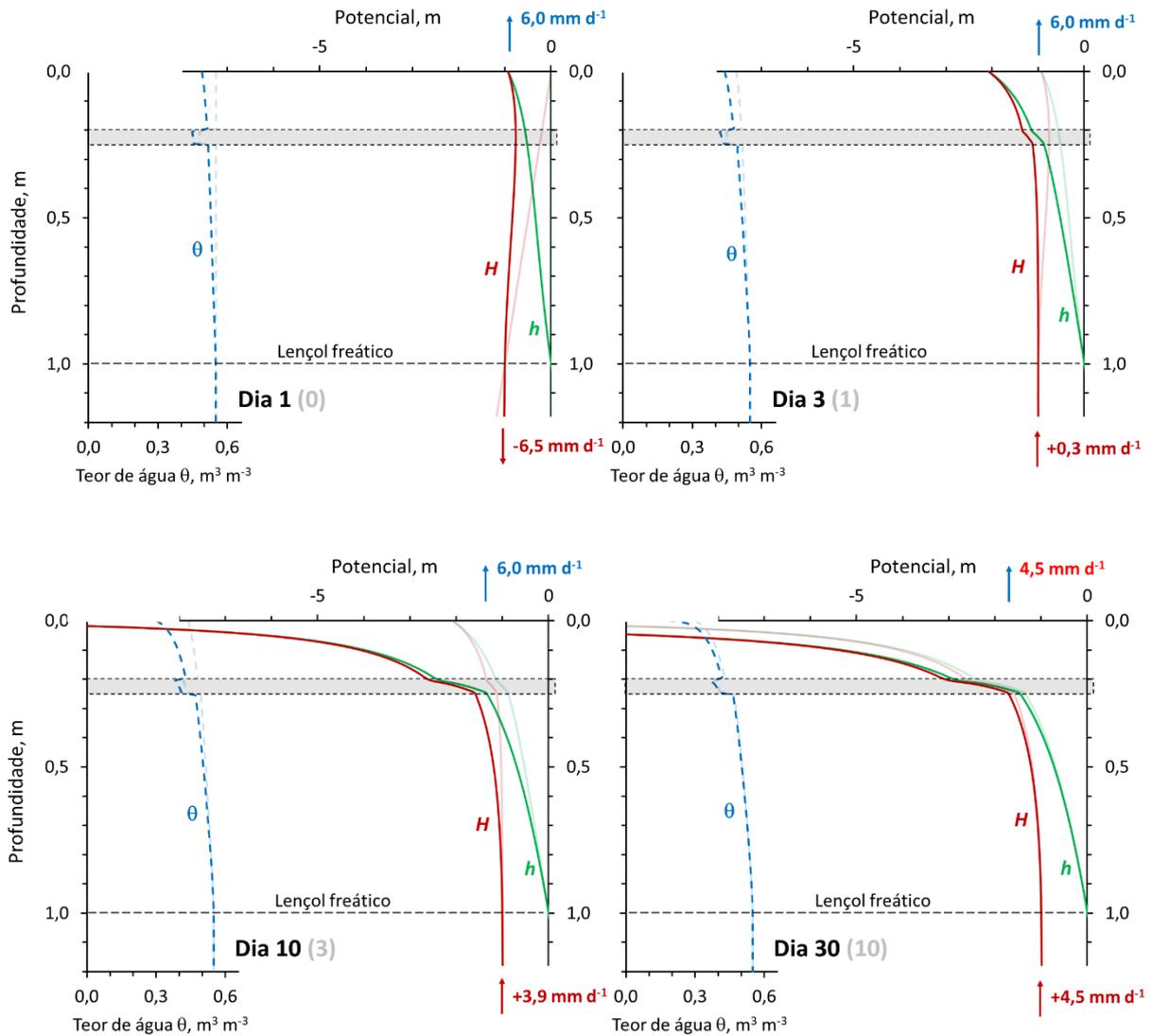


Figura 10.13 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1B_2^2C$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com selamento superficial (cenário  ${}^1B_2^2D$ )

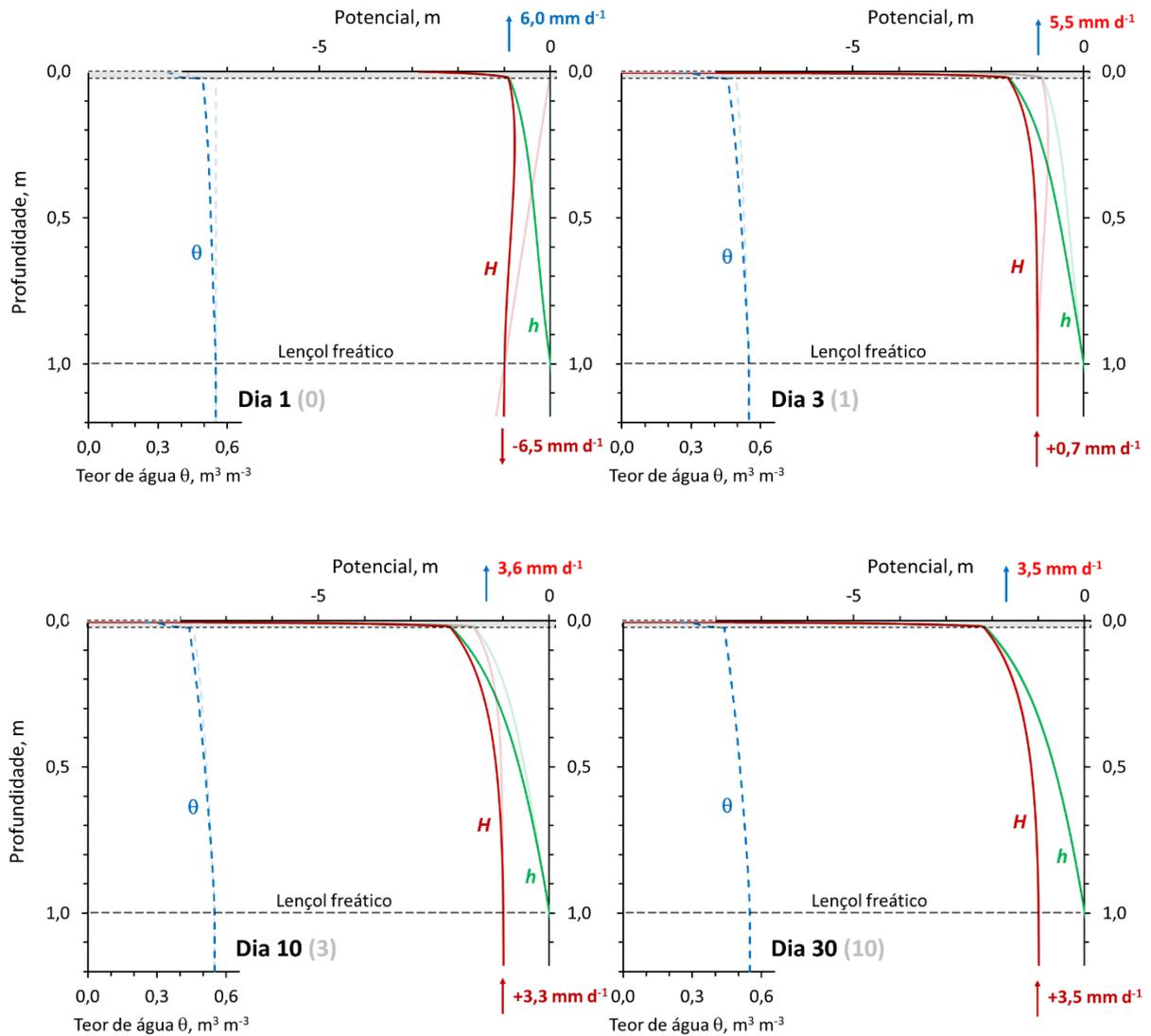


Figura 10.14 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  ${}^1B_2^2D$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

Solo bicamada - textura média sobre argilosa (cenário  ${}^1B_2^2E$ )

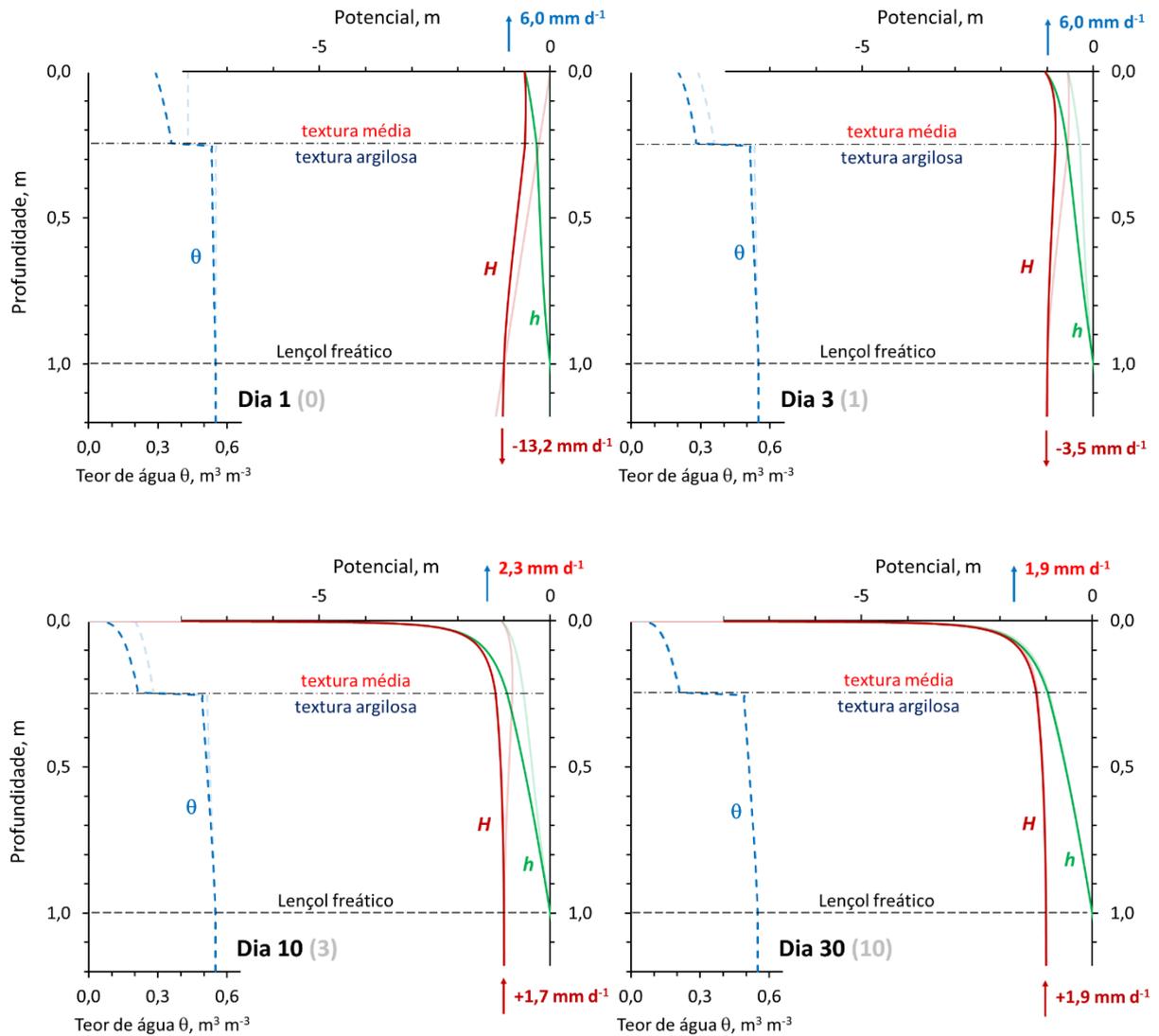


Figura 10.15 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  ${}^1B_2^2E$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

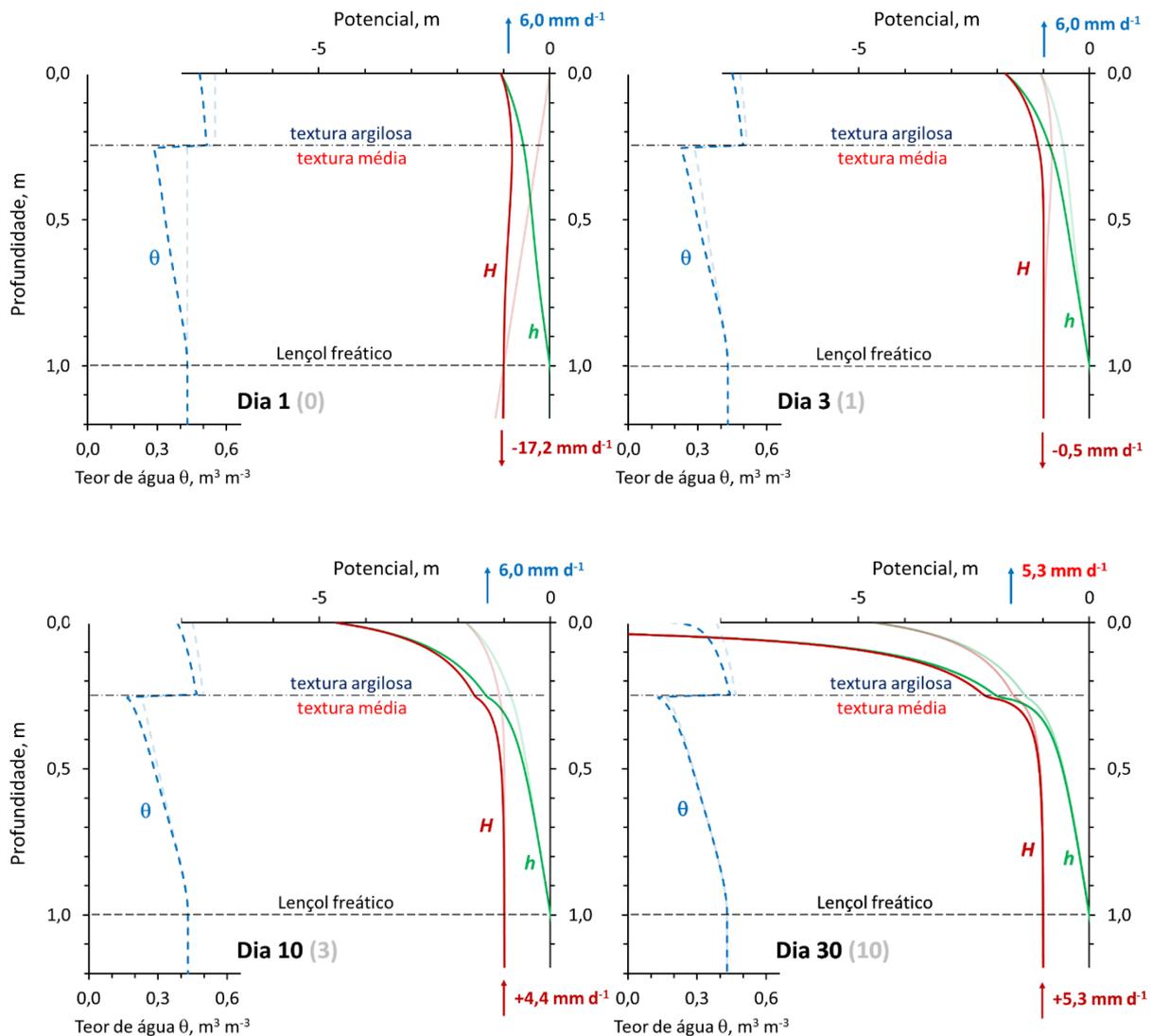
Solo bicamada - textura argilosa sobre média (cenário  ${}^1B_2^2F$ )

Figura 10.16 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  ${}^1B_2^2F$  ( $E_p = 6 \text{ mm d}^{-1}$ ) para dias selecionados após o início da simulação.

#### 10.4 Cenários de evaporação com drenagem livre ( ${}^1C$ )

Os cenários  ${}^1C$  são similares aos  ${}^1B$ , mas a diferença reside na condição de contorno inferior que é de drenagem livre, sem a influência de um lençol freático. A taxa de evaporação potencial é de 3 mm d<sup>-1</sup>, como nos cenários  ${}^1B_1$ . Diferentemente dos cenários  ${}^1B$ , onde se estabelece uma condição final de evaporação constante e alimentada pelo lençol freático, nos cenários  ${}^1C$  a condição final será de um solo seco ao ar e uma taxa de evaporação que tende a zero.

A Figura 10.17 mostra uma comparação entre as taxas de evaporação e de ascensão/drenagem durante os primeiros 60 dias de simulação nos cenários  ${}^1B_1^2A$ , com lençol freático e  ${}^1C^2A$ , sem lençol e com drenagem livre. Como visto no item anterior, uma taxa de evaporação final de equilíbrio de em torno de  $2 \text{ mm d}^{-1}$  é atingida após algumas semanas no cenário com lençol freático, alimentada pela ascensão capilar da água. No caso dos cenários  ${}^1C$ , não haverá ascensão e as taxas, tanto de drenagem e de evaporação, diminuem conforme o tempo passa e o solo se torna mais seco.

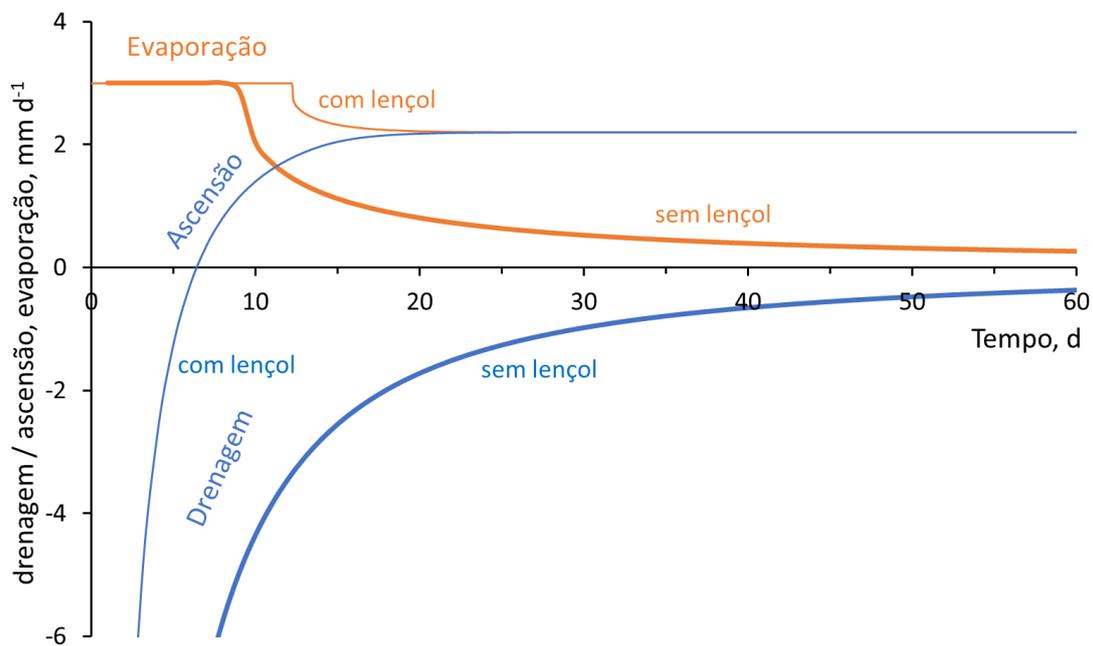


Figura 10.17 - Taxa de drenagem/ascensão simulada na profundidade de 1,20 m e evaporação ao longo do tempo, para os cenários  ${}^1C^2A$  (linhas grossas, sem lençol freático) e  ${}^1B_1^2A$  (linhas finas, com lençol freático).

Nas Figuras 10.18 a 10.23 apresentam-se os perfis de potenciais e teor de água para os cenários  ${}^1C$ . Em todos esses cenários ocorre uma secagem generalizada. A drenagem vai diminuindo com o tempo, à semelhança dos cenários  ${}^1A$ . Ao mesmo tempo, a evaporação se mantém na taxa potencial de  $3 \text{ mm d}^{-1}$  por alguns dias para depois diminuir com o tempo. Observe que a taxa potencial de evaporação é mantida por mais tempo (até o dia 10 nas figuras) nos cenários com o material argiloso na superfície, exceto no caso de selamento superficial (portanto, nos cenários  ${}^1C^2B$ ,  ${}^1C^2C$  e

<sup>1</sup>C<sup>2</sup>F). Isso é devido à maior condutividade hidráulica do material argiloso em condições secas em relação à textura média. Além disso, não há muitas observações adicionais. Verifique os gradientes de potencial, comportamento nas transições de camadas e maiores gradientes de potencial dentro das camadas compactadas ou de selamento.

**EXERCÍCIO 10.3**

Indicar, nas Figuras 10.18 e 10.22, em que profundidade se encontra o plano de fluxo zero nos quatro dias representados.

Solo monocamada de textura média (cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>A)

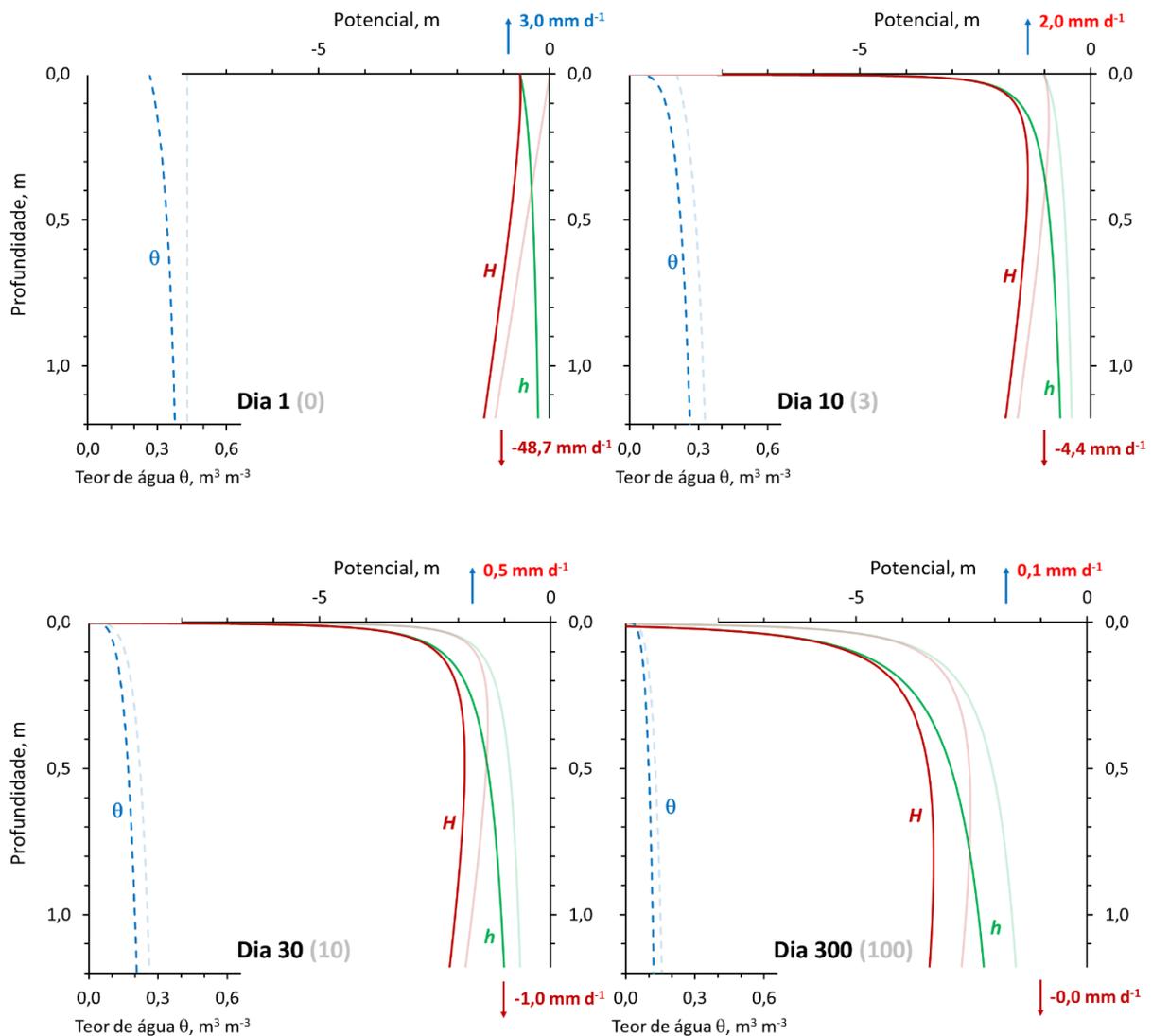


Figura 10.18 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>A para dias selecionados após o início da simulação.

Solo monocamada de textura argilosa (cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>B)

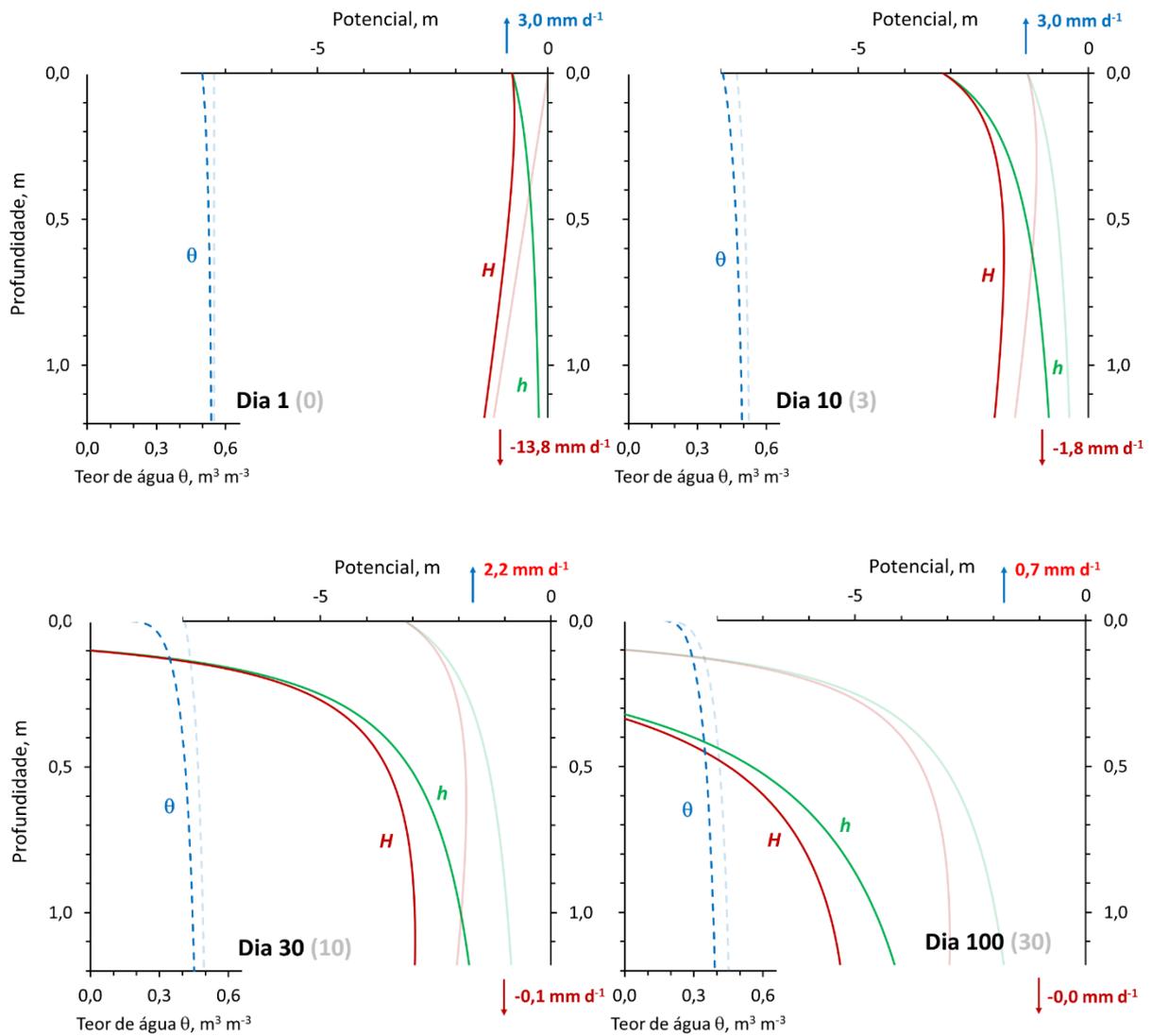


Figura 10.19 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>B para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com camada compactada (cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>C)

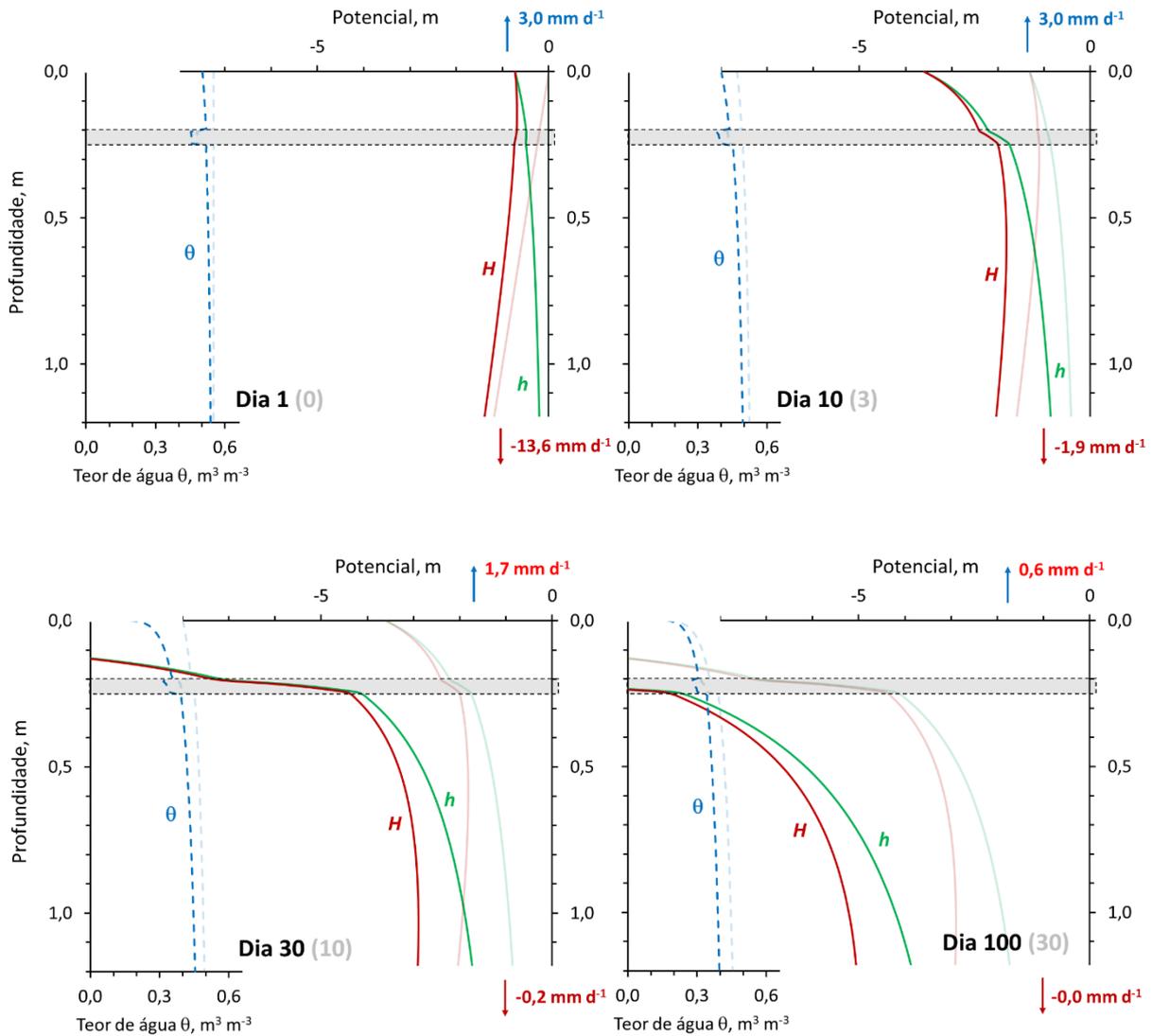


Figura 10.20 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>C para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com selamento superficial (cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>D)

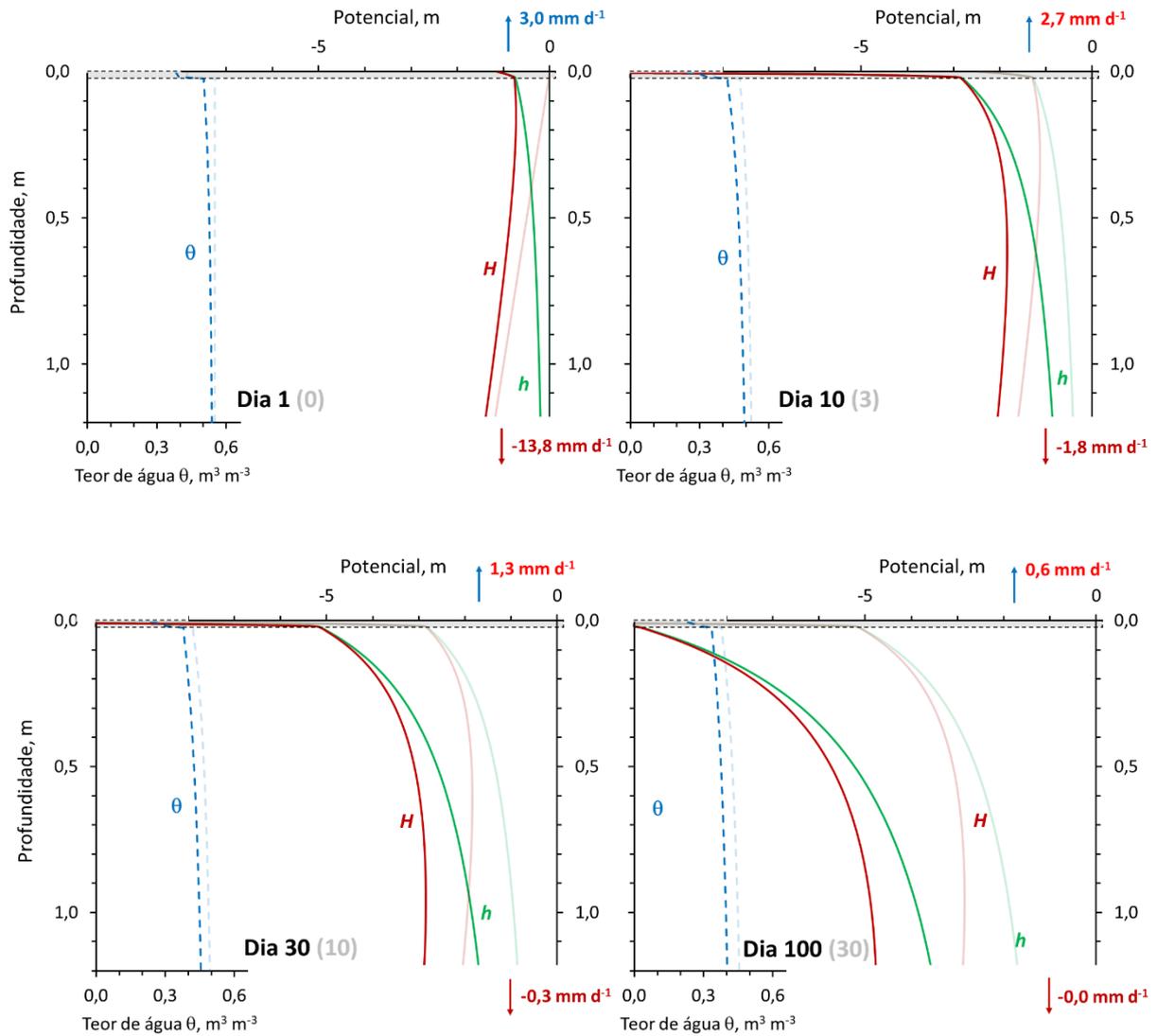


Figura 10.21 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>D para dias selecionados após o início da simulação.

Solo bicamada - textura média sobre argilosa (cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>E)

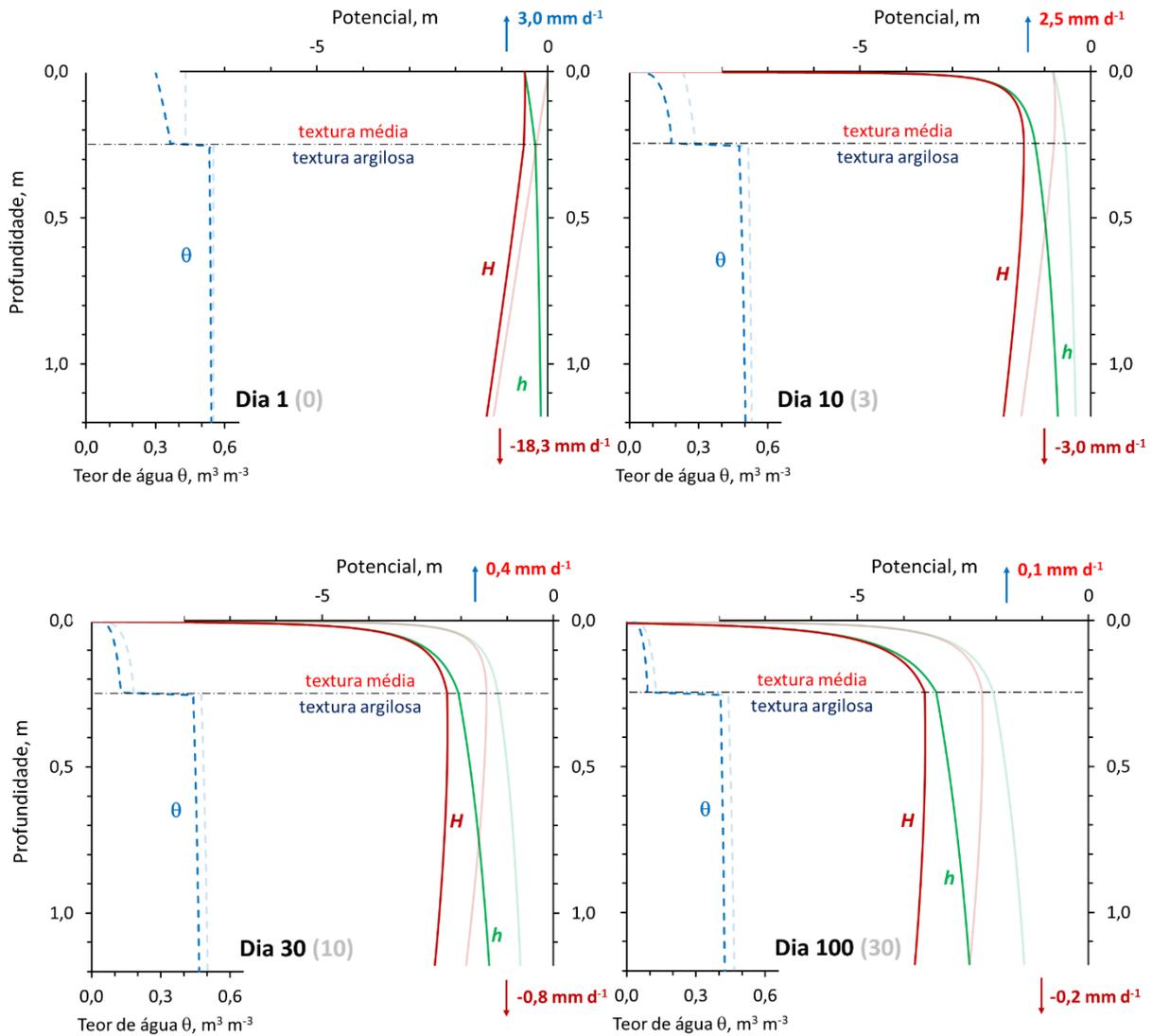


Figura 10.22 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>C<sup>2</sup>E para dias selecionados após o início da simulação.

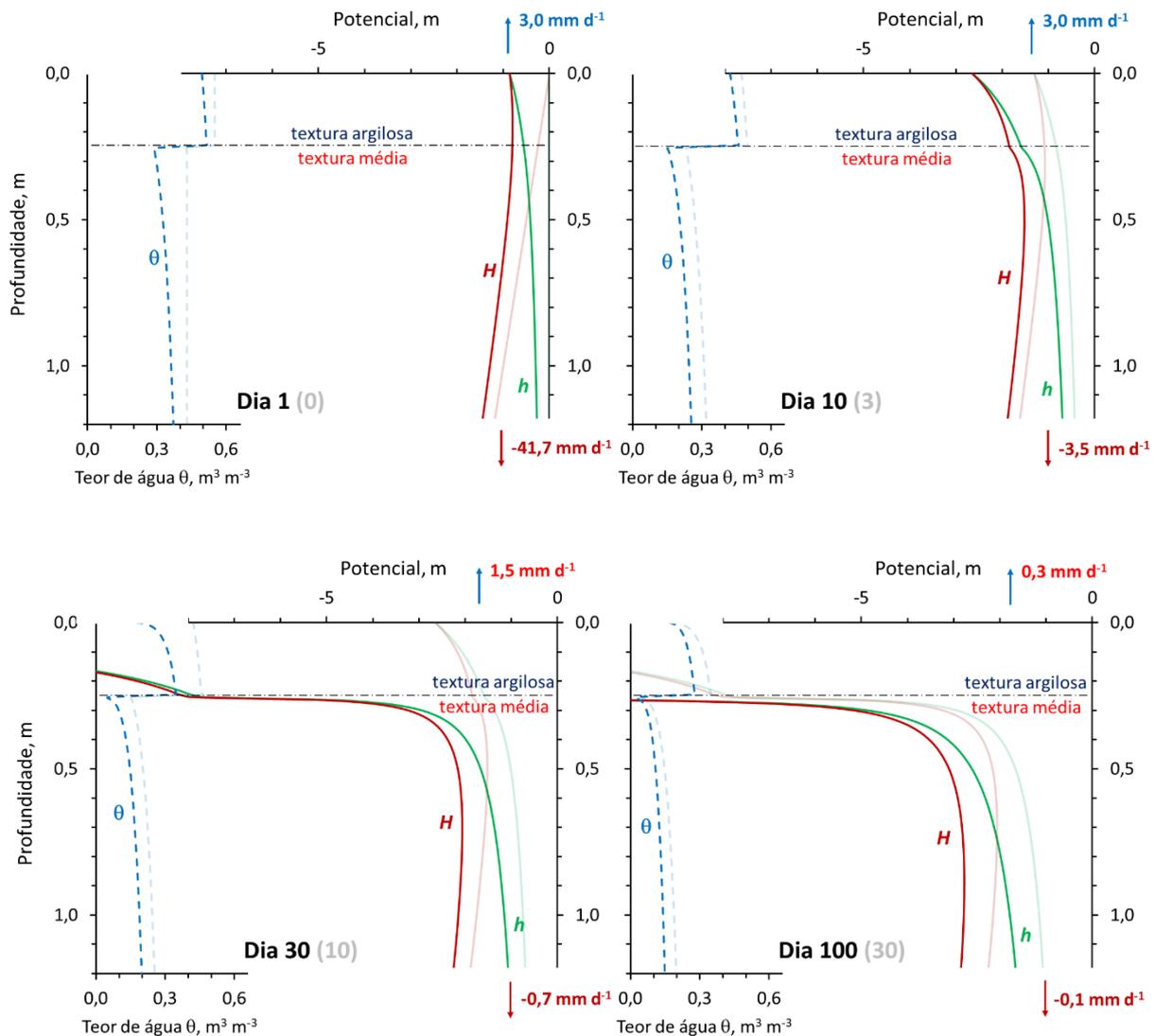
Solo bicamada - textura argilosa sobre média (cenário  $1C^2F$ )

Figura 10.23 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1C^2F$  para dias selecionados após o início da simulação.

### 10.5 Cenários de infiltração por inundação com drenagem livre ( $1D$ )

Os cenários  $1D$  representam situações em que há a infiltração de água no solo, proveniente de inundação, chuva ou aspersão num solo com potencial matricial inicial de  $-10 \text{ m}$ , sem a influência de um lençol freático. A teoria do assunto foi tratada e alguns modelos teórico-empíricos foram apresentados no Item 5.12.

A taxa de infiltração inicial é função das propriedades hidráulicas do solo, bem como da condição inicial de teor de água. Conforme o teor de água no solo vai aumentando e a frente de molhamento vai se aprofundando, a taxa de infiltração

diminui até atingir um valor constante num tempo que pode variar de algumas horas até alguns dias. Na Figura 10.24 apresentam-se as taxas de infiltração e de drenagem (em 1,20 m) para os cenários  ${}^1D^2A$  e  ${}^1D^2F$ .

Nas Figuras 10.26 a 10.31 apresentam-se os perfis de potenciais e teor de água para esses cenários  ${}^1D$  de infiltração para os instantes de 1, 6, 24 e 360 h após o início da infiltração. Em todas essas figuras observa-se o umedecimento do perfil do solo a partir de sua superfície, com o aprofundamento gradual da frente de molhamento. Num perfil de solo homogêneo (de uma camada somente, cenários  ${}^1D^2A$  e  ${}^1D^2B$ ), o equilíbrio dinâmico que corresponde à taxa final de infiltração é atingida em condições de teor de água saturado e potencial matricial constante (e igual a zero) com a profundidade. Assim, essa taxa se refere a um fluxo gravitacional e ela pode ser considerada igual à condutividade hidráulica do solo saturado  $K_s$ . O  $K_s$  do material de textura média usada nas simulações é  $0,30 \text{ m d}^{-1}$  ou  $300 \text{ mm d}^{-1}$  e do material de textura argiloso é  $100 \text{ mm d}^{-1}$  (Tabela 10.1). Observe que esses valores correspondem às taxas reportadas às 360 h (15 dias) após o início da infiltração nas Figuras 10.26 e 10.27 para o solo de textura média e argilosa, respectivamente.

No caso de um solo com camada compactada ou selamento superficial, o consequente aumento da resistência hidráulica do perfil do solo resulta na redução da taxa final de infiltração, que diminui para  $71 \text{ mm d}^{-1}$  no cenário  ${}^1D^2C$  (com camada compactada, Figura 10.28) e para  $29 \text{ mm d}^{-1}$  no cenário  ${}^1D^2D$  (com selamento superficial, Figura 10.29). Nos cenários de solo bicamada (Figuras 10.30 e 10.31) a taxa final de infiltração fica intermediária ao  $K_s$  dos materiais de textura média e argilosa.

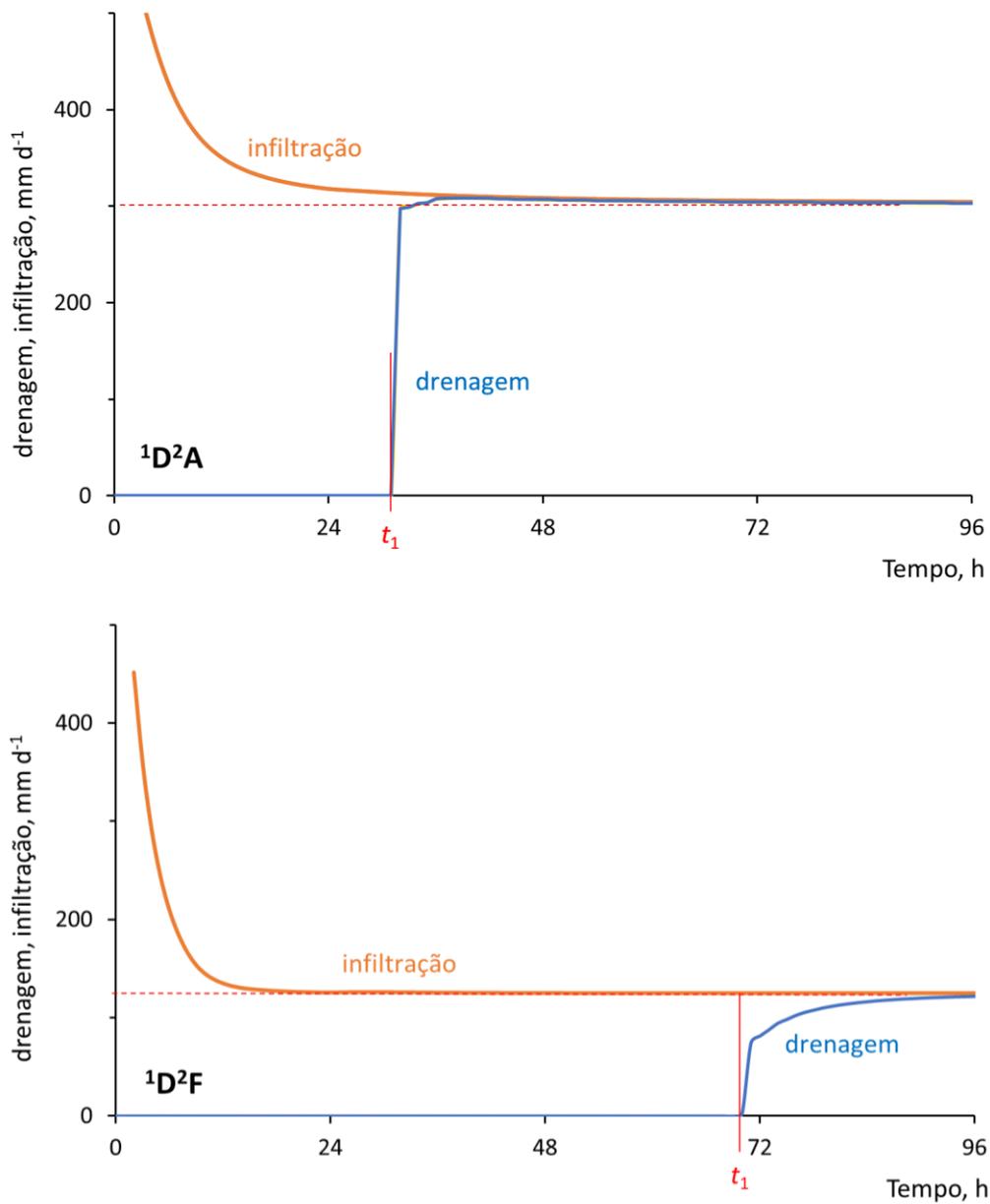


Figura 10.24 - Taxa de infiltração e drenagem (simulada na profundidade de 1,20 m) ao longo do tempo para os cenários  $1D^2A$  e  $1D^2F$ . O tempo  $t_1$  indica a chegada da frente de molhamento em  $z = 1,20$  m.

Nos perfis de potenciais e teor de água das Figuras 10.26 a 10.31 podemos observar o seguinte, com variações em função do perfil do solo utilizado:

1. Nos tempos 1, 6 e 24 h: entrada da frente de molhamento no solo inicialmente no potencial matricial de -10 m. Conforme a distância entre a frente de molhamento e a superfície vai aumentando, a taxa de infiltração diminui.

2. A frente de molhamento é mais abrupta no material de textura média do que no solo argiloso. Isso, novamente, se deve à maior condutividade hidráulica do solo argiloso no potencial matricial inicial da simulação (-10 m): em torno de  $2 \cdot 10^{-5} \text{ m d}^{-1}$  versus  $2 \cdot 10^{-7} \text{ m d}^{-1}$  no solo de textura média. A maior condutividade hidráulica do material argiloso faz com que, numa escala milimétrica próximo à frente de molhamento, ocorre uma maior difusão da frente, fazendo-a mais gradual, menos abrupta.
3. No tempo final (360 h): situação de equilíbrio dinâmico com o perfil inteiro saturado ou quase-saturado com água. Nessa condição, nos perfis homogêneos (cenários  ${}^1D^2A$  e  ${}^1D^2B$ ) o gradiente do potencial total é igual ao gradiente do potencial gravitacional, unitário. Consequentemente, a densidade de fluxo no perfil inteiro é igual à drenagem e igual à condutividade hidráulica saturada do material (300 e 100  $\text{mm d}^{-1}$ , respectivamente).

No caso de perfis compostos, a análise da situação final é um pouco mais complicada. Nesse caso, temos dois possíveis cenários: (1) a condutividade hidráulica saturada das camadas de solo diminui de cima para baixo, como no cenário  ${}^1D^2E$  e (2) a condutividade hidráulica saturada das camadas de solo aumenta de cima para baixo, como no cenário  ${}^1D^2F$ . Em cada caso, a análise é diferente. Na Figura 10.25 apresentam-se os perfis de potencial para ambos os casos.

No caso (1), cenário  ${}^1D^2E$ , temos um perfil saturado em todas as suas partes. Como a condição de contorno inferior (na base do horizonte argiloso) é a de drenagem livre com gradiente gravitacional, a densidade de fluxo na base e consequentemente no perfil inteiro, será igual à condutividade hidráulica saturada do material argiloso (100  $\text{mm d}^{-1}$ ). Para resultar na mesma densidade de fluxo, o gradiente do potencial total  $H$  na camada superficial de textura média terá que ser menor que na camada argilosa, onde ele é unitário. Por consequência, ocorre um aumento de pressão ( $h$ ) entre a superfície e a base do horizonte superficial, resultando numa pressão de em torno de 0,2 m que se mantém em toda a camada argilosa.

A análise do caso (2), cenário  ${}^1D^2F$ , é diferente. Como no caso anterior, também temos um fluxo gravitacional na camada de baixo, em função da condição de contorno

inferior. No entanto, como a camada superior tem uma condutividade hidráulica saturada menor que a inferior, o teor de água e o potencial matricial na camada inferior se ajustam para corresponder a uma condutividade hidráulica (não saturada) que permite um equilíbrio dinâmico. No exemplo da Figura 10.25 observa-se que o potencial matricial da camada de textura média se estabelece em torno de  $-0,15$  m, correspondendo a uma condutividade hidráulica de  $125 \text{ mm d}^{-1}$ , igual à densidade de fluxo. O gradiente de potencial total na camada superficial fica um pouco maior que 1, para que, nessa camada, a densidade de fluxo seja igual a  $125 \text{ mm d}^{-1}$  também, embora sua condutividade hidráulica saturada seja de  $100 \text{ mm d}^{-1}$ . Observe que isso resulta numa condição não saturada na base da camada superficial, resultando numa redução da condutividade hidráulica e necessidade de um gradiente de potencial maior ainda. A situação é análoga ao cenário do método da crosta para a determinação da condutividade hidráulica do solo não saturado, como apresentado no Item 5.11.4.

Observa-se que, nesses cenários, quando o fornecimento da água for interrompido no fim da sequência de instantes aqui mostrada, o cenário subsequente será o de evaporação com drenagem livre, cenários <sup>1</sup>C e descritos no Item 10.4.

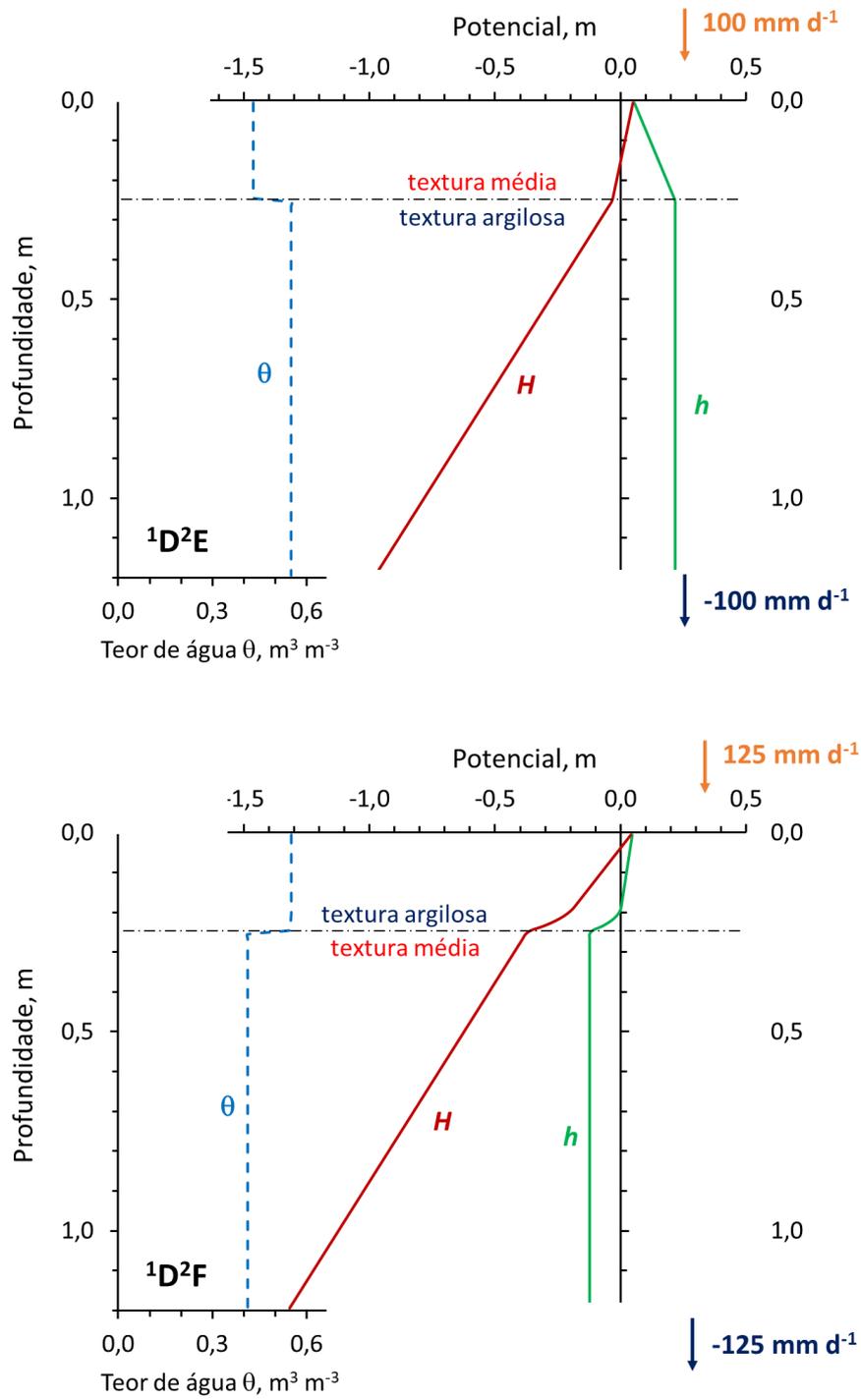


Figura 10.25 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) após 360 h de infiltração, em equilíbrio dinâmico, para os cenários  $1D^2E$  e  $1D^2F$ .

Solo monocamada de textura média (cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>A)

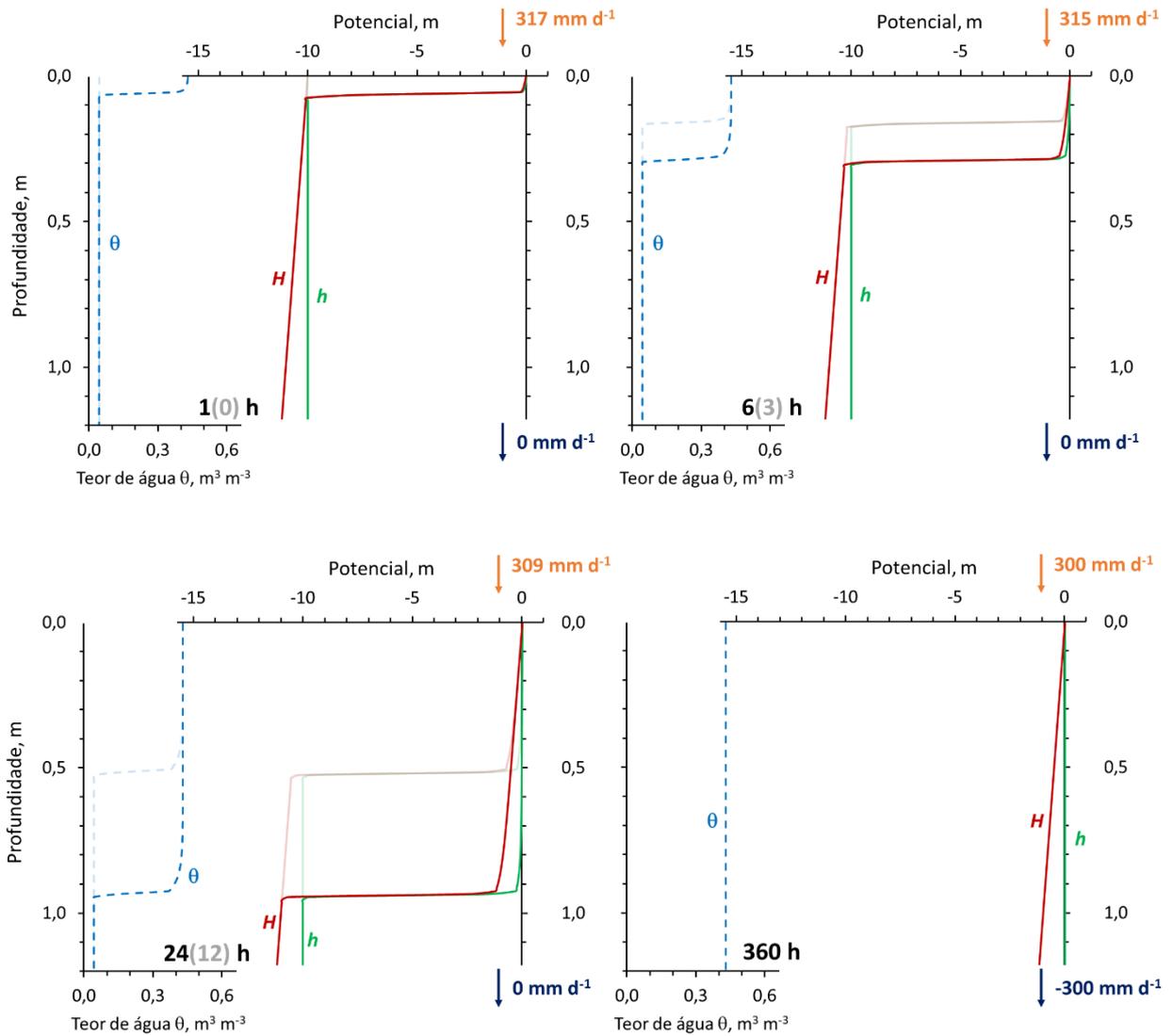


Figura 10.26 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>A para instantes selecionados após o início da simulação.

Solo monocamada de textura argilosa (cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>B)

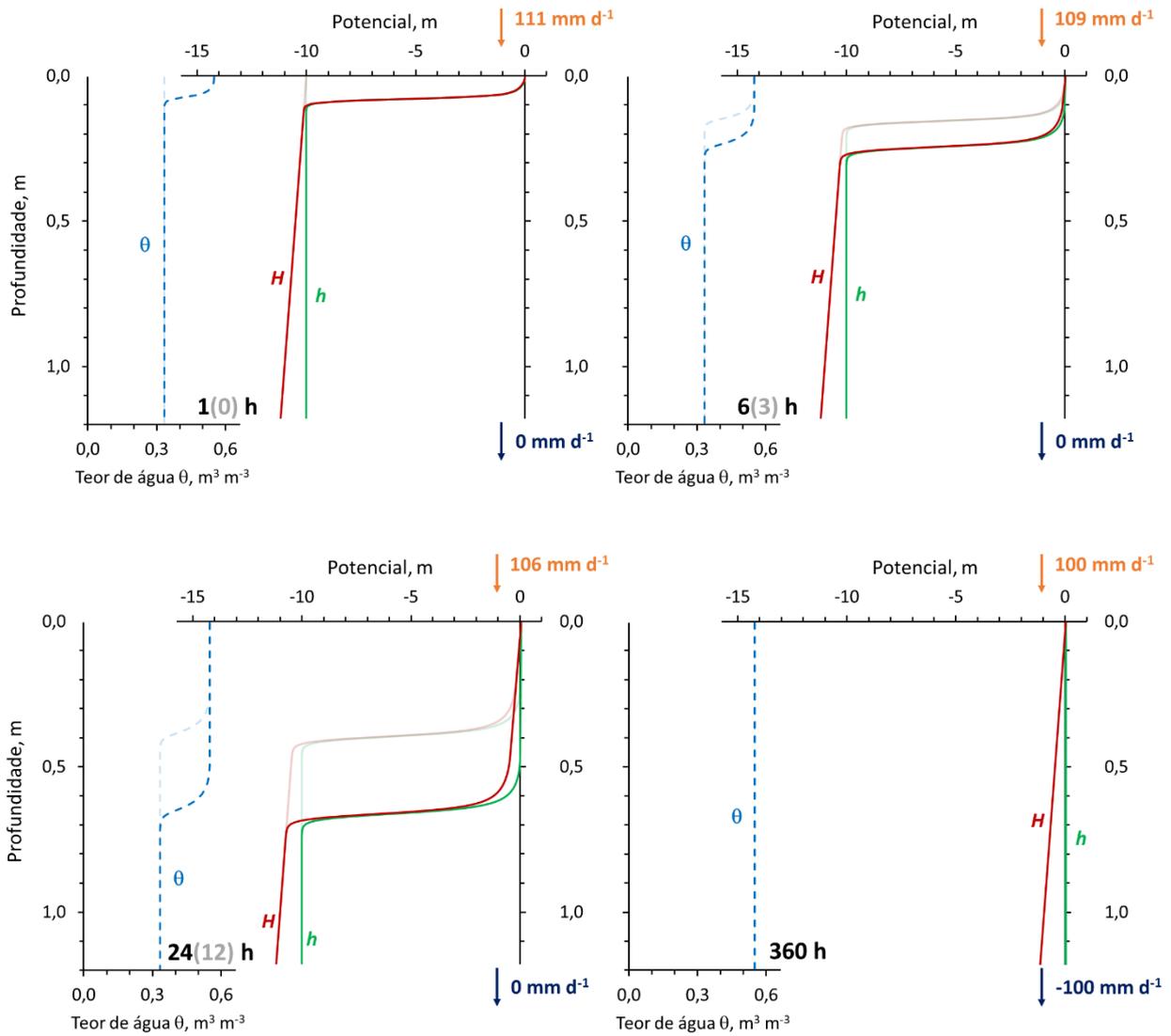


Figura 10.27 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>B para instantes selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com camada compactada (cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>C)

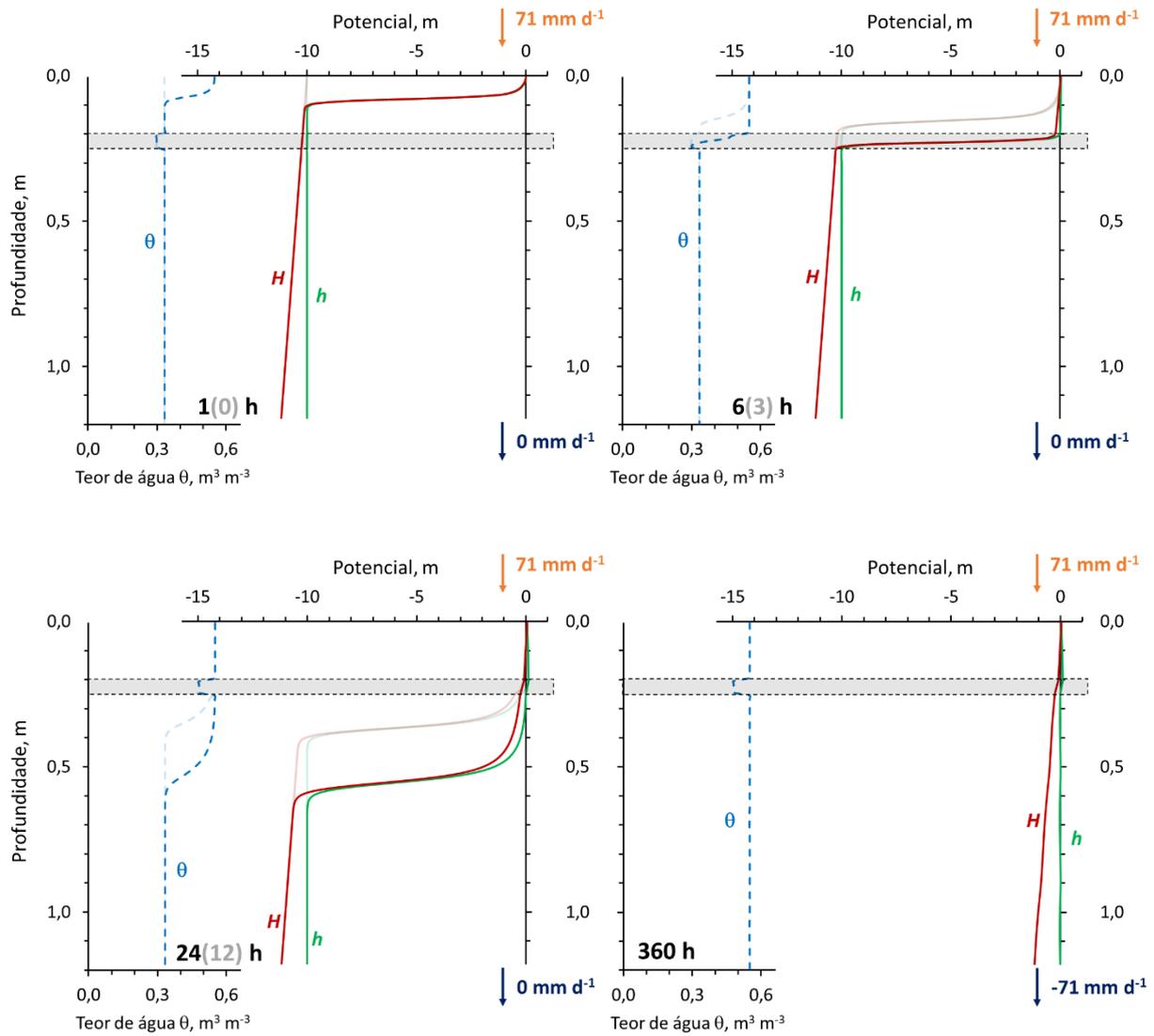


Figura 10.28 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>C para instantes selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com selamento superficial (cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>D)

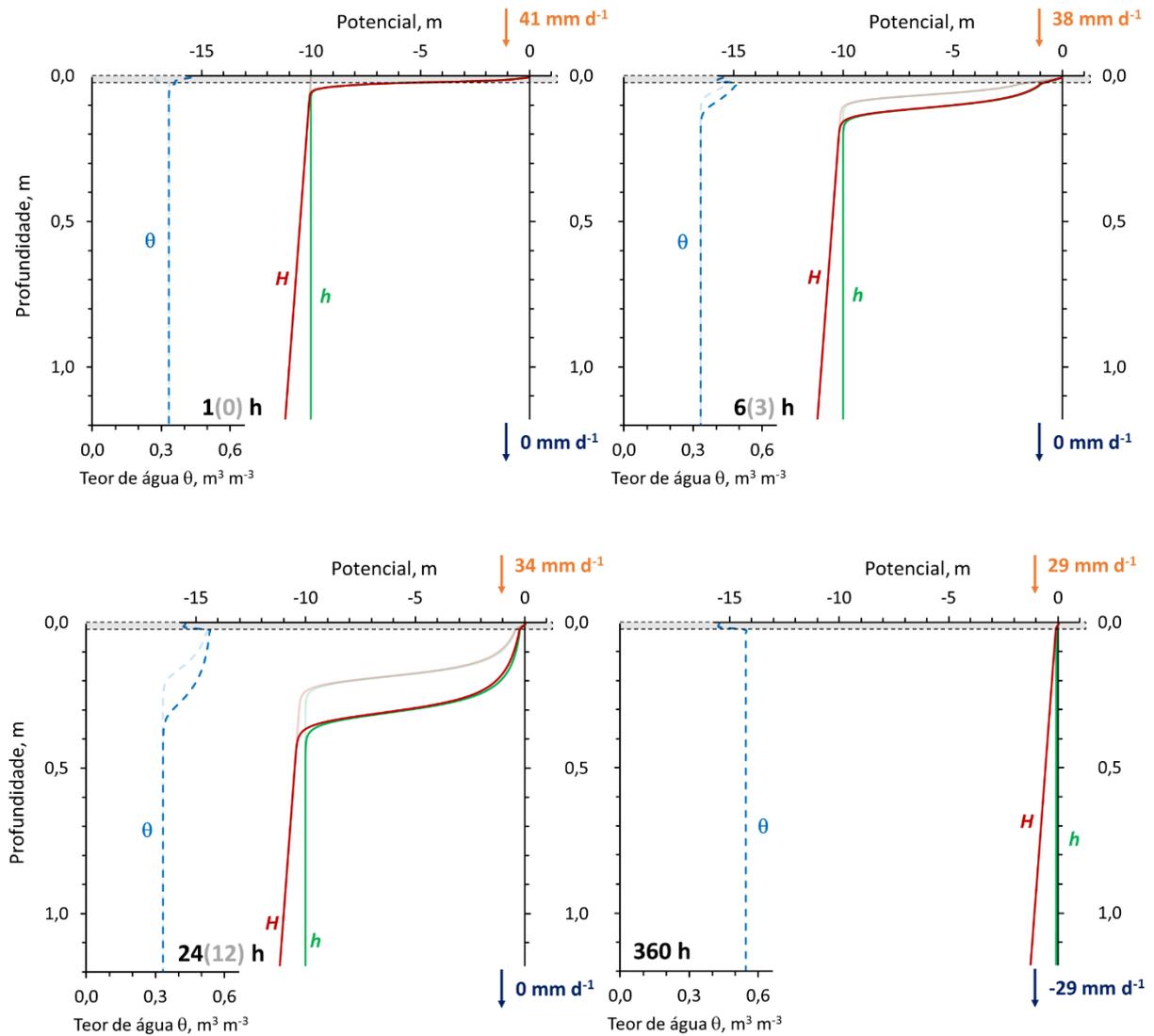


Figura 10.29 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>D para instantes selecionados após o início da simulação.

Solo bicamada - textura média sobre argilosa (cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>E)

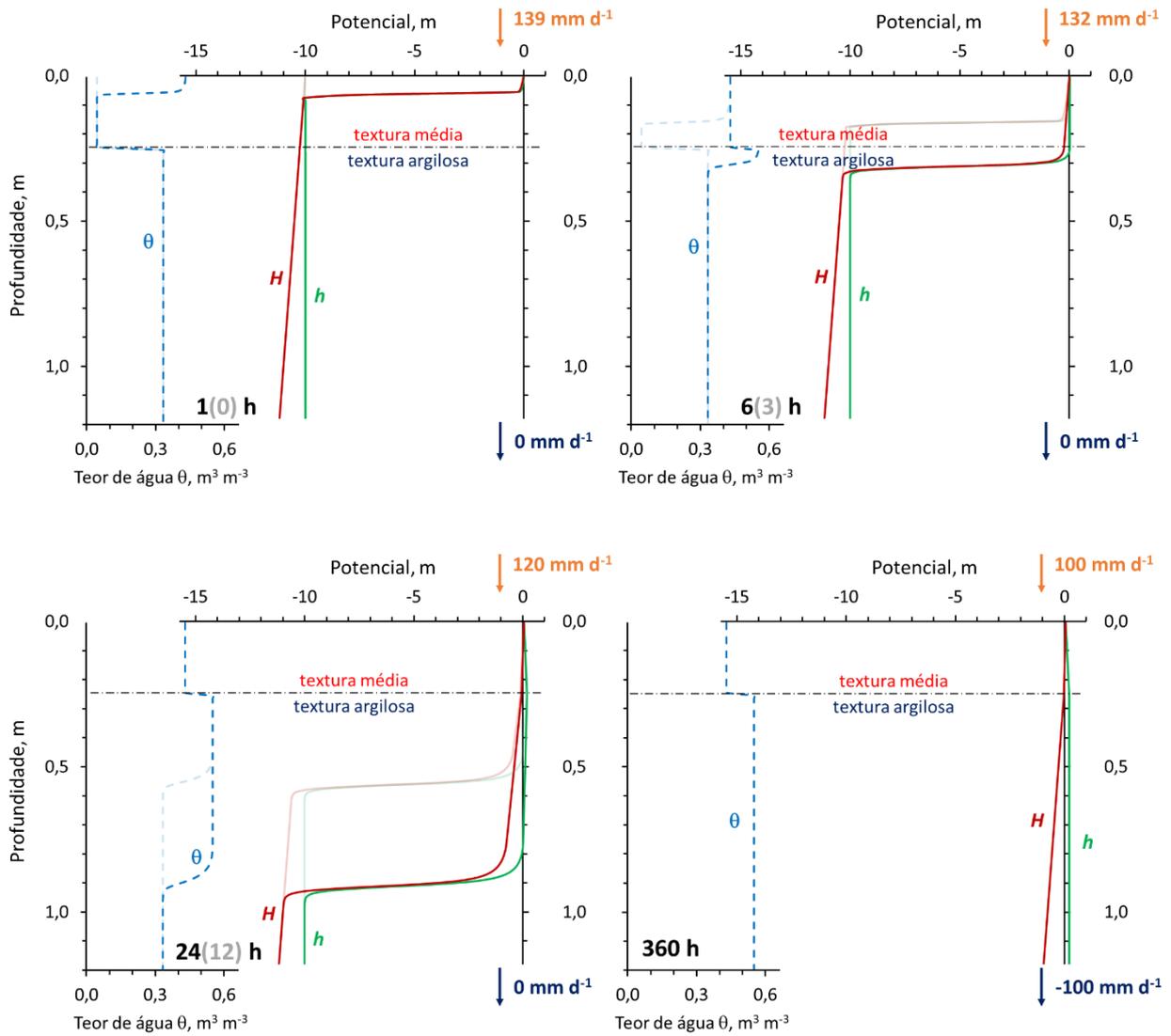


Figura 10.30 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>D<sup>2</sup>E para instantes selecionados após o início da simulação.

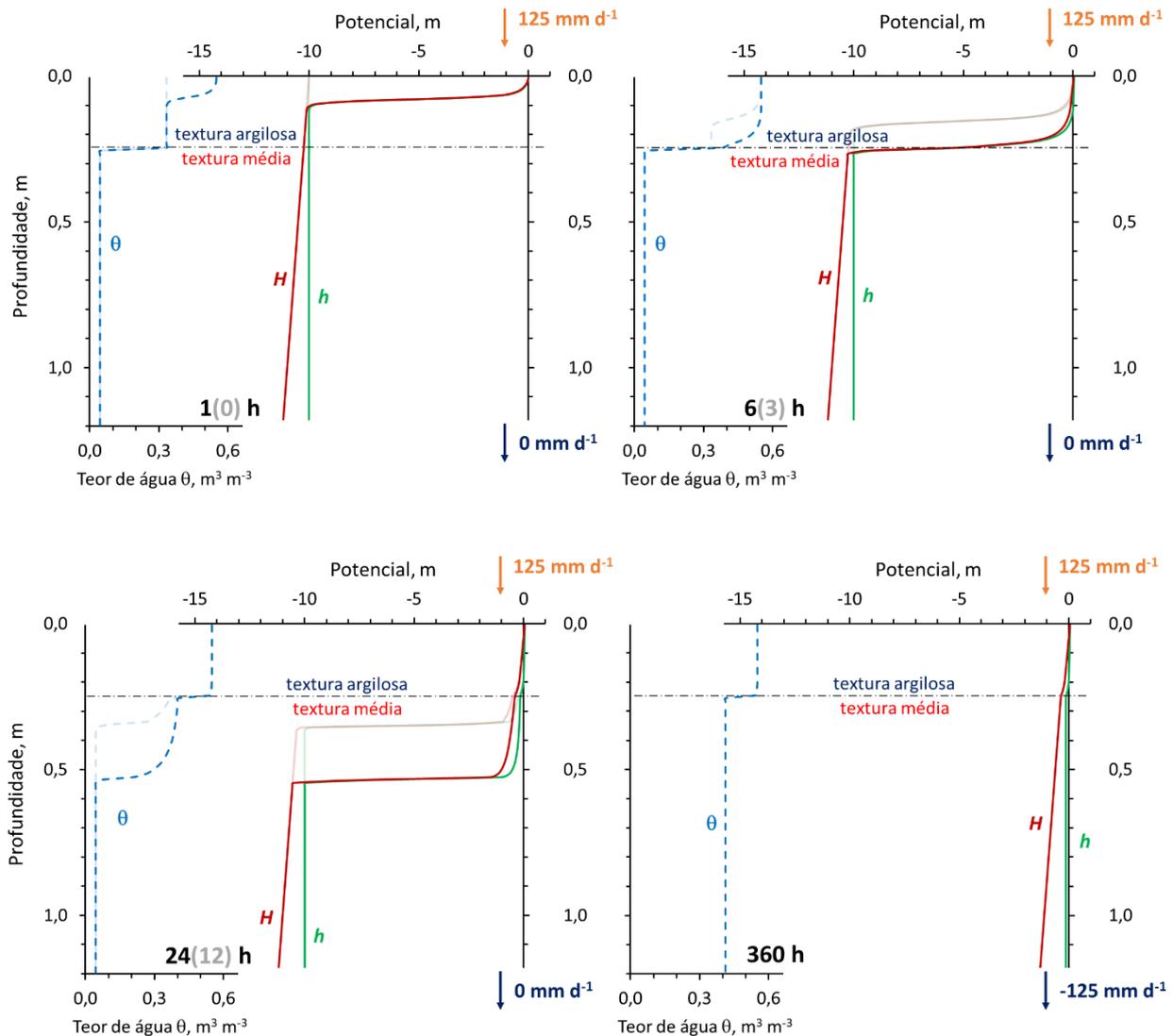
Solo bicamada - textura argilosa sobre média (cenário  $1D^2F$ )

Figura 10.31 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1D^2F$  para instantes selecionados após o início da simulação.

### 10.6 Cenários com pastagem e drenagem livre ( $1E$ )

A pastagem simulada nesses cenários tem uma profundidade radicular de 0,80 m. A  $ET_p$  foi 6 mm d<sup>-1</sup> (particionada entre  $E_p = 1,1$  mm d<sup>-1</sup> e  $T_p = 4,9$  mm d<sup>-1</sup>) e os valores dos potenciais limitantes da função de Feddes et al. (1978) (Item 6.2.3) foram  $h_3 = -2$  m e  $h_4 = -80$  m.

Observamos como o comportamento diferente do material de textura média e argilosa, visto também nos cenários  $1B$  e  $1C$  (Itens 10.3 e 10.4) afeta também a transpiração das plantas. Na Figura 10.32 apresenta-se a taxa de transpiração e

evaporação simulada para os cenários  $1E^2A$  (textura média) e  $1E^2B$  (textura argilosa). A Tabela 10.3 contém os valores de alguns teores de água característicos e as faixas de água disponível (AD) e de água facilmente disponível (AFD) para os dois solos. Observe que o solo argiloso, embora tenha mais água disponível, contém menos água facilmente disponível. Isso significa que plantas nesse solo sentirão falta da água (e reduzirão a transpiração) rapidamente, embora tenham ainda um reservatório grande de água para manter a transpiração (reduzida) por mais tempo. Além disso, o solo argiloso perde mais água por evaporação ao longo do tempo devido à sua condutividade hidráulica maior em condições mais secas. Dessa forma, no solo argiloso ocorre a redução da transpiração numa fase anterior ao solo de textura média. Por outro lado, como no material argiloso existe uma quantidade de água disponível maior, a taxa de transpiração no solo de textura média cai muito mais rapidamente e a transpiração no solo argiloso supera a do solo de textura média.

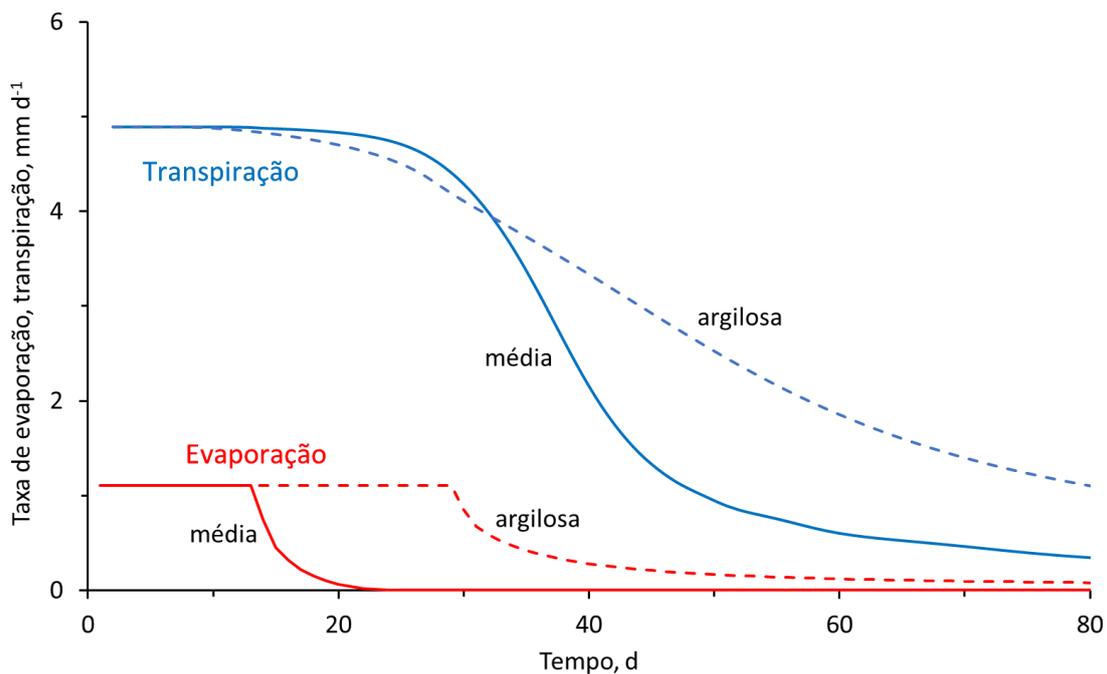


Figura 10.32 - Taxa de transpiração e evaporação simulada ao longo do tempo para os cenários  $1E^2A$  (textura média) e  $1E^2B$  (textura argilosa).

Tabela 10.3 - Teores de água característicos para o material de solo de textura média e argilosa, bem como as faixas de água disponível (AD) e de água facilmente disponível (AFD).

	Potencial matricial $h$ , m	Teor de água, $\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	
		Textura média	Textura argilosa
$\theta_s$	0	0,430	0,550
$\theta_{cc}^*$ textura média	-1,21	0,183	
$\theta_{cc}^*$ textura argilosa	-1,56		0,459
$\theta_{h3} \approx \theta_l$	-2	0,131	0,443
$\theta_{h4} \approx \theta_{pmp}$	-80	0,017	0,236
AD = $\theta_{cc} - \theta_{pmp}$		0,166	0,223
AFD = $\theta_{cc} - \theta_l$		0,052	0,016

\* considerando um critério de fluxo ( $1 \text{ mm d}^{-1}$ ) a 1 m de profundidade (Tabela 10.2)

Nas Figuras 10.33 e 10.34 representam-se os perfis de potenciais e de teor de água em quatro datas ao longo das simulações, nos dias 1, 10, 30 e 300 após o início. Até o dia 10, a transpiração ocorre na taxa potencial no solo de textura média, enquanto no solo argiloso já ocorre uma pequena redução da transpiração. Pode-se verificar que, nesse dia 10, o potencial matricial se encontra mais negativo que -2 m (valor crítico que resulta na redução da transpiração) em parte do perfil argiloso.

Observe também que a evaporação se propaga mais facilmente no solo argiloso, a exemplo do que foi visto nos cenários <sup>1</sup>B e <sup>1</sup>C (Itens 10.3 e 10.4). Isso fica muito claro no último dia representado (dia 300), quando o perfil do potencial matricial no solo de textura média apresenta o valor de -80 m (valor mínimo atingível por extração por raízes de plantas) em boa parte do perfil enraizado (até 0,80 m). Somente os primeiros centímetros se apresentam com valores mais negativos, causados pela evaporação. No solo de textura argilosa, no mesmo dia 300, a situação está bem diferente, sendo que boa parte do perfil (até 0,60 m de profundidade, aproximadamente) está com valores do potencial matricial abaixo de -80 m como resultado da evaporação.

Solo monocamada de textura média (cenário <sup>1</sup>E<sup>2</sup>A)

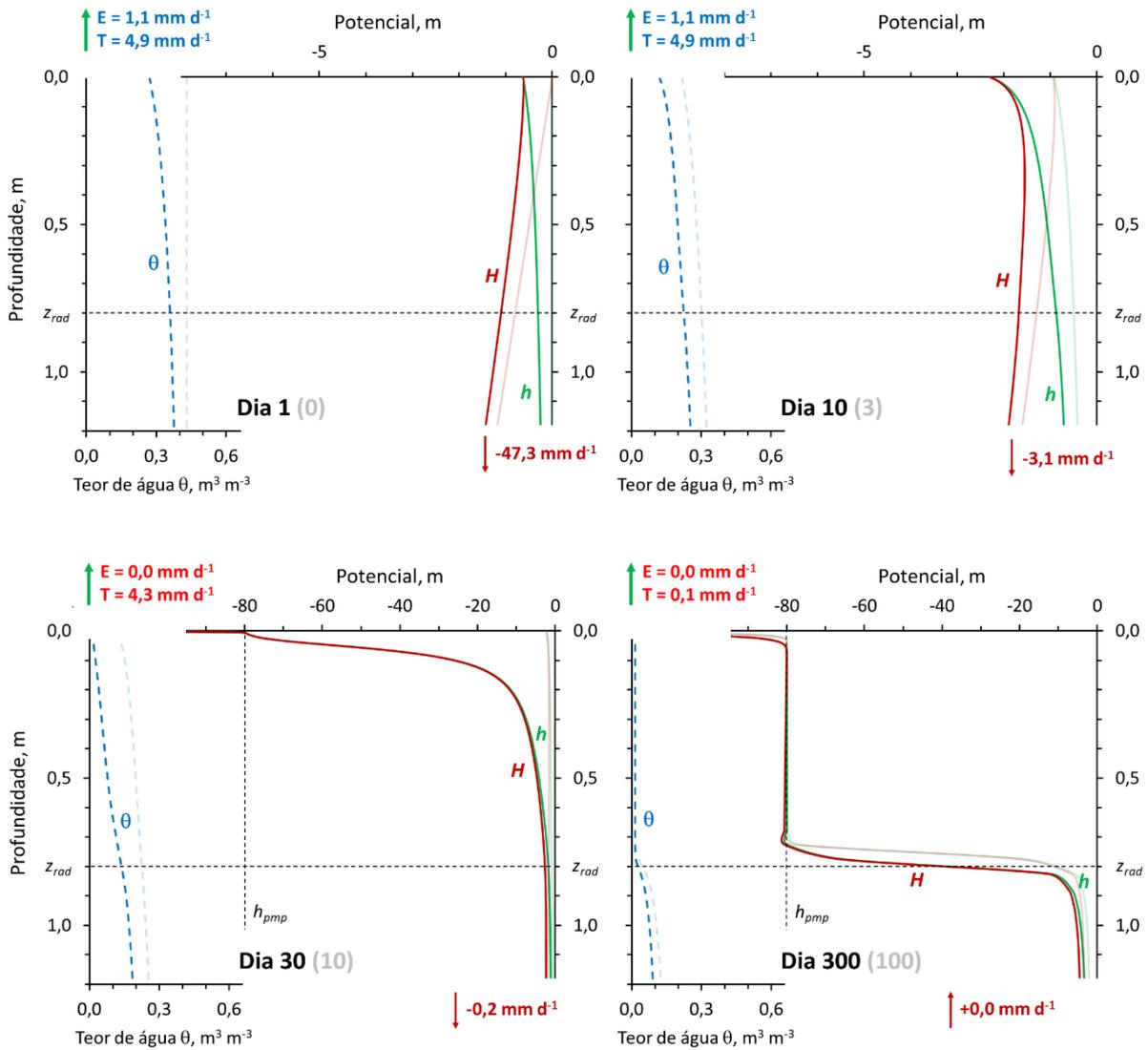


Figura 10.33 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>E<sup>2</sup>A para dias selecionados após o início da simulação.

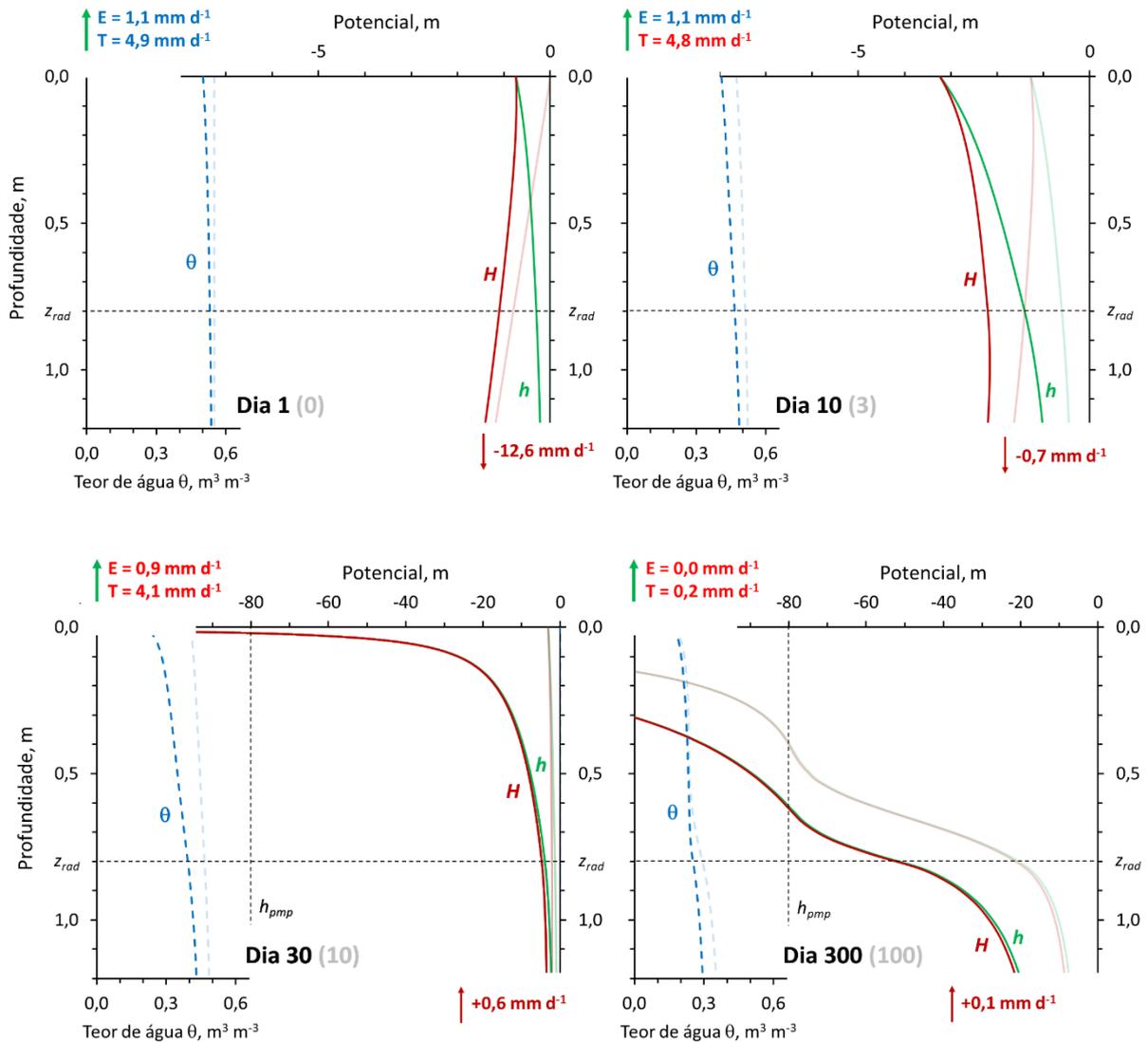
Solo monocamada de textura argilosa (cenário  $1E^2B$ )

Figura 10.34 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1E^2B$  para dias selecionados após o início da simulação.

## 10.7 Cenários de drenagem sem evapotranspiração com lençol freático ( $1F$ )

Os cenários  $1F$  são semelhantes aos  $1A$ , com a diferença que há um lençol freático em profundidade constante de 1 m abaixo da superfície do solo. Da mesma forma que no  $1A$ , as simulações se iniciam com o perfil de solo saturado com água. Como não há evaporação, transpiração ou infiltração, o único processo que resulta na variação da armazenagem e dos teores de água é a drenagem. A Figura 10.35 mostra as curvas de

da taxa de drenagem dos seis perfis de solo sob esse cenário. As curvas apresentam semelhanças com as curvas do cenário <sup>1</sup>A (Figura 10.3) e valem os mesmos comentários a respeito das diferenças entre os solos feitos no Item 10.2. Como, nesse caso, a drenagem não é livre, mas ocorre sob a influência de um lençol freático, as taxas de drenagem são um pouco menores e a convergência para o fim do processo da drenagem, estabelecendo um equilíbrio com o lençol freático, ocorre em menos tempo. Os cenários são do mesmo tipo discutido Item 5.13.2 sobre a capacidade de campo em solos com um lençol freático raso.

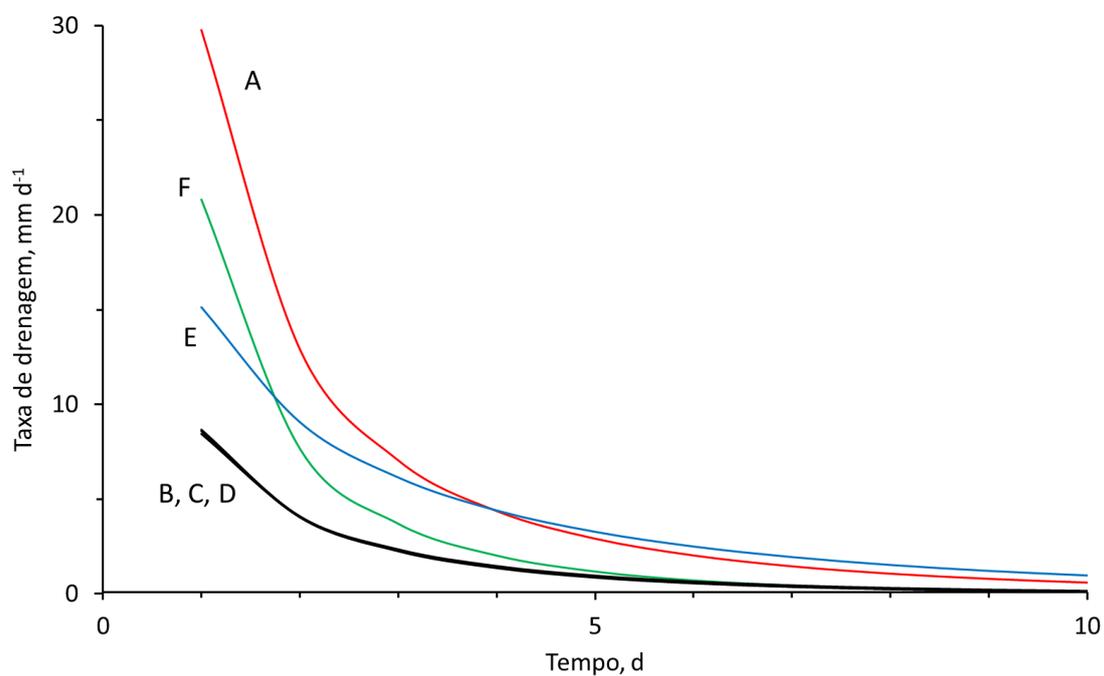


Figura 10.35 - Taxa de drenagem ao longo do tempo, simulada na profundidade de 1,20 m para todos os cenários <sup>1</sup>F.

Nas Figuras 10.36 a 10.41 apresentam-se os perfis de potenciais e teor de água para esses cenários <sup>1</sup>F de drenagem sob influência de um lençol freático para 1, 3, 10 e 30 dias após o início do experimento. Observe que a presença do lençol freático em 1 m de profundidade impõe um potencial matricial igual a zero nessa profundidade, independentemente do tempo. Os perfis mostram alguns instantes intermediários entre a condição inicial (com potencial matricial igual a zero no perfil inteiro) até a situação de equilíbrio final, quando o potencial total atingiu o valor de -1 m no perfil inteiro. Por

consequente, no equilíbrio final o potencial matricial varia, de forma linear, entre -1 m na superfície a 0 m na profundidade de 1 m.

Solo monocamada de textura média (cenário  $1F^2A$ )

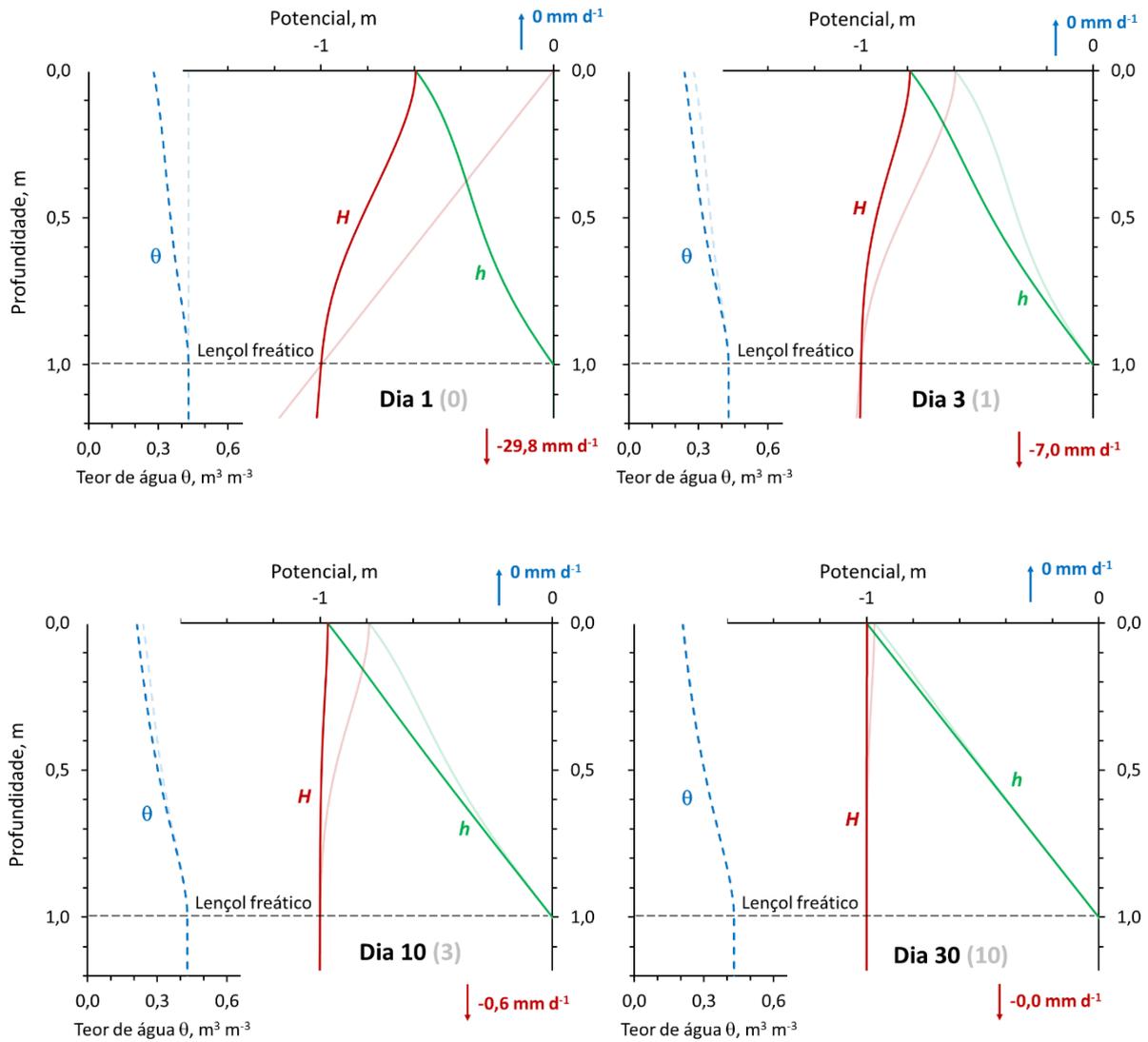


Figura 10.36 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário  $1F^2A$  para dias selecionados após o início da simulação.

Solo monocamada de textura argilosa (cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>B)

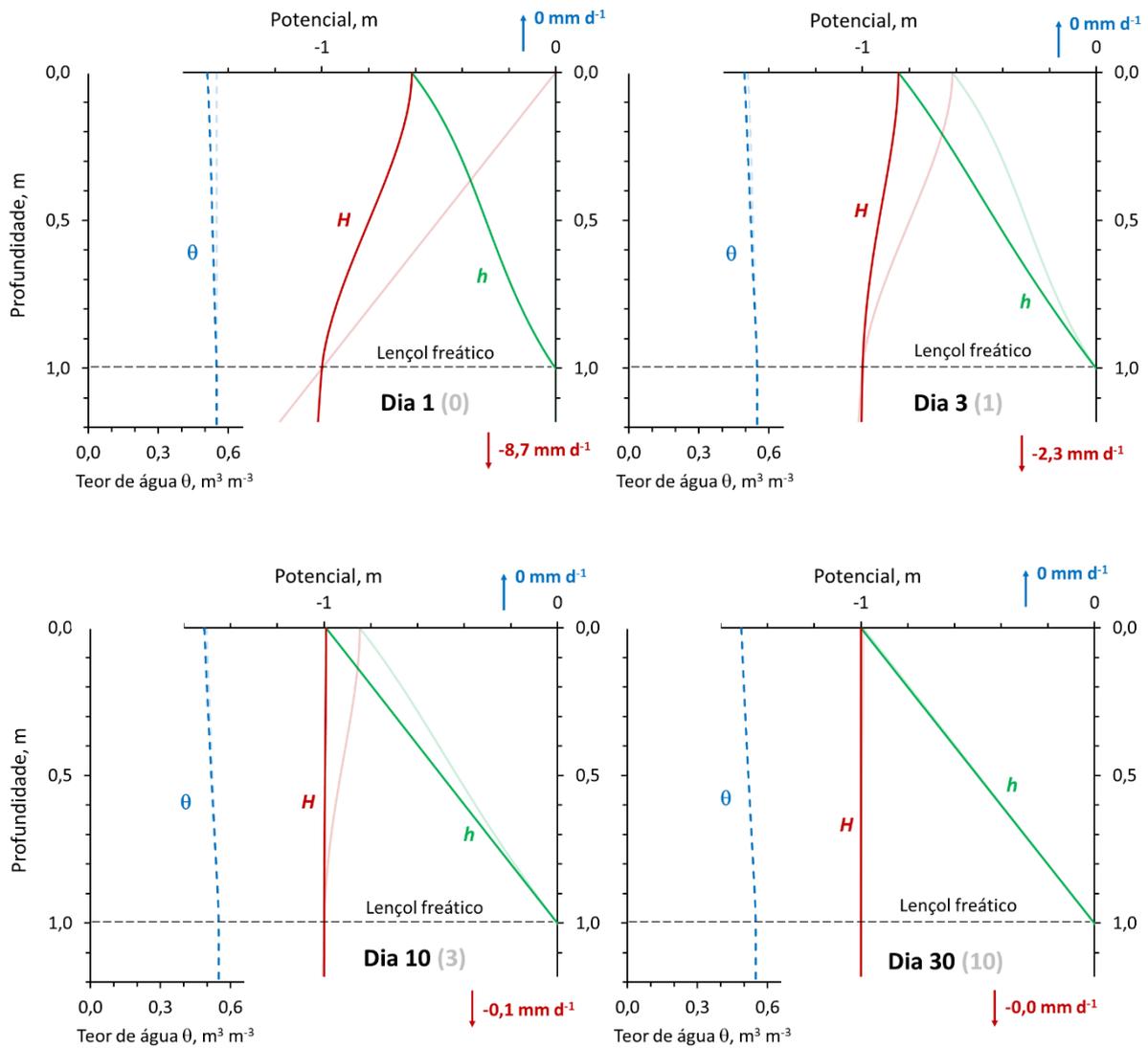


Figura 10.37 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>B para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com camada compactada (cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>C)

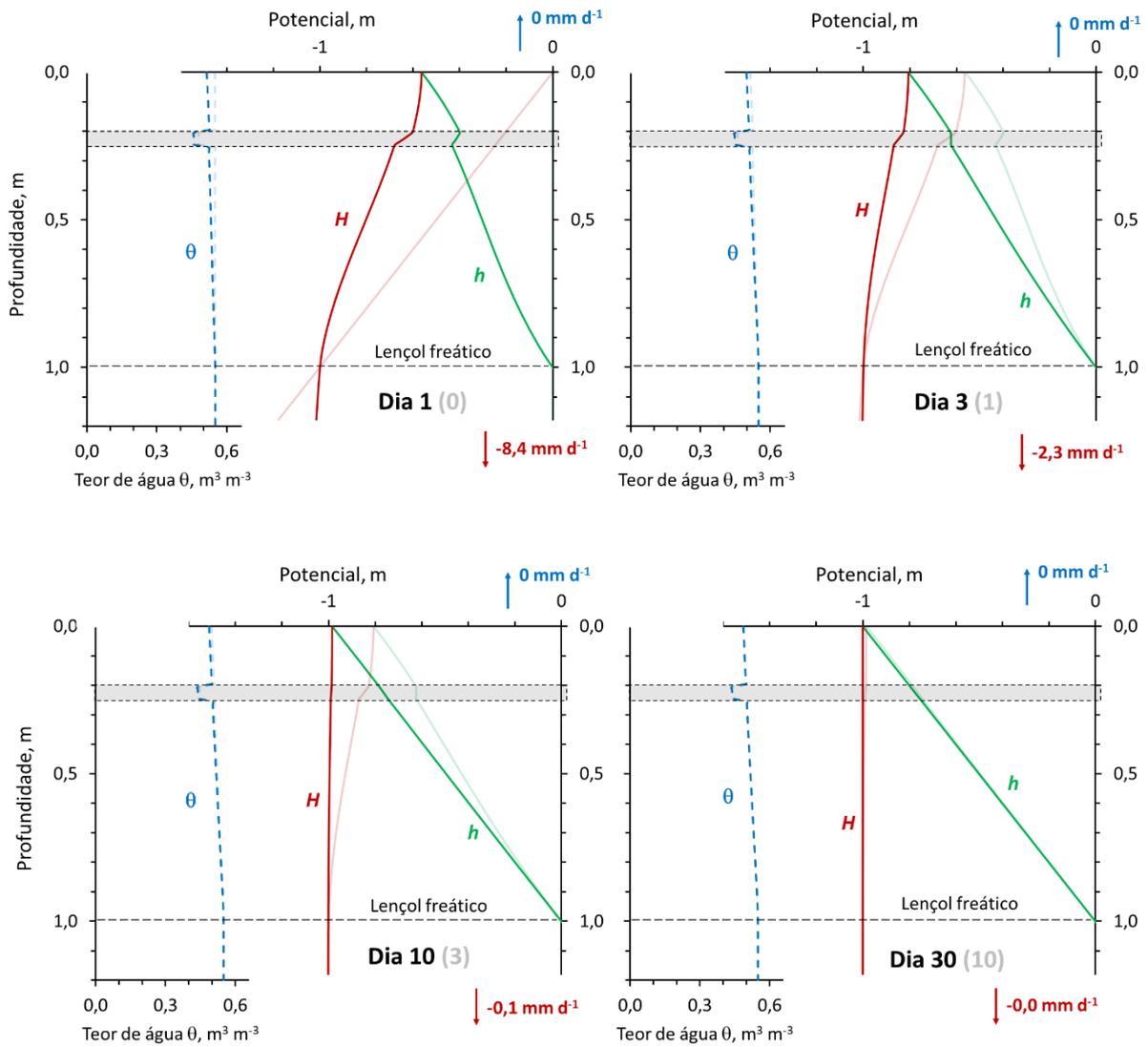


Figura 10.38 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>C para dias selecionados após o início da simulação.

Solo de textura argilosa com selamento superficial (cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>D)

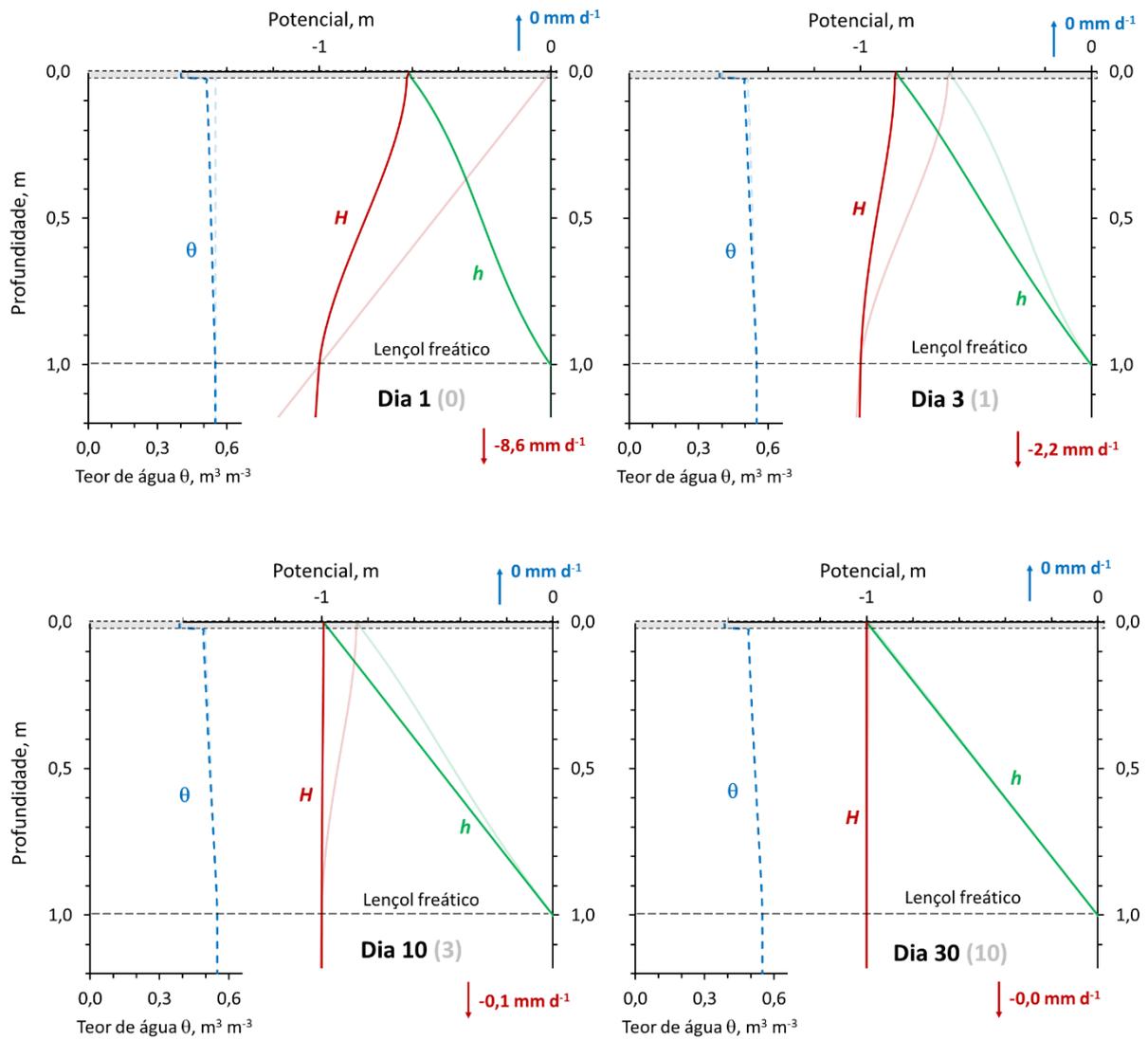


Figura 10.39 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>D para dias selecionados após o início da simulação.

Solo bicamada - textura média sobre argilosa (cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>E)

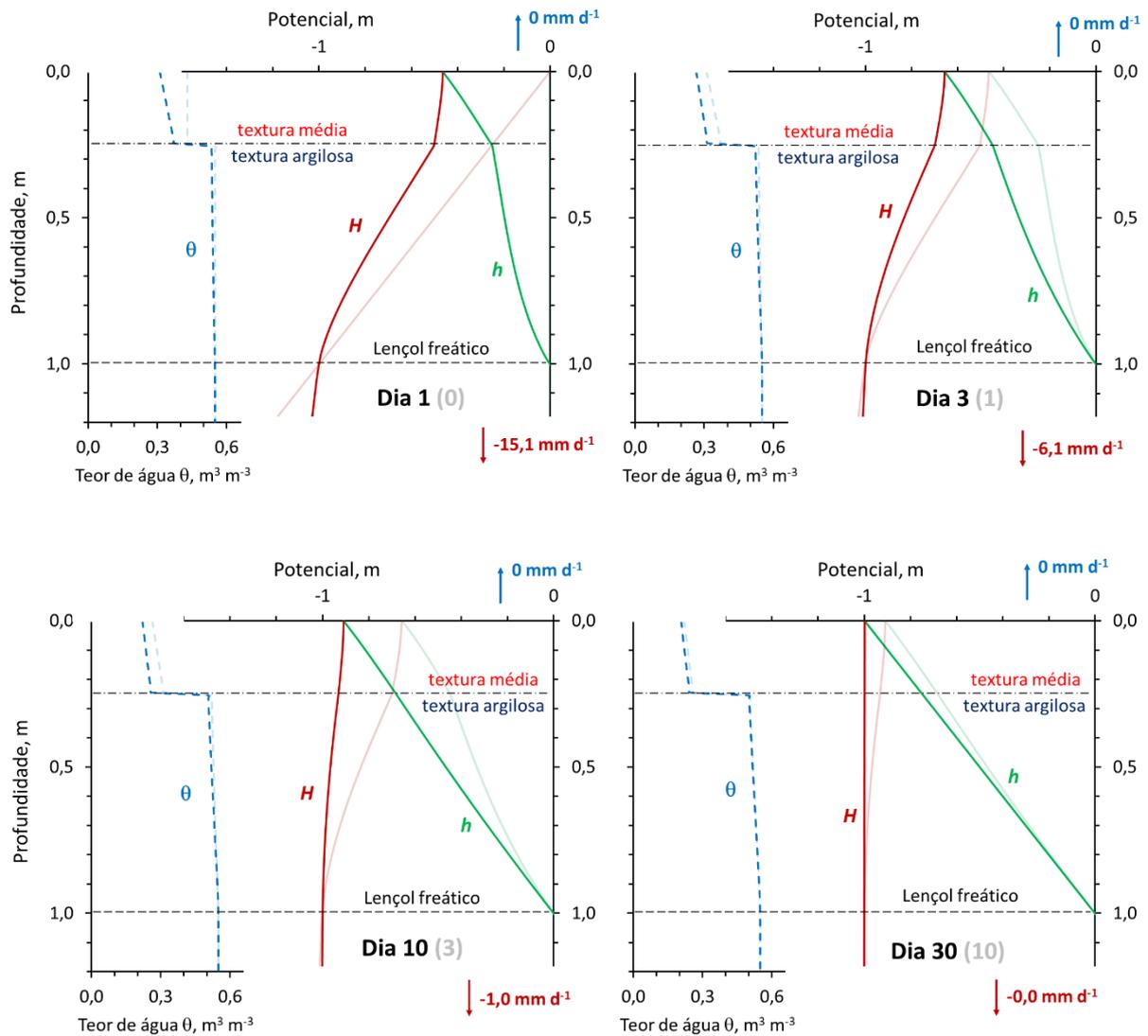


Figura 10.40 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>E para dias selecionados após o início da simulação.

**Solo bicamada - textura argilosa sobre média (cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>F)**

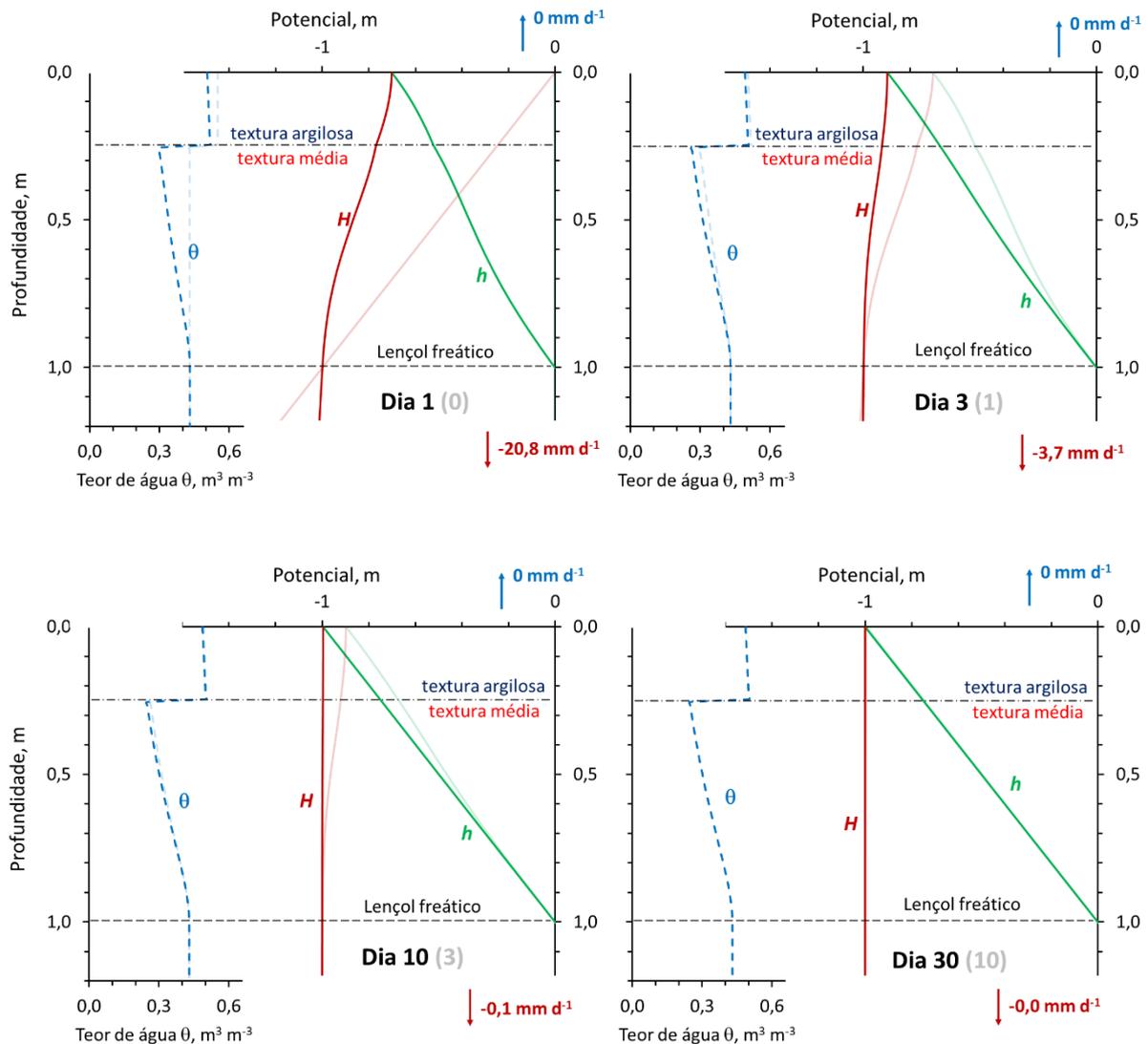


Figura 10.41 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ), potencial matricial ( $h$ ) e potencial total ( $H$ ) para o cenário <sup>1</sup>F<sup>2</sup>F para dias selecionados após o início da simulação.

**10.8 Cenário “completo” com chuva, ET e drenagem livre (<sup>1</sup>G)**

Os cenários <sup>1</sup>G representam simulações em solo com drenagem livre e evapotranspiração para as condições meteorológicas do ano de 2014 em Piracicaba, SP, conforme observadas na estação meteorológica da ESALQ - Universidade de São Paulo (coordenadas geográficas: 22,703° S e 47,623° W). Os respectivos valores diários da temperatura média, radiação solar, umidade relativa e chuva estão representados na Figura 10.42. O clima é do tipo subtropical com inverno seco e verão quente (Köppen Cwa). O ano utilizado, 2014, foi um ano relativamente seco, com precipitação de

907 mm (versus um valor em torno de 1350 mm como média climatológica). A estação seca (os quatro meses de maio a agosto, dias julianos 121 a 243) foi bem caracterizada, acumulando um total de somente 78 mm de chuva.

A cultura simulada é uma pastagem genérica com uma profundidade radicular de 0,40 m; simulou-se uma densidade radicular relativa linearmente decrescendo de 1,0 na superfície a 0,2 em 0,40 m de profundidade. Essa distribuição relativa afeta o cálculo do estresse hídrico pela função de Feddes et al. (1978), bem como determina a distribuição ao longo do perfil da extração da água da transpiração. Os valores dos potenciais limitantes da função de Feddes et al. (1978) (Item 6.2.3) foram:  $h_3 = -2$  m e  $h_4 = -80$  m.

A Figura 10.43 mostra os valores diários da transpiração e evaporação reais para o ano de 2014 simulados para o caso dos cenários  $^1G^2A$  (solo de textura média) e  $^1G^2B$  (textura argilosa). Observe que nas épocas de altas taxas de transpiração, a evaporação é de aproximadamente 25% da transpiração. Quando há redução da transpiração devido ao estresse hídrico, como ocorre frequentemente especialmente nos meses secos do meio do ano, enquanto a transpiração se mantém com um valor relativamente mais alto a evaporação no solo de textura média é reduzida a praticamente zero. No solo de textura argilosa, no entanto a evaporação se mantém, mesmo nos períodos secos. Essa diferença se explica pelas distintas propriedades hidráulicas dos dois solos, especialmente a condutividade hidráulica que na condição seca é maior no solo de textura argilosa que na textura média, como será discutido mais adiante.

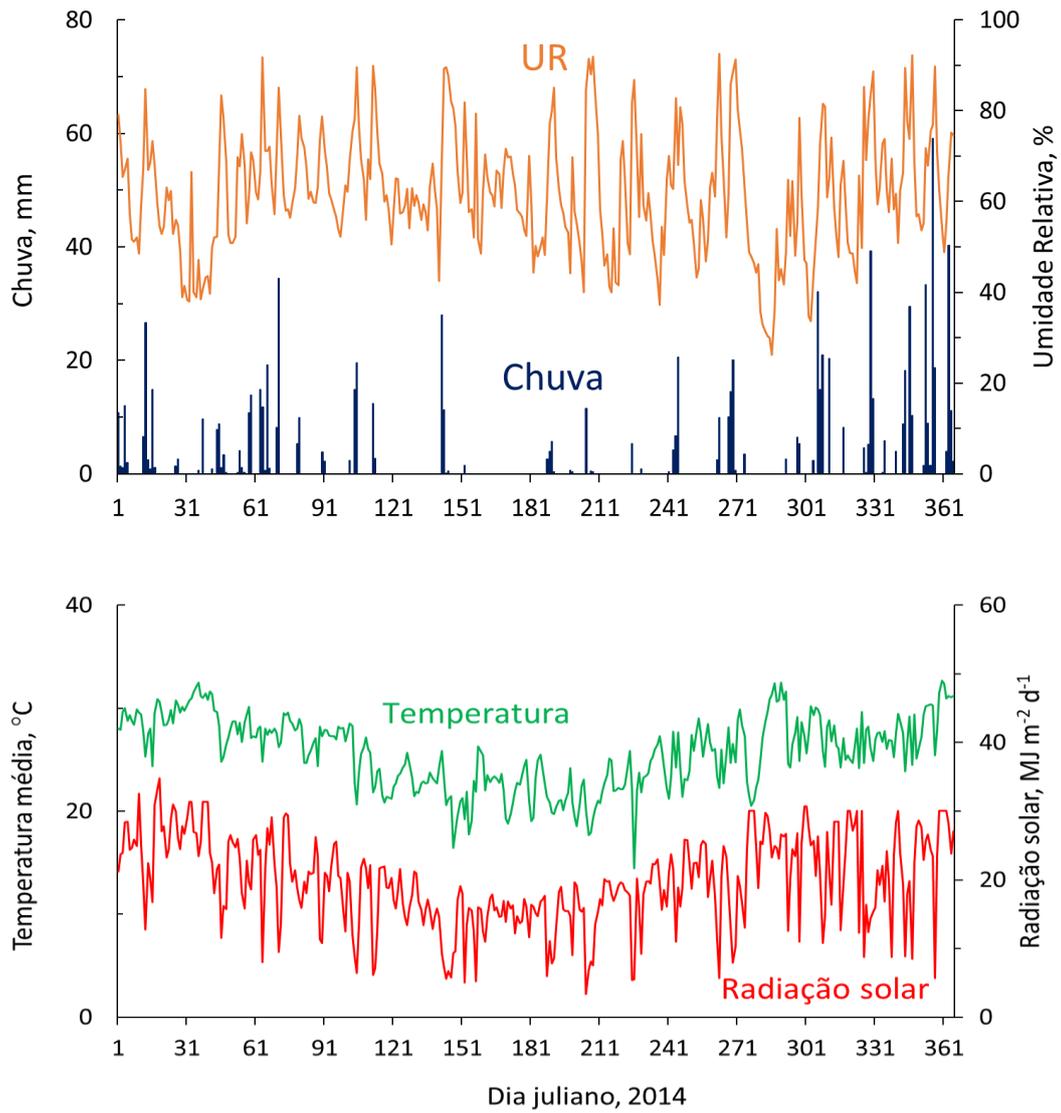


Figura 10.42 - Valores diários da temperatura média, radiação solar, umidade relativa e chuva conforme observados na estação meteorológica da ESALQ/USP (22,703° S e 47,623° W) para o ano de 2014 e utilizados nas simulações dos cenários <sup>1</sup>G.

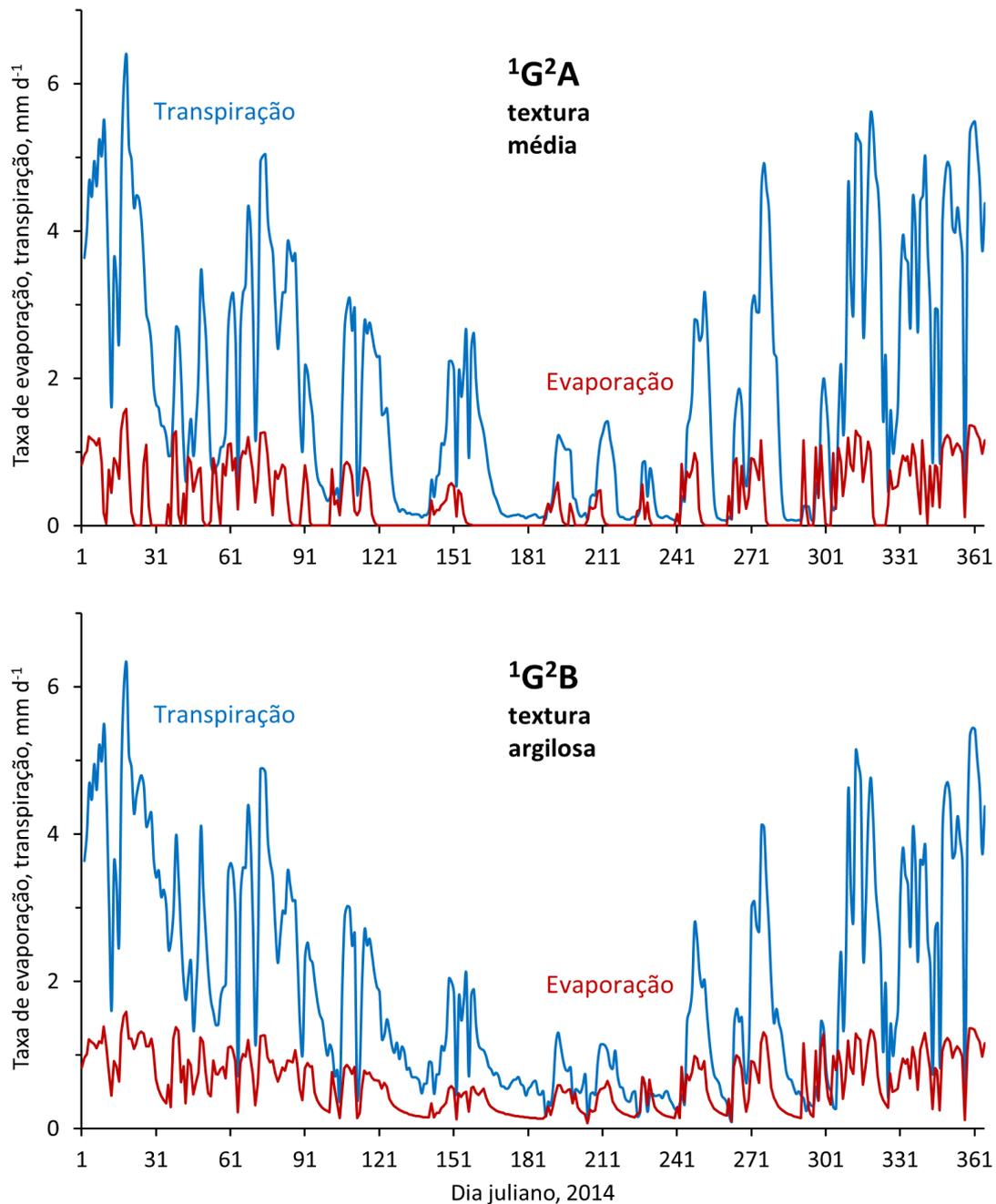


Figura 10.43 - Valores diários da transpiração e evaporação reais sob pastagem para o ano de 2014 simulados pelo modelo SWAP para os cenários <sup>1</sup>G<sup>2</sup>A e <sup>1</sup>G<sup>2</sup>B.

Para uma análise mais aprofundada do porquê das diferenças entre os dois solos, as Figuras 10.44 e 10.45 mostram os perfis de teor de água e potencial matricial para os cenários <sup>1</sup>G<sup>2</sup>A (solo de textura média) e <sup>1</sup>G<sup>2</sup>B (solo de textura argilosa) para duas seqüências de dias: no período seco entre os dias 141-151 (chuva seguida de secagem

em solo inicialmente muito seco) e no período chuvoso entre os dias 357-363 (secagem seguida de chuva após período chuvoso).

No dia juliano 142 (22 de maio) foi registrada uma chuva de 28 mm, a primeira chuva após uma estiagem de quase um mês – a última chuva antes dessa data fora no dia juliano 113, 23 de abril. Na Figura 10.44, o perfil de potenciais para o dia 141 (antes da chuva) mostra a condição bem seca. No solo de textura média, a zona radicular está no ponto de murcha permanente quase inteiramente e os primeiros centímetros do solo estão ainda mais secos por causa da evaporação. A condição do solo argiloso é diferente. A condutividade hidráulica desse solo, quando seco e com potenciais matriciais mais negativos que -1 m, aproximadamente, é maior que a do solo de textura média (Figura 10.1). Assim, enquanto no solo de textura média se estabelece uma camadinha superficial de altíssima resistência hidráulica que o protege de secagem por evaporação, para o solo argiloso, com maior condutividade hidráulica, isso não se observa e a frente de secagem por evaporação adentra o solo com maior facilidade. Por outro lado e também pela sua maior condutividade hidráulica, em épocas secas ou estiagens, o solo argiloso é capaz de conduzir mais água de profundidades maiores até a zona radicular. O efeito dessas duas constatações é que o solo de textura média apresenta, no fim de um período longo sem chuva, uma zona radicular hidraulicamente isolada da evaporação e do subsolo e no ponto de murcha permanente, enquanto que no solo de textura argilosa, embora evapore mais, ainda tem água disponível proveniente de profundidades maiores. Veja, por esse exemplo, como um modelo simples de compartimento (“bucket”), que considera somente a drenagem, pode subestimar a quantidade de água disponível por não simular a ascensão capilar.

No dia 142 (após a chuva), verifica-se que o evento de chuva afetou os potenciais e teores de água até aproximadamente 0,15 m de profundidade nos dois solos, um pouco mais profundo no solo argiloso. A figura mostra o plano de fluxo zero (indicado por PFZ na figura) no perfil do solo nesse dia. Acima do PFZ o fluxo é descendente, abaixo dele ascendente. No solo argiloso, o PFZ coincide com a frente de água da chuva. No solo de textura média, no entanto, o PFZ encontra-se bem mais abaixo. Na verdade, nesse solo podemos reconhecer três zonas de fluxo. A primeira é a parte do perfil entre a superfície e a profundidade de 0,15 m, onde ocorre a redistribuição descendente da água da chuva. A segunda zona corresponde à parte da zona radicular que está no ponto

de murcha permanente, entre 0,15 e 0,30 m, aproximadamente. Como nessa zona o potencial matricial é igual ao potencial do ponto de murcha permanente, o gradiente do potencial total é unitário, igual ao gradiente do potencial gravitacional. Sendo assim, a rigor o fluxo é descendente, mas em função da condutividade hidráulica baixíssima nesse potencial, ela ocorre a taxas desprezíveis. Na terceira zona, abaixo do PFZ, o fluxo é ascendente, mas devido à baixa condutividade hidráulica na condição seca esse fluxo também ocorre lentamente.

Nos dias seguintes, até o dia 151, houve redistribuição da água até maior profundidade e observa-se uma secagem devido à evaporação na parte superficial do perfil. Devido à baixa condutividade hidráulica, no solo de textura média a redistribuição ainda não atingiu o perfil por completo, enquanto no solo argiloso a distribuição da água se apresenta praticamente constante ao longo do perfil.

#### **EXERCÍCIO 10.4**

Observe a Figura 10.1 (extrapole se precisar) e responda

- Qual é a condutividade hidráulica do solo de textura média ao potencial do ponto de murcha permanente utilizado nas simulações ( $h_{pmp} = -80$  m)? Qual será a densidade de fluxo na segunda zona do perfil?
- No dia 142, qual é a condutividade hidráulica na base da zona radicular (em 0,40 m) nos dois solos? O que se pode concluir em função disso sobre a ascensão capilar?

(Resposta:  $K_{\text{textura média}} \approx 10^{-6} \text{ m d}^{-1}$ ;  $K_{\text{textura argilosa}} \approx 10^{-5} \text{ m d}^{-1}$ )

A Figura 10.45 representa o perfil de potenciais e teor de água para alguns dias do mês de dezembro, no período chuvoso. A semana que antecedeu o dia juliano 357 (23 de dezembro) registrou uma precipitação acumulada de 123 mm. Entre 24 e 27 de dezembro (dia juliano 361) não houve chuva, enquanto o dia juliano 363 acumulou mais de 40 mm de chuva. Para ambos os solos, o perfil de potenciais para o dia 357 está muito úmido, exceto abaixo da zona radicular, onde o teor de água é bem menor devido a uma estiagem anterior. Até o dia 361, a zona radicular seca consideravelmente por transpiração e a evaporação reforça a secagem próxima à superfície. Esse efeito se propaga mais no solo argiloso devido à sua maior condutividade hidráulica na condição mais seca. A parte mais profunda do perfil, abaixo da zona radicular, tornou-se mais úmida devido à redistribuição da água. No dia 363, a parte superficial do perfil apresenta as evidências da nova chuva. O perfil do potencial total  $H$ , representado para esse dia e

para os dois solos, mostra que nesse momento o movimento é descendente em todas as profundidades.

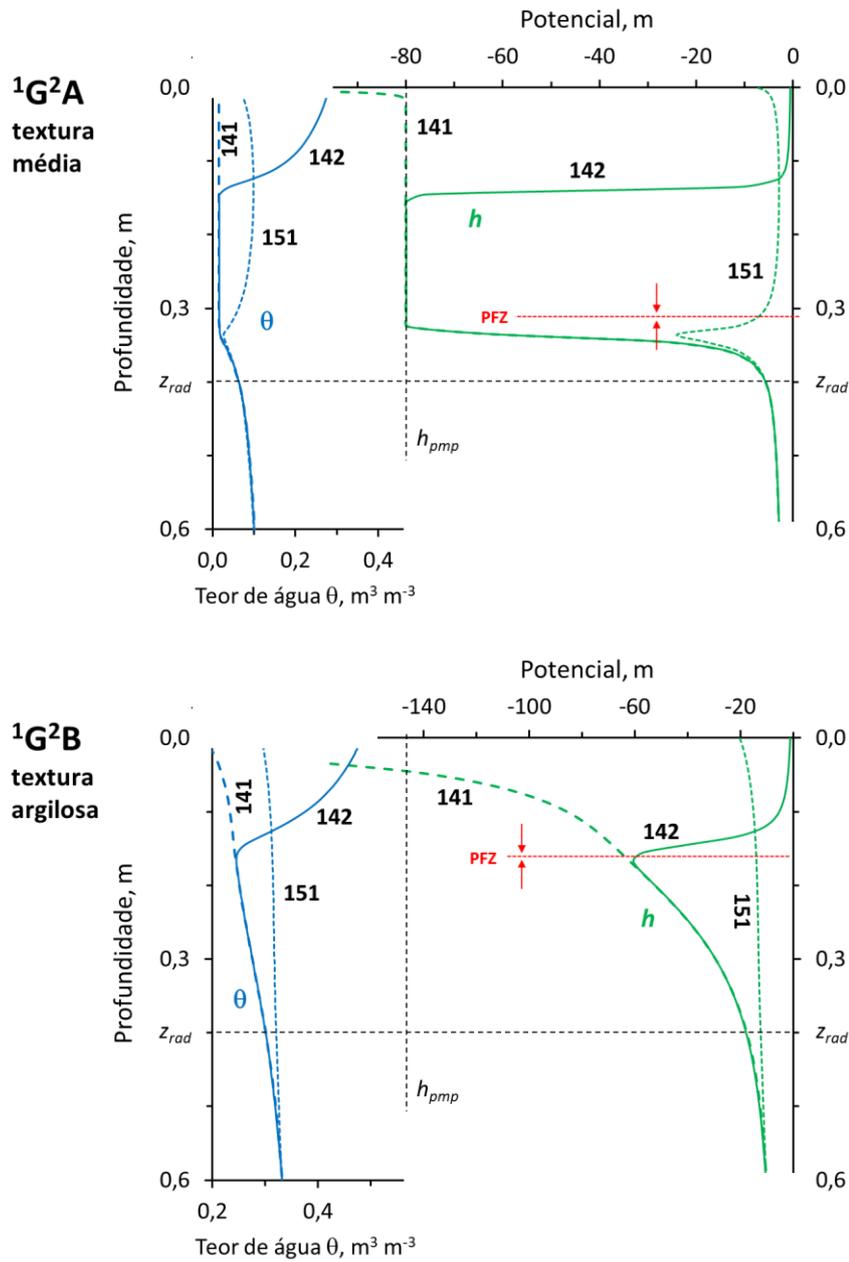


Figura 10.44 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ) e potencial matricial ( $h$ ) para o cenário  $1G^2A$  e  $1G^2B$  para os dias julianos 141, 142 e 151 (chuva seguida de secagem em solo inicialmente muito seco). A profundidade marcada com PFZ representam os planos de fluxo zero no dia 142.

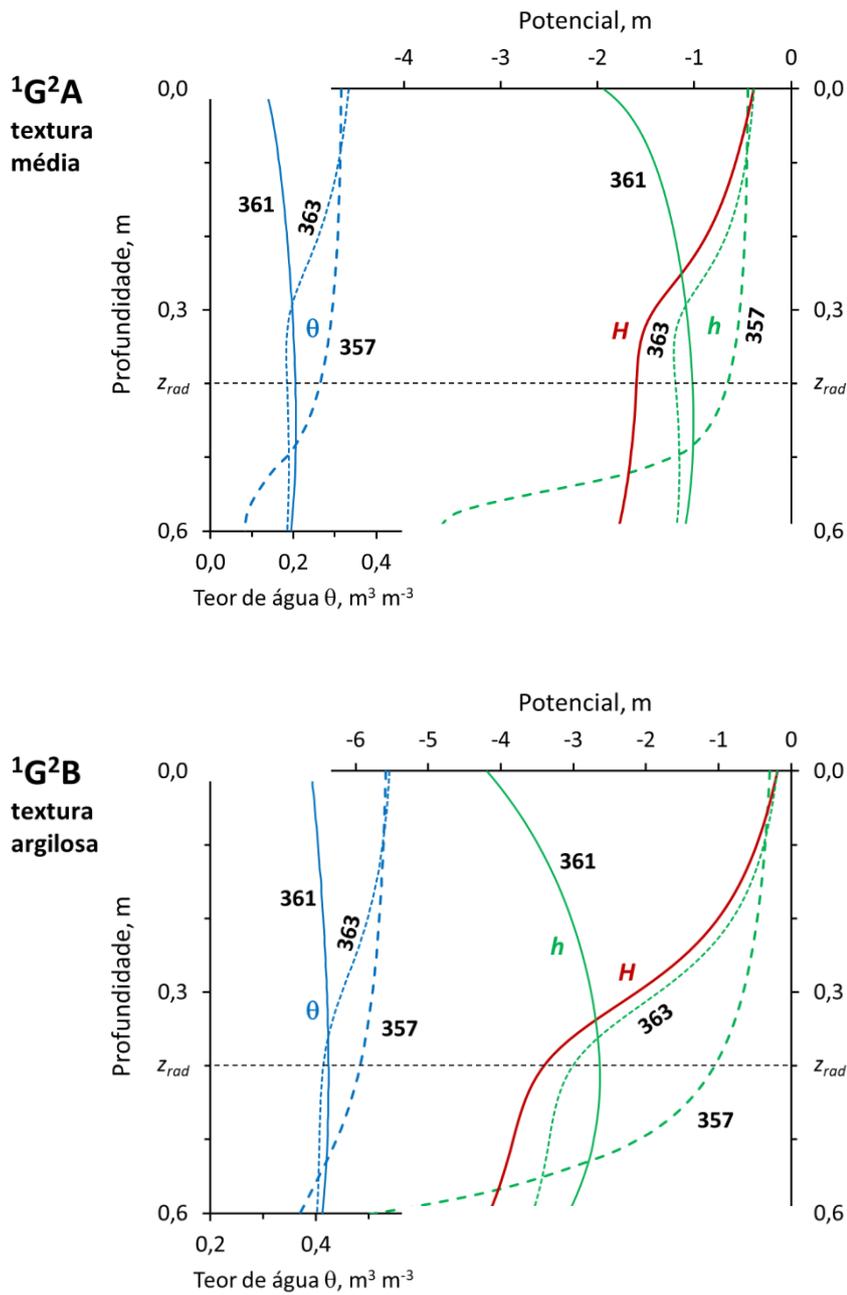


Figura 10.45 - Perfis de teor de água ( $\theta$ ) e potencial matricial ( $h$ ) para os cenários  $1G^2A$  e  $1G^2B$  para os dias julianos 357, 361 e 363 (secagem seguida de chuva após período chuvoso). A linha marrom representa o potencial total  $H$  no dia 363.



# Literatura Citada

---

- Alduchov OA, Eskridge RE. Improved Magnus form approximation of saturation vapor pressure. *J Appl Meteorol.* 1996;35:601-9. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1996\)035<0601:IMFAOS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1996)035<0601:IMFAOS>2.0.CO;2)
- Allan R, Pereira L, Smith M. Crop evapotranspiration-Guidelines for computing crop water requirements-FAO Irrigation and drainage paper 56. 1998
- Arya LM, Paris JF. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Sci Soc Am J.* 1981;45:1023-30. <https://doi.org/10.2136/sssaj1981.03615995004500060004x>
- Bakker G, Van der Ploeg MJ, De Rooij GH, Hoogendam CW, Gooren HPA, Huiskes C, Koopal LK, Kruidhof H. New polymer tensiometers: Measuring matric pressures down to the wilting point. *Vadose Zone J.* 2007;6:196-202. <https://doi.org/10.2136/vzj2006.0110>
- Barros AHC, De Jong Van Lier Q, Maia A de HN, Scarpere FV. Pedotransfer functions to estimate water retention parameters of soils in northeastern Brazil. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2013;37:379-91. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832013000200009>
- Barry DA, Parlange J-Y, Sander GC, Sivaplan M. A class of exact solutions for Richards' equation. *J Hydrol.* 1993;142:29-46. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(93\)90003-R](https://doi.org/10.1016/0022-1694(93)90003-R)
- Bartholomeus RP, Witte J-PM, van Bodegom PM, van Dam JC, Aerts R. Critical soil conditions for oxygen stress to plant roots: Substituting the Feddes-function by a process-based model. *J Hydrol.* 2008;360:147-65. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.07.029>
- Baver LD. Soil permeability in relation to non-capillary porosity. *Soil Sci Soc Am J.* 1939;3:52-6. <https://doi.org/10.2136/sssaj1939.036159950003000C0010x>
- Black TA, Gardner WR, Thurtell GW. The prediction of evaporation, drainage, and soil water storage for a bare soil. *Soil Sci Soc Am J.* 1969;33:655-60. <https://doi.org/10.2136/sssaj1969.03615995003300050013x>
- Bouma J. Using soil survey data for quantitative land evaluation. *Adv Soil Sci.* 1989;9:177-213. [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3532-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3532-3_4)
- Broadbridge P, White I. Constant rate rainfall infiltration: A versatile nonlinear model: 1. Analytic solution. *Water Resour Res.* 1988;24:145-54. <https://doi.org/10.1029/WR024i001p00145>
- Brooks RH, Corey AT. Hydraulic properties of porous media. *Hydrol Pap.* 1964;3:37
- Buckingham E. Studies on the movement of soil moisture. *Bur Soils USDA Wash DC.* 1907
- Casaroli D, De Jong Van Lier Q, Dourado Neto D. Validation of a root water uptake model to estimate transpiration constraints. *Agric Water Manag.* 2010;97:1382-8. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2010.04.004>
- Celia MA, Bouloutas ET, Zarba RL. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour Res.* 1990;26:1483-96. <https://doi.org/10.1029/WR026i007p01483>
- Childs EC, Collis-George N. The permeability of porous materials. *Proc R Soc Lond Ser Math Phys Sci.* 1950;201:392-405. <https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0068>
- Cook FJ, Knight JH. Oxygen transport to plant roots. *Soil Sci Soc Am J.* 2003;67:20-31. <https://doi.org/10.2136/sssaj2003.2000>
- Cowan IR. Transport of water in the Soil-Plant-Atmosphere system. *J Appl Ecol.* 1965;2:221-39. <https://doi.org/10.2307/2401706>
- Crank J. *The Mathematics of diffusion.* Clarendon Press; 1979

- Da Silva AC, Armindo RA, Prevedello CL. Splintex 2.0: A physically-based model to estimate water retention and hydraulic conductivity parameters from soil physical data. *Comput Electron Agric.* 2020;169:105157. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2019.105157>
- De Jong Van Lier Q. Field capacity, a valid upper limit of crop available water? *Agric Water Manag.* 2017;193:214-20. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2017.08.017>
- De Jong Van Lier Q. Revisiting the S-index for soil physical quality and its use in Brazil. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2014;38:1-10. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832014000100001>
- De Jong Van Lier Q, Dourado Neto D, Metselaar K. Modeling of transpiration reduction in van Genuchten–Mualem type soils. *Water Resour Res.* 2009;45. <https://doi.org/10.1029/2008WR006938>
- De Jong Van Lier Q, Durigon A. Soil thermal diffusivity estimated from data of soil temperature and single soil component properties. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2013;37:106-12. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832013000100011>
- De Jong Van Lier Q, Gubiani PI. Beyond the “Least Limiting Water Range”: Rethinking soil physics research in Brazil. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2015;39:925-39. <https://doi.org/10.1590/O1000683rbcS20140596>
- De Jong Van Lier Q, Metselaar K, Van Dam JC. Root water extraction and limiting soil hydraulic conditions estimated by numerical simulation. *Vadose Zone J.* 2006;5:1264-77. <https://doi.org/10.2136/vzj2006.0056>
- De Jong Van Lier Q, Pinheiro EAR, Inforsato L. A one-dimensional physically based approach to predict soil profile aeration requirements. *Soil Sci Soc Am J.* 2018a;82:593-600. <https://doi.org/10.2136/sssaj2017.10.0369>
- De Jong Van Lier Q, Pinheiro EAR. An alert regarding a common misinterpretation of the Van Genuchten  $\alpha$  parameter. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2018b;42. <https://doi.org/10.1590/18069657rbcS20170343>
- De Jong Van Lier Q, Van Dam JC, Durigon A, Dos Santos MA, Metselaar K. Modeling water potentials and flows in the soil–plant system comparing hydraulic resistances and transpiration reduction functions. *Vadose Zone J.* 2013;12. <https://doi.org/10.2136/vzj2013.02.0039>
- De Jong Van Lier Q., Van Dam JC, Metselaar K. Root water extraction under combined water and osmotic stress. *Soil Sci Soc Am J.* 2009;73:862-75. <https://doi.org/10.2136/sssaj2008.0157>
- De Jong Van Lier Q, Van Dam JC, Metselaar K, de Jong R, Duijnisveld WHM. Macroscopic root water uptake distribution using a matric flux potential approach. *Vadose Zone J.* 2008;7:1065-78. <https://doi.org/10.2136/vzj2007.0083>
- De Jong Van Lier Q, Vidal-Torrado P. PHI : programa de microcomputador para análise estatística da granulometria de sedimentos. *Rev Bras Ciênc Solo.* 1992;16:277-81
- De Jong Van Lier Q, Wendroth O. Reexamination of the field capacity concept in a Brazilian oxisol. *Soil Sci Soc Am J.* 2016;80:264-74. <https://doi.org/10.2136/sssaj2015.01.0035>
- De Mello FM. Equação de Green-Ampt para a infiltração da água no solo: aproximações numéricas para explicitação do volume infiltrado. *Rev Ciênc Agrár.* 2008;31:31-5
- De Vries DA. Thermal properties of soils. In: Van Wijk WR (Ed.), *Physics of plant environment*. North-Holland Publishing Company; 1963. p. 210-35.
- Dirksen C, Raats PAC. Water uptake and release by alfalfa roots. *Agron J.* 1985;77:621-6. <https://doi.org/10.2134/agronj1985.00021962007700040025x>
- Doherty J. Calibration and uncertainty analysis for complex environmental models. Blurb, Incorporated; 2015
- Donagema GK, De Campos DVB, Calderano SB, Teixeira WG, Viana JHM. Manual de métodos de análise de solo; 2011 [cited 2020 Sep 30]. Available from: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/990374/manual-de-metodos-de-analise-de-solo>.
- Doorenbos J, Kassam AH, Branscheid V, Bentvelsen CLM. Yield response to water. No33. 1986
- Dos Santos HG, Jacomine PKT, Dos Anjos LHC, De Oliveira VA, Lumbreiras JF, Coelho MR, De Almeida JA, De Araújo Filho JC, De Oliveira JB, Cunha TJF. Sistema brasileiro de classificação de solos. Brasília-DF: Embrapa; 2018

- Durigon A, De Jong Van Lier Q. Determinação das propriedades hidráulicas do solo utilizando tensiômetros de polímeros em experimentos de evaporação. *Rev Bras Ciênc Solo*. 2011;35:1271-6. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832011000400020>
- Durigon A, Dos Santos MA, De Jong Van Lier Q, Metselaar K. Pressure heads and simulated water uptake patterns for a severely stressed bean crop. *Vadose Zone J*. 2012;11:vzj2011.0187. <https://doi.org/10.2136/vzj2011.0187>
- Durner W. Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resour Res*. 1994;30:211-23. <https://doi.org/10.1029/93WR02676>
- Durner W, Schultze B, Zurmühl T. State-of-the-art in inverse modeling of inflow/outflow experiments, in *Characterization and Measurements of the Hydraulic Properties of Unsaturated Porous Media*, edited by. 1999
- Elrick DE, Reynolds WD. Methods for analyzing constant-head well permeameter data. *Soil Sci Soc Am J*. 1992;56:320-3. <https://doi.org/10.2136/sssaj1992.03615995005600010052x>
- Faria LN, Da Rocha MG, De Jong Van Lier Q, Casaroli D. A split-pot experiment with sorghum to test a root water uptake partitioning model. *Plant Soil*. 2010;331:299-311. <https://doi.org/10.1007/s11104-009-0254-0>
- Farouki O. Thermal properties of soils. *Trans Tech*; 1986
- Feddes RA, Kowalik PJ, Zaradny H. Simulation of field water use and crop yield. *Simul Field Water Use Crop Yield*. 1978
- Folk RL, Ward WC. A study in the significance of grain-size parameters. *J Sediment Petrol*. 1957;27:3-26
- Gardner WR. Dynamic aspects of water availability to plants. *Soil Sci*. 1960;89:63-73
- Gardner WR. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci*. 1958;85:228-232
- Grant CD, Groenevelt PH. Weighting the differential water capacity to account for declining hydraulic conductivity in a drying coarse-textured soil. *Soil Res*. 2015;53:386-91. <https://doi.org/10.1071/SR14258>
- Grant CD, Groenevelt PH, Robinson NI. Application of the Groenevelt-Grant soil water retention model to predict the hydraulic conductivity. *Soil Res*. 2010;48:447-58. <https://doi.org/10.1071/SR09198>
- Green WH, Ampt GA. Studies on soil physics. *J Agric Sci*. 1911;4:1-24. <https://doi.org/10.1017/S0021859600001441>
- Groenevelt PH, Grant CD. A new model for the soil-water retention curve that solves the problem of residual water contents. *Eur J Soil Sci*. 2004;55:479-85. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2389.2004.00617.x>
- Hammond JC, Harpold AA, Weiss S, Kampf SK. Partitioning snowmelt and rainfall in the critical zone: effects of climate type and soil properties. *Hydrol Earth Syst Sci*. 2019;23:3553-70. <https://doi.org/10.5194/hess-23-3553-2019>
- Haverkamp R, Vauclin M, Touma J, Wierenga PJ, Vachaud G. A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration. *Soil Sci Soc Am J*. 1977;41:285-94. <https://doi.org/10.2136/sssaj1977.03615995004100020024x>
- Hillel D, Krentos VD, Stylianou Y. Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in situ. *Soil Sci*. 1972;114:395-400
- Hopmans JW. Evaluation of various infiltration models. *Sci Agric*. 1997;54:35-8. <https://doi.org/10.1590/S0103-90161997000300007>
- Horton RE. An approach toward a physical interpretation of infiltration-capacity. *Soil Sci Soc Am J*. 1941;5:399-417. <https://doi.org/10.2136/sssaj1941.036159950005000C0075x>
- Inforsato L, De Jong Van Lier Q, Pinheiro EAR. An extension of water retention and conductivity functions to dryness. *Soil Sci Soc Am J*. 2020;84:45-52. <https://doi.org/10.1002/saj2.20014>
- Johansen O. Thermal conductivity of soils. Oslo, Norway: Norwegian University of Science and Technology; 1975.

- Jury W, Spencer W, Farmer W. Behavior assessment model for trace organics in soil. I. Model description [Pesticide]. *J Environ Qual.* 1983
- Karlen D, Andrews S, Wienhold B, Zobeck T. Soil quality assessment: past, present and future. Publ USDA-ARS UNL Fac. 2008
- Kostiakov AN. On the dynamics of the coefficient of water-percolation in soils and on the necessity of studying it from a dynamic point of view for purposes of amelioration. *Trans 6th Cong Int Soil Sci Russ Part A.* 1932:17-21
- Kroes JG, Van Dam JC, Bartholomeus RP, Groenendijk P, Heinen M, Hendriks RFA, Mulder HM, Supit I, Van Walsum PEV. SWAP version 4; Theory description and user manual. 2017
- Krumbein WC, Sloss LL. Stratigraphy and sedimentation. W. H. Freeman & Co., San Francisco; 1951
- Lai S-H, Tiedje JM, Erickson AE. In situ measurement of gas diffusion coefficient in soils. *Soil Sci Soc Am J.* 1976;40:3-6. <https://doi.org/10.2136/sssaj1976.03615995004000010006x>
- Lassabatère L, Angulo-Jaramillo R, Ugalde JMS, Cuenca R, Braud I, Haverkamp R. Beerkan estimation of soil transfer parameters through infiltration experiments—BEST. *Soil Sci Soc Am J.* 2006;70:521-32. <https://doi.org/10.2136/sssaj2005.0026>
- Leffler AJ, Peek MS, Ryel RJ, Ivans CY, Caldwell MM. Hydraulic redistribution through the root systems of senesced plants. *Ecology.* 2005;86:633-42. <https://doi.org/10.1890/04-0854>
- Libardi PL, Reichardt K, Nielsen DR, Biggar JW. Simple field methods for estimating soil hydraulic conductivity. *Soil Sci Soc Am J.* 1980;44:3-7. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400010001x>
- Libohova Z, Seybold C, Wysocki D, Wills S, Schoeneberger P, Williams C, Lindbo D, Stott D, Owens PR. Reevaluating the effects of soil organic matter and other properties on available water-holding capacity using the National Cooperative Soil Survey Characterization Database. *J Soil Water Conserv.* 2018;73:411-21. <https://doi.org/10.2489/jswc.73.4.411>
- Logsdon S. Should upper limit of available water be based on field capacity? *Agrosystems Geosci Environ.* 2019;2:190066. <https://doi.org/10.2134/age2019.08.0066>
- Medeiros JC, Cooper M, Dalla Rosa J, Grimaldi M, Coquet Y. Assessment of pedotransfer functions for estimating soil water retention curves for the amazon region. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2014;38:730-43. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832014000300005>
- Medrado E, Lima JEFW. Development of pedotransfer functions for estimating water retention curve for tropical soils of the Brazilian savanna. *Geoderma Reg.* 2014;1:59-66. <https://doi.org/10.1016/j.geodrs.2014.08.003>
- Metselaar K, De Jong Van Lier Q. The shape of the transpiration reduction function under plant water stress. *Vadose Zone J.* 2007;6:124-39. <https://doi.org/10.2136/vzj2006.0086>
- Miller DE, Aarstad JS. Available water as related to evapotranspiration rates and deep drainage. *Soil Sci Soc Am J.* 1971;35:131-4. <https://doi.org/10.2136/sssaj1971.03615995003500010038x>
- Millington RJ. Gas diffusion in porous media. *Science.* 1959;130:100-2. <https://doi.org/10.1126/science.130.3367.100-a>
- Millington RJ, Quirk JP. Permeability of porous solids. *Trans Faraday Soc.* 1961;57:1200-7. <https://doi.org/10.1039/TF9615701200>
- Mualem Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour Res.* 1976;12:513-22. <https://doi.org/10.1029/WR012i003p00513>
- Ochsner TE, Horton R, Ren T. A new perspective on soil thermal properties. *Soil Sci Soc Am J.* 2001;65:1641-7. <https://doi.org/10.2136/sssaj2001.1641>
- Oliveira LB, Ribeiro MR, Jacomine PKT, Rodrigues JVV, Marques FA. Funções de pedotransferência para predição da umidade retida a potenciais específicos em solos do estado de Pernambuco. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2002;26:315-23. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832002000200004>
- Pachepsky YA, Rawls WJ. Accuracy and reliability of pedotransfer functions as affected by grouping soils. *Soil Sci Soc Am J.* 1999;63:1748-57. <https://doi.org/10.2136/sssaj1999.6361748x>

- Penman HL. Gas and vapour movements in the soil: I. The diffusion of vapours through porous solids. *J Agric Sci.* 1940;30:437-62. <https://doi.org/10.1017/S0021859600048164>
- Philip JR. Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration-dependent. *Trans Faraday Soc.* 1955;51:885-92. <https://doi.org/10.1039/TF9555100885>
- Philip JR, De Vries DA. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Eos Trans Am Geophys Union.* 1957;38:222-32. <https://doi.org/10.1029/TR038i002p00222>
- Pinheiro EAR, De Jong Van Lier Q, Metselaar K. A matric flux potential approach to assess plant water availability in two climate zones in Brazil. *Vadose Zone J.* 2018;17:160083. <https://doi.org/10.2136/vzj2016.09.0083>
- Pullan AJ. The quasilinear approximation for unsaturated porous media flow. *Water Resour Res.* 1990;26:1219-34. <https://doi.org/10.1029/WR026i006p01219>
- Raats PAC. Laterally confined, steady flows of water from sources and to sinks in unsaturated soils. *Soil Sci Soc Am J.* 1977;41:294-304. <https://doi.org/10.2136/sssaj1977.03615995004100020025x>
- Reichert JM, Albuquerque JA, Kaiser DR, Reinert DJ, Urach FL, Carlesso R. Estimation of water retention and availability in soils of Rio Grande do Sul. *Rev Bras Ciênc Solo.* 2009;33:1547-60. <https://doi.org/10.1590/S0100-06832009000600004>
- Reynolds WD, Bowman BT, Drury CF, Tan CS, Lu X. Indicators of good soil physical quality: density and storage parameters. *Geoderma.* 2002;110:131-46. [https://doi.org/10.1016/S0016-7061\(02\)00228-8](https://doi.org/10.1016/S0016-7061(02)00228-8)
- Richards J, Caldwell M. Hydraulic lift: Substantial nocturnal water transport between soil layers by *Artemisia tridentata* roots. *Oecologia.* 1987;73:486-9. <https://doi.org/10.1007/bf00379405>
- Ripple CD, Rubin J, Van Hylckama TEA. Estimating steady-state evaporation rates from bare soils under conditions of high water table. Washington, DC: 1970. . <https://doi.org/10.3133/70047724>
- Ritchie JT. Soil water balance and plant water stress. In: Tsuji GY, Hoogenboom G, Thornton PK, editors. *Understanding options for agricultural production.* Dordrecht: Springer Netherlands; 1998. p. 41-54. . [https://doi.org/10.1007/978-94-017-3624-4\\_3](https://doi.org/10.1007/978-94-017-3624-4_3)
- Ross PJ, Williams J, Bristow KL. Equation for extending water-retention curves to dryness. *Soil Sci Soc Am J.* 1991;55:923-7. <https://doi.org/10.2136/sssaj1991.03615995005500040004x>
- Salverda AP, Dane JH. An examination of the Guelph permeameter for measuring the soil's hydraulic properties. *Geoderma.* 1993;57:405-21. [https://doi.org/10.1016/0016-7061\(93\)90052-M](https://doi.org/10.1016/0016-7061(93)90052-M)
- Schindler U, Bohne K, Sauerbrey R. Comparison of different measuring and calculating methods to quantify the hydraulic conductivity of unsaturated soil. *Zeitschrift Für Pflanzenernaehrung Bodenk.* 1985
- Šimůnek J, Genuchten MT van, Šejna M. Recent developments and applications of the Hydrus computer software packages. *Vadose Zone J.* 2016;15:vzj2016.04.0033. <https://doi.org/10.2136/vzj2016.04.0033>
- Smagin AV. About thermodynamic theory of water retention capacity and dispersity of soils. *Eurasian Soil Sci.* 2018;51:782-96. <https://doi.org/10.1134/S1064229318070098>
- Souza ES de, Antonino ACD, Angulo-Jaramillo R, Netto AM. Caracterização hidrodinâmica de solos: aplicação do método Beerkan. *Rev Bras Eng Agríc E Ambient.* 2008;12:128-35. <https://doi.org/10.1590/S1415-43662008000200004>
- Souza LD, Reichardt K. Estimativas da capacidade de campo. *Rev Bras Ciênc Solo.* 1996;20:183-9
- Steduto P, Hsiao TC, Raes D, Fereres E. AquaCrop-The FAO crop model to simulate yield response to water: I. Concepts and underlying principles. *Agron J.* 2009;101:426-37. <https://doi.org/10.2134/agronj2008.0139s>
- Taylor SA, Ashcroft GL. *Physical edaphology; the physics of irrigated and nonirrigated soils.* San Francisco: W.H. Freeman; 1972
- Tetens O. Über einige meteorologische Begriffe. *Z Geophys.* 1930;6:297-309
- Tomasella J, Hodnett MG, Rossato L. Pedotransfer functions for the estimation of soil water retention in Brazilian soils. *Soil Sci Soc Am J.* 2000;64:327-38. <https://doi.org/10.2136/sssaj2000.641327x>

- Topp GC, Davis JL, Annan AP. Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Resour Res.* 1980;16:574-82. <https://doi.org/10.1029/WR016i003p00574>
- Topp GC, Ferré PA. Water content. in: *Methods of Soil Analysis*. John Wiley & Sons, Ltd; 2018. p. 417-545. . <https://doi.org/10.2136/sssabookser5.4.c19>
- Twarakavi NKC, Sakai M, Šimůnek J. An objective analysis of the dynamic nature of field capacity. *Water Resour Res.* 2009;45. <https://doi.org/10.1029/2009WR007944>
- Van Dam JC, Feddes RA. Numerical simulation of infiltration, evaporation and shallow groundwater levels with the Richards equation. *J Hydrol.* 2000;233:72-85. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(00\)00227-4](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(00)00227-4)
- Van den Berg M, Klamt E, van Reeuwijk LP, Sombroek WG. Pedotransfer functions for the estimation of moisture retention characteristics of Ferralsols and related soils. *Geoderma.* 1997;78:161-80. [https://doi.org/10.1016/S0016-7061\(97\)00045-1](https://doi.org/10.1016/S0016-7061(97)00045-1)
- Van Genuchten MT. A Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci Soc Am J.* 1980;44:892-8. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>
- Vaz CMP, Iossi M de F, Naime J de M, Macedo Á, Reichert JM, Reinert DJ, Cooper M. Validation of the Arya and Paris water retention model for Brazilian soils. *Soil Sci Soc Am J.* 2005;69:577-83. <https://doi.org/10.2136/sssaj2004.0104>
- Veihmeyer FJ, Hendrickson AH. The moisture equivalent as a measure of the field capacity of soils. *Soil Sci.* 1931;32:181-194
- Villa Nova NA, Bacchi OOS, Reichardt K. Potencial da água no sistema solo-planta estimado através da fase de vapor. *Sci Agric.* 1996;53:194-194. <https://doi.org/10.1590/S0103-90161996000100029>
- Vogel T, van Genuchten MTh, Cislérova M. Effect of the shape of the soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions. *Adv Water Resour.* 2000;24:133-44. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(00\)00037-3](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(00)00037-3)
- Warrick AW, Amoozegar-Fard A. Soil water regimes near porous cup water samplers. *Water Resour Res.* 1977;13:203-7. <https://doi.org/10.1029/WR013i001p00203>
- Warrick AW, Islas A, Lomen DO. An analytical solution to Richards' equation for time-varying infiltration. *Water Resour Res.* 1991;27:763-6. <https://doi.org/10.1029/91WR00310>
- Warrick AW, Lomen DO, Islas A. An analytical solution to Richards' equation for a draining soil profile. *Water Resour Res.* 1990;26:253-8. <https://doi.org/10.1029/WR026i002p00253>
- Watson KK. An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. *Water Resour Res.* 1966;2:709-15. <https://doi.org/10.1029/WR002i004p00709>
- Wind GP. Capillary conductivity data estimated by a simple method. *Water Unsaturated Zone Proc Wageningen Symp.* 1968
- Zhang ZF. Soil water retention and relative permeability for conditions from oven-dry to full saturation. *Vadose Zone J.* 2011;10:1299-308. <https://doi.org/10.2136/vzj2011.0019>

# Índice Remissivo

---

## A

acúmulo de biomassa, 226  
água disponível, 234  
água facilmente disponível, 234  
ângulo de contato, 51  
ar do solo, 275  
área específica, 7  
área radicular, 239  
areia, 7  
argila, 7  
armazenagem, 29  
ascensão capilar, 51-53, 60

## B

balanço hídrico, 270  
  modelo de compartimento, 271  
Brooks & Corey  
  equação de condutividade hidráulica, 150  
  equação de retenção, 100

## C

caixa de areia, 72  
calor, 306  
calor específico, 307, 308  
câmara de pressão, 74  
capacidade calórica, 307  
capacidade de campo, 68, 93, 210-227, 350-352  
  com lençol freático raso, 210  
  como limite da água disponível, 221  
  equação de Twarakavi, 218  
  experimento, 213  
  simulação, 214  
capacidade de infiltração, 189  
capacidade hídrica, 86  
capilaridade, 50  
características, 1-4, 19  
compactação, 36

composição do ar, 277  
condutividade  
  gasosa, 283  
  hidráulica  
    não saturada  
      modelo de Brooks & Corey, 150  
      modelo de Childs & Collis-George, 145  
      modelo de Groenevelt & Grant, 158  
      modelo de Mualem, 149  
      modelo de Van Genuchten, 153  
    não-saturada, 181  
      método da crosta, 187  
      método da evaporação, 185  
      método de drenagem interna, 183  
      método de Wind, 185  
      método do infiltrômetro de  
        gotejamento, 187  
    saturada, 135  
  térmica, 310, 316  
critério de Von Neumann, 179  
curva de retenção, 62-71, 91  
  equação de Brooks & Corey, 100  
  equação de Groenevelt & Grant, 102  
  equação de Van Genuchten, 91  
  equação multimodal de Durner, 110  
curvatura do menisco, 61

## D

densidade  
  de fluxo, 113  
  de tamanho de poro, 87  
  do solo, 22  
  dos sólidos, 19, 22  
  radicular, 239  
diâmetro equivalente, 7  
difusão de Knudsen, 285  
difusão de vapor  
  por gradiente matricial, 301  
  por gradiente térmico, 300  
difusividade  
  gasosa, 284, 293  
  hidráulica, 160  
  térmica, 315, 320, 329-338  
drenagem interna, 214

## E

energia interna, 307  
 equação  
   da capilaridade, 53  
   da continuidade, 114, 288  
     calor, 315  
     fluxo axissimétrico, 118  
     fluxo paralelo, 116  
     fluxo radial, 121  
 de Magnus, 280  
 de Richards, 174  
   cálculo explícito, 178  
   discretização, 175  
 de Tetens, 85-86, 280  
 de Young-Laplace, 50  
 do calor, 315, 322  
 do transporte de gás, 289  
 equilíbrio  
   dinâmico, 116, 313  
   hidrostático, 59  
 espaço poroso, 19  
 estresse hídrico, 225  
 evaporação, 228  
   método de Black, 231  
   sob influência do lençol freático, 232  
 evapotranspiração, 223  
 evapotranspiração relativa, 225  
 extração radicular, 238  
   modelos macroscópicos, 259  
   modelos microscópicos, 241

## F

fluxo  
   axissimétrico, 117  
   laminar, 123  
   paralelo, 114  
   preferencial, 59  
 função de pedotransferência, 19, 335  
 funil de placa porosa, 73

## G

gás ideal, 275  
 gradiente  
   de potencial, 41  
   térmico, 310  
 grandezas intensivas e extensivas, 33  
 granulometria, 6  
   classes, 7  
   determinação por sedimentação, 10  
   escala phi, 9  
 Groenevelt & Grant  
   equação de condutividade hidráulica, 158  
   equação de retenção, 102

## H

histerese, 75, 79

## I

índice de vazios, 25  
 infiltrabilidade, 189  
 infiltração, 188  
   equação de Green & Ampt, 200  
   equação de Horton, 196  
   equação de Kostiakov, 194  
   equação de Philip, 206  
   horizontal, 189  
   vertical, 194

## L

lâmina, 28  
 lei  
   de Buckingham-Darcy, 142  
   de Dalton, 279  
   de Darcy, 128-135  
   de Fick, 283-284  
   de Fourier, 309-311  
   de Poiseuille, 127

## M

macroporosidade, 54  
 meia-distância média entre raízes, 240  
 mesa de tensão, 73  
 microporosidade, 54  
 minerais, 6  
 modelagem, 1  
   inversa, 182  
 modelo de feixe capilar, 59  
 modelo hidrológico  
   Hydrus, 175, 183, 214, 218, 234-235, 343  
   SWAP, 175, 179, 183, 214, 234-235, 269, 343-399

## N

número de Reynolds, 123

## P

perfil  
   de potencial, 88  
   do solo, 6  
 permeabilidade, 283

permeâmetro, 136  
   de carga constante, 137  
   de carga decrescente, 138-140  
 pF, 66  
 plano de fluxo zero, 347  
 porosidade  
   de aeração, 25, 292, 296  
   total, 24  
 potencial, 33  
   da água, 41  
   de fluxo matricial, 163  
     equação de Brooks & Corey, 168  
     equação de Van Genuchten, 166  
   de pressão, 44  
   do vapor na atmosfera, 224  
   gradiente, 41  
   gravitacional, 42  
   matricial, 46, 65  
     escalas, 67  
     na estufa a 105° C, 106  
   osmótico, 46  
   total, 42  
 pressão  
   atmosférica, 276  
   capilar, 50  
   de Laplace, 50  
   de vapor, 280  
   parcial, 279  
 primeira lei da termodinâmica, 306  
 processo  
   limitado pela fonte, 225  
   limitado pelo sumidouro, 225  
 processos, 1-4  
 produtividade relativa, 226  
 profundidade de amortecimento, 326  
 propriedades, 1-4, 19  
 PTF, 335

## Q

Q<sub>10</sub>, 299, 305  
 qualidade física, 34, 35

## R

raio de curvatura, 51, 56  
 referência  
   de pressão, 44  
   gravitacional, 43  
   matricial, 65  
 regime térmico, 305  
 resistência  
   difusiva, 287  
   estomatal, 226

hidráulica, 131  
   térmica, 311  
 retenção da água, 59  
 REV, 16

## S

sedimentação, 13  
 silte, 7  
 sólidos, 19  
 sorptividade, 192

## T

tensão superficial, 47-49  
 tensiômetro, 80  
   de água, 80  
   de FDR, 83  
   de polímero, 82  
   do ponto de orvalho (WP4), 83  
 teor de água  
   a base de massa, 22, 37-39  
   a base de volume, 24  
   medição, 30  
     FDR, 32  
     pesagem, 30  
     TDR, 31  
   tensiometria, 30, 80  
   na saturação, 91  
   residual, 91, 104  
 textura, 14  
 tortuosidade, 286-287  
 trabalho, 306  
 transformação de Boltzmann, 190  
 transpiração  
   fase de taxa constante, 227  
   fase de taxa decrescente, 227  
   função de redução da FAO, 234  
   função de redução de Feddes, 237

## U

umidade relativa, 84, 279, 282

## V

Van Genuchten  
   equação de condutividade hidráulica, 153  
   equação de retenção, 91  
 viscosidade, 125, 283  
 volume elementar representativo, 16

ISBN: 978-65-00-11263-4

**QR**



9 786500 112634